Physical and Mathematical Inconsistency of the "Janus-2019 Model" of J. P. Petit et al.

Thibault Damour, IHES
12 December 2022

English translation

In the document "On the 'Janus model' of J. P. Petit" (posted online on the IHES website on 4 January 2019), I explained in considerable detail the physical and mathematical inconsistency of the version of the Janus model published in 2014 by J. P. Petit and G. d'Agostini, namely:

J. P. Petit and G. d'Agostini, "Negative mass hypothesis in cosmology and the nature of dark energy", Astrophysics and Space Science, DOI 10.1007/s10509-014-2106-5;
J. P. Petit and G. d'Agostini, "Cosmological bimetric model with interacting positive and negative masses and two different speeds of light, in agreement with the observed acceleration of the Universe", Modern Physics Letters A, Vol. 29, No. 34 (2014), 145082.

A few months later (on 12 March 2019), I received a letter from J. P. Petit stating that he had now resolved the inconsistency (which I had pointed out) of the 2014 version of the Janus model in a new article:

Jean-Pierre Petit, Gilles D'Agostini and Nathalie Debergh [hereafter PDD19], "Physical and Mathematical Consistency of the Janus Cosmological Model (JCM)", Progress in Physics, 15, issue 1 (2019).

In his letter of 12 March 2019 (and in a subsequent email of 3 April 2019), J. P. Petit stated that he had corrected the inconsistency I had pointed out by "a slight modification of the right-hand sides of the Janus equations", and asked me to modify my document of 4 January 2019 in order to take his 2019 work into account. I replied to J. P. Petit in an email in April 2019, saying: "In your latest article, 'Physical and Mathematical Consistency of the JCM' (January 2019), you say that you have corrected the inconsistency (highlighted in my text) of the Janus model by 'a slight modification of the right-hand sides of the Janus equations'. But Sections 3 and 4 of your article, far from providing a well-defined derivation of a coherent modified theory, are mathematically inconsistent and lead, according to your article itself, to a mathematical-physical inconsistency."

Despite this reply, it seems that neither J. P. Petit nor his collaborators (nor several of his friends who have flooded me with registered letters in recent months) have appreciated the mathematical-physical inconsistency of the field equations published in their 2019 article. To clarify the situation, I discuss below in detail the serious inconsistencies of the 2019 version of the Janus model.

The basic equations defining the "Janus-2019 model" concern two metrics (with Lorentzian signatures $-+++$), $g^{+}_{\mu\nu}$ and $g^{-}_{\mu\nu}$, on the same four-dimensional manifold, and are Eqs. (40), (41) of PDD19:

$$\begin{aligned} w^{+}E^{+}_{\mu\nu} &= \chi\,(w^{+}T^{+}_{\mu\nu} + w^{-}\varphi T^{-}_{\mu\nu}) \\ w^{-}E^{-}_{\mu\nu} &= -\chi\,(w^{-}T^{-}_{\mu\nu} + w^{+}\varphi T^{+}_{\mu\nu}) \end{aligned} \quad (1)$$

Here $E^{\pm}_{\mu\nu} = E_{\mu\nu}(g^{\pm}) = R^{\pm}_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2}R^{\pm}g^{\pm}_{\mu\nu}$ denotes the Einstein tensor (of g^{+} or g^{-}); $w^{\pm} \equiv \sqrt{(-\det g^{\pm})}$; $\chi = +8\pi G/c^4$ (with my conventions); the two source tensors $T^{+}_{\mu\nu}$ and $T^{-}_{\mu\nu}$ are intended to represent, respectively, the energy-momentum of ordinary matter (said to have "positive mass") and that of a new type of matter, said to have "negative mass"; and finally φ denotes the "constant diagonal matrix"

$$\varphi = \mathrm{diag}[1, -1, -1, -1]. \quad (2)$$

The (standard) definitions of $T^{+}_{\mu\nu}$ (ensuring its tensorial conservation with respect to $g^{+}_{\mu\nu}$) and $T^{-}_{\mu\nu}$ (ensuring its tensorial conservation with respect to $g^{-}_{\mu\nu}$) are $w^{+}T^{+}_{\mu\nu} \equiv -2\delta S_{\mathrm{matter}+}/\delta g^{\mu\nu}{}_{+}$, and $w^{-}T^{-}_{\mu\nu} \equiv -2\delta S_{\mathrm{matter}-}/\delta g^{\mu\nu}{}_{-}$, where $S_{\mathrm{matter}+}$ denotes the action of ordinary matter and $S_{\mathrm{matter}-}$ the action of the so-called "negative-mass" matter.

Before even discussing the inconsistencies of Eqs. (1), I wish to point out that the structures appearing in the writing of the basic Janus-2019 action (Eqs. (30)-(31)) do not make sense mathematically and geometrically. Indeed, the central idea in defining a Janus model that can be

regarded as an extension of Einstein's General Relativity is to define field equations that are covariant under diffeomorphisms of the four-dimensional manifold on which $g^{+}_{\mu\nu}$ and $g^{-}_{\mu\nu}$ live. But this covariance condition is violently broken by the introduction (in Eq. (1)) of the "constant diagonal matrix" φ, Eq. (2). Moreover, the use of this matrix in the "derivation" of the field equations involves formal manipulations that are incomprehensible. Even if one forgets this "derivation" and looks only at the field equations, Eqs. (1), the fact that the constant matrix φ appears crucially in Eqs. (1) shows that these equations are not covariant under diffeomorphisms (and therefore have no geometrical or physical meaning).

Another mathematical inconsistency in the derivation of the field equations is contained in Eq. (39) of PDD19, namely

$$\delta g^{\mu\nu}{}_{-} = -\delta g^{\mu\nu}{}_{+}. \quad (3)$$

Indeed, this equation states that the two metrics cannot be varied independently. But if that is the case, variation of the action can yield only a single field equation, namely the difference between the two equations (1). Such a single field equation would then not define a system capable of determining the two metrics $g^{+}_{\mu\nu}$ and $g^{-}_{\mu\nu}$ from their two sources $T^{+}_{\mu\nu}$ and $T^{-}_{\mu\nu}$.

If one sets aside this inconsistency and studies the physical consequences of the two equations (1), one finds two further physical-mathematical inconsistencies.

A first new inconsistency concerns the basic idea of the Janus model (as defined in a Newtonian framework), namely that positive masses attract positive masses; negative masses attract negative masses; but positive and negative masses repel one another.

A particular consequence of this fundamental principle of the Janus model must therefore be that a negative-mass star, whose exterior is described, according to Eq. (21) of PDD19, by a Schwarzschild solution containing a negative mass (−m replacing +m), must attract nearby negative test masses. But in fact Eqs. (1) imply the opposite: negative test masses in the vicinity of a Schwarzschild solution with negative mass are repelled.

Indeed, if the second equation (1) is applied to a distribution of negative matter $T^{-}_{\mu\nu}$ (spatially separated from the distribution of ordinary matter $T^{+}_{\mu\nu}$, or, for simplicity, in the absence of ordinary matter), the Bianchi identity $\nabla^{-}_{\nu} E^{-\mu\nu} \equiv 0$, satisfied by the Einstein tensor $E^{-}_{\mu\nu}$, implies that $T^{-}_{\mu\nu}$ must satisfy the conservation law

$$\nabla^{-}_{\nu} T^{-\mu\nu} = 0. \quad (4)$$

This conservation law (with respect to the connection ∇^{-} of the metric $g^{-}_{\mu\nu}$) implies, as is well known, that a negative-mass test particle must follow a geodesic of the metric $g^{-}_{\mu\nu}$. In particular, a negative-mass test particle around a negative-mass Schwarzschild solution will be repelled, rather than attracted, by the negative central mass. We therefore have here a striking violation of one of the basic ideas of the Janus model. This shows that the two field equations (1) fail to give a relativistic description of the physical situation they are intended to describe.

Another inconsistency (this time purely mathematical) of Eqs. (1) appears when one considers the analogues of the Tolman-Oppenheimer-Volkoff equation giving the radial variation of the pressure of an ordinary-matter (positive) star. In my previous document ("On the 'Janus model' of J. P. Petit"), I pointed out that the Janus-2014 field equations (which differed from Eqs. (1) by not containing the matrix φ in their right-hand sides) yielded two equations for the radial pressure variation whose right-hand sides differed in sign. More precisely, Janus-2014 implied that the pressure had to satisfy (in the Newtonian limit) the two incompatible equations

$$p'^{+} = -G\rho^{+}M^{+}(r)/r^{2},$$
$$p'^{+} = +G\rho^{+}M^{+}(r)/r^{2}. \quad (5)$$

The authors of PDD19 believed that they had corrected this fundamental defect of the Janus theory by adding the matrix factor φ, Eq. (2), appearing in the right-hand sides of (1), whose effect is to change the sign of $p^{+}(r)$ in the second equation (5). It is true that this modification eliminates the violent contradiction between the two Newtonian equations (5), replacing them by the single (and correct) Newtonian structure equation

$$p'^{+} = -G\rho^{+}M^{+}(r)/r^{2}. \quad (6)$$

Starting from the Janus-2019 field equations, the analogues of the Tolman-Oppenheimer-Volkoff equations are obtained from Eqs. (1) by setting $T^{-}_{\mu\nu}$ to zero and solving the equations for the two metrics in a stationary, spherically symmetric case. These solutions were written in Eqs. (45), (46) of PDD19, namely (with $'$ = d/dr)

$$p'^{+} = -G(\rho^{+} + p^{+}/c^2)\,[M^{+}(r) + 4\pi p^{+} r^3/c^2] \,/\, [r(r - 2GM^{+}(r)/c^2)],$$

$$p'^{+} = -G(\rho^{+} - p^{+}/c^2)\,[M^{+}(r) - 4\pi p^{+} r^3/c^2] \,/\, [r(r + 2GM^{+}(r)/c^2)]. \quad (7)$$

Here $p^{+}(r)$ is the pressure (of ordinary matter), $\rho^{+}(r)$ its density, and $M^{+}(r) = 4\pi \int_0^r dr\, r^2 \rho^{+}(r)$ is the (positive) mass contained within radius r. Note that one passes from the first equation (7) to the second by the substitutions $p^{+} \to -p^{+}$ and $G \to -G$.

It is true that if one formally takes the Newtonian limit $1/c^2 \to 0$ in Eqs. (7), these two equations become compatible, because they both reduce to the single Newtonian structure equation (6).

But it is physically unacceptable to neglect the fact that the Janus-2019 model predicts that the radial pressure variation in an ordinary-matter star must satisfy two mutually incompatible equations. Indeed, if one considers, for example, a neutron star, the additional relativistic terms in (7), namely $\pm p^{+}/c^2$, $\pm 4\pi p^{+} r^3/c^2$, and $\pm 2GM^{+}(r)/c^2$, are numerically very significant (of order 10%) and conceptually very important because they greatly modify the value of the maximum mass of a neutron star. As recalled in Eq. (5), the analogues of Eqs. (7) in Janus-2014 had right-hand sides differing by about 200%. The modification introduced in Janus-2019 (geometrically undefined because it violates covariance) has merely formally reduced the difference between the right-hand sides from 200% to, say, about 20% (for a neutron star). This does not alter the fundamental mathematical inconsistency that the Janus-2019 model predicts that the radial pressure variation in an ordinary-matter star must satisfy two mathematically (and physically) incompatible equations.

CONCLUSION: The field equations of the 2019 version of the “Janus model”, Eqs. (1), have no logical derivation from a covariant variational principle and are mathematically and physically contradictory. Moreover, they predict (contrary to the basic idea of the Newtonian Janus model) that a negative central mass must repel the negative masses around it.

Footnote 1. Let us note in passing that the exact publication date of this article is unclear. Volume 1 is labelled “January 2019”. However, the last article in that volume, “Non-commutativity: Unusual View”, by Valeriy V. Dvoeglazov, is marked “Submitted on February 18, 2019”, which is strange for a volume formally published in January 2019. In any event, the first copy of this work that I received was sent to me by J. P. Petit on 12 March 2019.

Footnote 2. In fact, the solution given by Eq. (46) is not exact because the authors neglected the factor w^{+}/w^{-} in front of the term $\varphi T^{+}_{\mu\nu}$ in the equation for the metric $g^{-}_{\mu\nu}$. But the corrected version of Eq. (46) still implies a slightly modified form of the contradiction discussed below.

Incohérence Physique et Mathématique du "modèle Janus-2019" de J. P. Petit et coll.

Thibault Damour, IHES
12 décembre 2022

Dans le document "Sur le "modèle Janus" de J. P. Petit" (mis en ligne sur http://www.ihes.fr/˜damour le 4 Janvier 2019), j'avais expliqué en grand détail l'incohérence physique et mathématique de la version du modèle Janus publiée en 2014 par J. P. Petit and G. d'Agostini; c.a.d.

J. P. Petit. et G. d'Agostini, "Negative mass hypothesis in cosmology and the nature of dark energy", Astrophys. Space Sci DOI 10.1007/s10509-014-2106-5);

J. P. Petit, et G. d'Agostini, "Cosmological bimetric model with interacting positive and negative masses and two different speeds of light, in agreement with the observed acceleration of the Universe". Mod. Phys. Lett. A Vol. 29 (no 34) (2014) 145082.

Quelques mois plus tard (le 12 Mars 2019), j'ai reçu une lettre de J. P. Petit affirmant qu'il avait maintenant résolu l'incohérence (que j'avais signalée) de la version 2014 du modèle Janus dans un nouvel article:

Jean-Pierre Petit, Gilles D'Agostini and Nathalie Debergh [disons PDD19], " Physical and Mathematical Consistency of the Janus Cosmological Model (JCM)", Progress in Physics, **15**, issue 1, (2019) (http://www.ptep-online.com)[1]

Dans sa lettre du 12 mars 2019 (et dans un courriel ultérieur du 3 avril 2019) J. P. Petit affirmait qu'il avait corrigé l'incohérence que j'avais pointée du doigt par "une légère modification des seconds membres des équations Janus", et me demandait de modifier mon document du 4 janvier 2019 pour prendre en compte son travail de 2019. J'ai répondu à J. P. Petit dans un courriel d'avril 2019 en y disant que: "Dans votre dernier article, "Physical and Mathematical Consistency of the JCM" (January 2019), vous dites avoir corrigé l'incohérence (soulignée dans mon texte) du modèle Janus par "une légère modification des seconds membres des équations Janus". Mais, les sections 3 et 4 de votre article, loin de fournir une déduction bien définie d'une théorie modifiée cohérente, sont mathématiquement incohérentes, et conduisent, selon votre article lui-même, à une incohérence mathématico-physique."

Malgré cette réponse, il semble que ni J.P. Petit, ni ses collaborateurs (ni plusieurs de ses amis qui m'ont inondé de lettres recommandées ces derniers mois) n'ont apprécié l'incohérence mathématico-physique des équations de champ publiées dans leur article de 2019. Pour clarifier cette situation, je discute ci-dessous en détail les *graves incohérences* de la version 2019 du modèle Janus.

Les équations de base qui définissent "le modèle Janus-2019" concernent deux métriques (de signatures Lorentziennes $-+++$), $g^+_{\mu\nu}$ et $g^-_{\mu\nu}$, sur une même variété quadri-dimensionnelle, et sont (équations (40), (41) de PDD19):

$$\begin{aligned} w_+ E^+_{\mu\nu} &= \chi(w_+ T^+_{\mu\nu} + w_- \varphi T^-_{\mu\nu}) \,, \\ w_- E^-_{\mu\nu} &= -\chi(w_- T^-_{\mu\nu} + w_+ \varphi T^+_{\mu\nu}). \end{aligned} \tag{1}$$

Ici: $E^\pm_{\mu\nu} = E_{\mu\nu}(g_\pm) = R^\pm_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R^\pm g^\pm_{\mu\nu}$ dénote le tenseur d'Einstein (de g_+ ou g_-); $w_\pm \equiv \sqrt{-\det g_\pm}$; $\chi = +8\pi G/c^4$ (avec mes conventions); les deux tenseurs

[1]Notons en passant que la date exacte de publication de cet article n'est pas claire. Le volume 1 est étiqueté comme "January 2019". Cependant, le dernier article de ce volume, c.a.d."Non-commutativity: Unusual View", by Valeriy V. Dvoeglazov, est marqué comme " Submitted on February 18, 2019", ce qui est étrange pour un volume formellement publié en Janvier 2019. Quoiqu'il en soit, la première copie que j'ai reçue de ce travail m'a été envoyée par J. P. Petit le 12 mars 2019.

sources $T^+_{\mu\nu}$ et $T^-_{\mu\nu}$ sont censés représenter, respectivement, l'énergie-impulsion de la matière ordinaire (dite à "masse positive"), et d'une nouvelle matière, dite à "masse négative"; et finalement φ dénote la "matrice diagonale constante"

$$\varphi = \mathrm{diag}[1, -1, -1, -1] \,. \tag{2}$$

Les définitions (standard) de $T^+_{\mu\nu}$ (assurant sa conservation tensorielle par rapport à $g^+_{\mu\nu}$) et de $T^-_{\mu\nu}$ (assurant sa conservation tensorielle par rapport à $g^-_{\mu\nu}$) sont $w_+ T^+_{\mu\nu} \equiv -2\delta S_{\mathrm{matiere}+}/\delta g^{\mu\nu}_+$, et $w_- T^-_{\mu\nu} \equiv -2\delta S_{\mathrm{matiere}-}/\delta g^{\mu\nu}_-$, où $S_{\mathrm{matiere}+}$ dénote l'action de la matière ordinaire, et $S_{\mathrm{matiere}-}$ l'action de la matière dite à "masse négative".

Avant même de discuter les incohérences des Eqs. (1), je tiens à faire remarquer que les structures apparaissant dans l'écriture de l'action de base de Janus-2019 (Eqs. (30)-(31)) ne font pas sens du point de vue mathématique et géométrique. En effet, l'idée centrale de définir un modèle Janus qui puisse être considéré comme une extension de la Relativité générale d'Einstein est de définir des équations de champ qui soient *covariantes sous les difféomorphismes de la variété quadri-dimensionnelle* sur laquelle vivent $g^+_{\mu\nu}$ et $g^-_{\mu\nu}$. Mais, cette condition de covariance est violemment brisée par l'introduction (dans l'équ. (1)) de la " matrice diagonale constante" φ, (2). En outre, l'utilisation de cette matrice dans la "dérivation" des éqs de champ utilise des manipulations formelles qui sont incompréhensibles. Même si on oublie cette "dérivation" pour ne regarder que les éqs de champ, Eqs. (1), le fait que la matrice constante φ apparaisse de façon cruciale dans les éqs (1) montre que ces équations ne sont pas covariantes sous les difféomorphismes (et n'ont donc aucun sens géométrique ou physique).

Une autre incohérence mathématique de la dérivation des éqs de champ est contenue dans l'éq. (39) de PDD19, cad

$$\delta g^{\mu\nu}_- = -\delta g^{\mu\nu}_+ \,. \tag{3}$$

En effet, cette éq. affirme que les deux métriques ne peuvent pas être variées indépendamment. Mais, si c est le cas, la variation de l'action ne pourra donner qu'une seule éq. de champ, qui serait la différence des deux équations (1). Une telle unique éq. de champ ne définirait alors pas un système permettant de déterminer les deux métriques, $g^+_{\mu\nu}$ et $g^-_{\mu\nu}$, à partir de leurs deux sources $T^+_{\mu\nu}$ et $T^-_{\mu\nu}$.

Si on oublie cette incohérence, et si on étudie les conséquences physiques des deux équations (1), on va montrer que l'on obtient encore deux autres incohérences physico-mathématiques.

Une première nouvelle incohérence concerne l'idée de base du modèle Janus (tel qu'il a été défini dans un cadre newtonien), cad le fait que, dans ce modèle, *les masses positives attirent les masses positives; les masses négatives attirent les masses négatives, mais les masses positives et négatives se repoussent.*

Une conséquence particulière de ce principe fondamental du modèle Janus doit donc être qu'une étoile à masse négative, dont l'extérieur est décrit, d'après l'équ. (21) de PDD19, par une solution de Schwarzschild contenant une masse négative ($-m$ remplaçant $+m$) doit *attirer les masses d'épreuve négatives dans*

son voisinage. Mais en fait les éqs (1) impliquent le contraire: *les masses d'épreuve négatives dans le voisinage d'une solution de Schwarzschild ayant une masse négative sont repoussées.*

En effet, si l'on applique la deuxième équation (1) au cas d'une distribution de matière négative, $T^-_{\mu\nu}$ (spatialement séparée de la distribution de matière ordinaire $T^+_{\mu\nu}$, ou, pour simplifier, en absence de matière ordinaire), l'identité de Bianchi, $\nabla^\nu_- E^-_{\mu\nu} \equiv 0$, satisfaite par le tenseur d'Einstein, $E^-_{\mu\nu}$, implique que $T^-_{\mu\nu}$ doit satisfaire la loi de conservation

$$\nabla^\nu_- T^-_{\mu\nu} = 0\,. \tag{4}$$

Cette loi de conservation (par rapport à la connexion ∇_- de la métrique $g^-_{\mu\nu}$) implique, comme il est bien connu, qu'une particule d'épreuve à masse négative doit suivre une *géodésique* de la métrique $g^-_{\mu\nu}$. En particulier, une particule d'épreuve à masse négative autour d'une solution de Schwarzschild de masse négative, sera *repoussée*, et non attirée par la masse centrale négative. Nous avons donc ici une violation frappante d'une des idées de base du modèle Janus. Cela montre que les deux équations de champ (1) ne réussissent pas à donner une description relativiste de la situation physique qu'elles sont censées décrire.

Une autre incohérence (cette fois purement mathématique) des éqs. (1) apparait quand on considère les analogues de l'équation de Tolman-Oppenheimer-Volkoff donnant la variation radiale de la pression d'une étoile de matière ordinaire (positive). Dans mon document précédent ("Sur le "modèle Janus" de J. P. Petit"), j'avais pointé du doigt que les équations de champ de Janus-2014 (qui différaient des éqs. (1) en ne contenant pas la matrice φ dans les membres droits) donnaient deux équations pour la variation radiale de la pression dont les membres de droite différaient par leur signe. Plus précisément, Janus-2014 impliquait que la pression devait satisfaire (à la limite newtonienne) les deux équations incompatibles

$$\begin{aligned} p'_+ &= -G\rho_+ \frac{M_+(r)}{r^2}\,, \\ p'_+ &= +G\rho_+ \frac{M_+(r)}{r^2}\,. \end{aligned} \tag{5}$$

Les auteurs de PDD19 ont cru corriger ce défaut fondamental de la théorie Janus en rajoutant le facteur matriciel φ, Eq. (2), apparaissant dans les membres droits de (1), dont l' effet est de changer le signe de $p_+(r)$ dans la deuxième équation (5). Il est vrai que cette modification élimine la violente contradiction entre les deux équations newtoniennes (5), en les replaçant par l'unique (et correcte) équation de structure newtonienne

$$p'_+ = -G\rho_+ \frac{M_+(r)}{r^2}\,. \tag{6}$$

Quand on part des éqs de champ de Janus-2019, les analogues des équations de Tolman-Oppenheimer-Volkoff sont obtenues à partir des éqs. (1) en mettant $T^-_{\mu\nu}$ à zéro, et en résolvant les équations pour les deux métriques dans un cas

où la source $T^+_{\mu\nu}$ est stationnaire et à symétrie sphérique. Ces solutions ont été écrites[2] dans les éqs. (45), (46) de PDD19, c-a-d (avec $' = d/dr$)

$$\begin{aligned} p'_+ &= -G\left(\rho_+ + \frac{p_+}{c^2}\right)\frac{M_+(r) + 4\pi p_+ r^3/c^2}{r(r - 2GM_+(r)/c^2)}\,, \\ p'_+ &= -G\left(\rho_+ - \frac{p_+}{c^2}\right)\frac{M_+(r) - 4\pi p_+ r^3/c^2}{r(r + 2GM_+(r)/c^2)}\,, \end{aligned} \tag{7}$$

où $p_+(r)$ est la pression (de la matière ordinaire), $\rho_+(r)$ sa densité, et $M_+(r) = 4\pi\int_0^r drr^2\rho_+(r)$ est la masse (positive) contenue dans le rayon r. Notons que l'on passe de la première équation (7) à la seconde par les changements: $p_+ \to -p_+$ et $G \to -G$.

Il est vrai que si l'on prend formellement la limite newtonienne $\frac{1}{c^2} \to 0$ dans les équations (7), ces deux équations deviennent compatibles, car elles deviennent toutes deux identiques à l'unique équation de structure newtonienne (6).

Mais, il est physiquement inacceptable de négliger ainsi le fait que le modèle Janus-2019 prédit que *la variation radiale de la pression dans une étoile de matière ordinaire doit satisfaire deux équations incompatibles entre elles.* En effet, si l'on considère par exemple une étoile à neutrons, les termes relativistes supplémentaires dans (7), cad $\pm p_+/c^2$, $\pm 4\pi p_+ r^3/c^2$, et $\pm 2GM_+(r)/c^2$, sont numériquement très significatifs (de l'ordre de 10%), et conceptuellement très importants car ils modifient grandement la valeur de la masse maximum d'une étoile à neutrons. Comme il est rappelé dans l'éq. (5), les analogues des équations (7) dans Janus-2014 avaient des membres droits qui différaient d'environ 200%. La modification (géométriquement non-définie, car violant la covariance) introduite dans Janus-2019 a simplement formellement réduit la différence des membres de droite qui était de 200% à, disons, environ 20% (pour une étoile à neutrons). Cela ne change rien à l'incohérence mathématique fondamentale que le modèle Janus-2019 prédit que la variation radiale de la pression dans une étoile de matière ordinaire *doit satisfaire deux équations mathématiquement (et physiquement) incompatibles entre elles.*

CONCLUSION: Les équations de champ de la version 2019 du "modèle Janus", Eqs. (1), n'ont aucune dérivation logique d'un principe variationnel covariant, et sont mathématiquement et physiquement contradictoires. En outre, elles prédisent (contrairement à l'idée de base du modèle Janus newtonien) qu'une masse centrale négative doit repousser les masses négatives autour d'elle.

[2]En fait, la solution donnée par (46) n'est pas exacte car les auteurs on négligé le facteur w_+/w_- devant le terme $\varphi T^+_{\mu\nu}$ dans l'équation pour la métrique $g^-_{\mu\nu}$. Mais la version correcte de l'équation (46) implique toujours une forme légèrement modifiée de la contradiction discutée ci-dessous.