MAGNÉTODYNAMIQUE DES GAZ. — *Taux de croissance de l'instabilité électrothermique et paramètre de Hall critique dans les générateurs linéaires à cycle fermé lorsque la mobilité électronique est variable.* Note (*) de MM. **Jean-Pierre Petit** et **Jacques Valensi**, Correspondant de l'Académie.

L'équation de conservation de l'énergie dans le processus d'ionisation hors d'équilibre s'écrit, en négligeant les mécanismes radiatifs et la conduction de la chaleur dans le gaz d'électrons

$$\text{(1)} \qquad \left[\frac{d}{dt}(n_e \mathrm{U})\right]_{\vec{v}_e} = \frac{\sigma \mathrm{E}'^2}{1+\beta^2} - 3 n_e m_e k (\mathrm{T}_e - \mathrm{T}_g) \sum_{j \neq e} \frac{\nu_{ej}}{m_j} - n_e \mathrm{U} \nabla . \vec{v}_e - p_e \nabla . \vec{v}_e.$$

Reprenant le calcul effectué par P. Ricateau [1] et combinant cette équation avec l'équation de conservation du courant, il vient :

$$\text{(2)} \qquad \mathrm{U}\left(\frac{dn_e}{dt}\right)_{\vec{v}_\varphi} = \mathrm{Q},$$

où

$$\text{(3)} \qquad \mathrm{Q} = \frac{\sigma \mathrm{E}'^2}{1+\beta^2} - 3 n_e m_e k (\mathrm{T}_e - \mathrm{T}_g) \sum_{j \neq e} \frac{\nu_{ej}}{m_j}$$

et où $\vec{v}_\varphi$ est une vitesse de phase caractéristique donnée par

$$\text{(4)} \qquad \vec{v}_\varphi = \vec{u} - \frac{k\mathrm{T}_e}{\mathrm{U}}(\vec{v}_e - \vec{u}) = \vec{u} + \frac{k\mathrm{T}_e}{\mathrm{U}} \frac{\vec{\mathrm{J}}}{e n_e}.$$

Introduisons dans le plasma, supposé en état de régime établi ($\mathrm{Q} = 0$), une petite perturbation définie par les accroissements δn_e et $\delta \mathrm{T}_e$ de la densité et de la température électroniques supposées liées par la loi de Saha, et calculons l'accroissement correspondant de Q de façon à déterminer s'il y a croissance ou décroissance de la perturbation initiale. La loi de Saha nous donne

$$\text{(5)} \qquad \frac{\delta(\mathrm{T}_e - \mathrm{T}_g)}{\mathrm{T}_e - \mathrm{T}_g} = s \frac{\delta n_e}{n_e}, \qquad \text{où} \quad s = \frac{2k\mathrm{T}_e^2}{\mathrm{E}_i(\mathrm{T}_e - \mathrm{T}_g)} \frac{1}{1 + \dfrac{3k\mathrm{T}_e}{2\mathrm{E}_i}}.$$

La mobilité et l'angle de Hall varient et nous poserons

$$\text{(6)} \qquad \frac{\delta\mu}{\mu} = -f \frac{\delta n_e}{n_e}.$$

Soit OXYZ un trièdre de référence triorthogonal, le vecteur $\vec{\mathrm{B}}$ étant porté par OZ et OX faisant l'angle φ avec le vecteur $\vec{\mathrm{E}}'$, champ électrique vu par les électrons. Supposons les perturbations planes et se propageant suivant la direction OX, il vient $\mathrm{E}'y = \mathrm{Cte}$; $\mathrm{J}_x = \mathrm{Cte}$.

On trouve aisément

$$(7)\quad \frac{U}{1}\frac{\delta Q}{\delta n_e}=\frac{-\sigma E'^2}{n_e U\sqrt{1+\beta^2}}\left[\cos(2\varphi-\theta)+\frac{1+s}{\sqrt{1+\beta^2}}+f\cos\theta(1-\cos(2\varphi-2\theta))\right].$$

L'instabilité apparaîtra dans la direction $\varphi=\varphi_{cr}$ rendant la quantité entre crochets négative et maximale en valeur absolue. Posons

$$(8)\qquad \operatorname{tg}\psi=\frac{\beta^2(1+\beta^2-2f)}{(1-f)+\beta^2(1+f)}.$$

Il vient

$$(9)\qquad \varphi_{cr}=\frac{\psi}{2}+\frac{\pi}{2}$$

et

$$(9')\qquad g=\frac{\sigma E'^2}{n_e U(1+\beta^2)}\left[\frac{R}{1+\beta^2}-(1+f)-s\right],$$

où

$$(10)\qquad R=\sqrt{\beta^6+\beta^4(2+(1-f)^2)+\beta^2(1+2(1-f)^2)+(1-f)^2}.$$

Un calcul numérique montre que pour $0{,}2<f<1$ et β positif quelconque, la quantité entre crochets du second membre de (9′) peut s'écrire

$$(11)\qquad \frac{R}{1+\beta^2}-(1+f)-s\simeq\beta-1{,}935f-0{,}065-s.$$

Il vient, en posant

$$(12)\qquad \beta_{cr}=1{,}935f+0{,}065+s;$$

$$(13)\qquad g\simeq\frac{\sigma E'^2}{n_e U(1+\beta^2)}(\beta-\beta_{cr}).$$

Il en résulte qu'en régime purement coulombien, β_{cr} prend la forme

$$(14)\qquad \beta_{cr_{\setminus i}}=2+s,$$

tandis qu'à mobilité constante

$$(15)\qquad \beta_{cr_{\setminus n}}=(s^2+2s)^{\frac{1}{2}}.$$

Examinons maintenant la variation du taux de croissance g en fonction de la température T_e pour un T_g donné, en admettant que le plasma ait pu atteindre un état caractérisé par une valeur quelconque de $T_e>T_g$ à partir de l'équilibre, tout en demeurant constamment homogène.

Pour T_e voisin de T_g, le plasma est évidemment stable ($g<0$). La température T_e augmentant, le taux de croissance augmente et g, par conséquent, peut devenir positif, ce qui correspondrait à un état instable. Cependant, lorsque T_e aura dépassé un certain seuil, fonction, en particulier, du potentiel d'ionisation de la semence, les collisions coulombiennes deviendront prépondérantes et le taux de croissance peut redevenir négatif, ce qui correspondrait à un état stable.

Dans l'évolution réelle du plasma à partir de l'équilibre, les conditions favorables au développement de l'instabilité pourront donc se trouver réalisées dans un certain intervalle de T_e dont le franchissement ne sera possible que si le temps de relaxation d'ionisation est nettement plus faible que le temps caractéristique de développement de l'instabilité. Cette condition semble satisfaite dans les expériences à $T_g = 4\,000^\circ K$ dont il a été déjà rendu compte ici (²).

D'ailleurs, dans ce cas, le facteur de Hall calculé en supposant le plasma homogène est inférieur au β_{cr} donné par (15). Par contre, pour $T_g = 3\,000^\circ K$ la théorie donne un taux de croissance positif.

Par conséquent, il y a lieu de penser que l'instabilité pourra être rencontrée pour T_g voisin de $3\,000^\circ K$. Il est cependant possible que les mécanismes d'échanges d'énergie (rayonnement et conduction), qui ont été négligés dans le calcul, retardent le développement de l'instabilité.

(*) Séance du 11 août 1969.

(¹) P. Ricateau, *Revue Inst. Fr. du Pétrole*, juillet-août 1967, p. 1201-1236.

(²) J. P. Petit, J. Valensi, D. Dufresne et J. P. Caressa, *Comptes rendus*, 268, série A, 1969, p. 245.

(*Institut de Mécanique des Fluides de l'Université d'Aix-Marseille, 1, rue Honnorat, 13-Marseille, 3e, Bouches-du-Rhône.*)