

DYNAMIQUE DES PLASMAS. — *Étude théorique de la variation des paramètres aérodynamiques d'un écoulement supersonique d'argon ionisé soumis à des forces de Laplace accélératrices.* Note (\*) de MM. **BERNARD FORESTIER**, **BERNARD FONTAINE**, **PHILIPPE BOURNOT** et **PAUL PARRAUD**, transmise par M. Jacques Valensi.

Cette étude entreprise en vue d'analyser les résultats expérimentaux présentés dans une Note précédente (1) a été réalisée en supposant l'écoulement stationnaire, unidimensionnel, non visqueux et en équilibre thermodynamique. Les transferts de chaleur et les pertes radiatives ont été négligés ainsi que l'effet Hall ( $\beta^2 = 0,03$ ). L'étude est applicable au cas où les champs magnétique et électrique appliqués sont constants. Eu égard à la valeur du nombre de Reynolds magnétique  $R_m \simeq 1,5$ , il a été tenu compte du champ magnétique induit, cependant, pour utiliser la formulation de J. Pain (2), on l'a supposé fonction linéaire de  $x$  seul.

Une première étude a montré qu'étant donné l'intensité de l'interaction les variations de température et de pression à la sortie de la zone d'interaction pouvaient être telles que les effets de gaz réels devaient être pris en compte. Dans ces conditions, l'interaction obéit aux équations suivantes :

$$\begin{aligned} \rho u v z &= \text{Cte} = m && \text{Conservation de la masse;} \\ \rho u \frac{du}{dx} + \frac{dp}{dx} - jB &= 0 && \text{Conservation de la quantité de mouvement;} \\ \rho u \frac{d}{dx} \left( \frac{u^2}{2} + \Pi \right) - jE &= 0 && \text{Conservation de l'énergie;} \\ j &= \sigma (E - uB) && \text{Loi d'Ohm;} \\ \rho &= (n_e + n_n) m_n && \text{Masse spécifique;} \\ p &= (n_a + 2n_e) kT && \text{Loi d'état;} \\ \frac{n_e^2}{n_n} &= 2 \left[ 4 + 2 \exp \left( - \frac{2060}{T} \right) \right] \left( \frac{2m_e kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} && \\ &\quad \times \exp \left( \frac{-182900}{T} \right) && \text{Loi de Saha;} \\ \frac{dB}{dx} &= -\mu j && \text{Loi d'Ampère;} \\ n_i &= n_e && \text{Neutralité du plasma (une seule ionisation);} \\ \gamma &= z = \text{Cte} && \text{Section constante.} \end{aligned}$$

Il vient, d'autre part (2),

$$\int_0^L jB dx = \frac{B_a I_t}{z} \quad \text{et} \quad \int_0^L jE dx = \frac{EI_t}{z} \quad (\text{électrodes équipotentielles}),$$

où  $I_t$  représente l'intensité totale traversant la zone d'interaction.

Les équations du système précédent peuvent être ainsi intégrées sur la longueur totale de la zone d'interaction en éliminant  $j$  et  $\sigma$  et faisant apparaître les deux coefficients adimensionnels dont dépend l'interaction, soit

$$k = \frac{E}{u_0 B_a} \quad (\text{facteur de charge}) \quad \text{et} \quad J = \frac{B_a I_L}{m u_0 z} \quad (\text{paramètre d'interaction}).$$

Ces deux coefficients sont physiquement reliés par la loi d'Ohm, mais ils sont mesurables séparément dans chaque expérience et ces valeurs mesu-

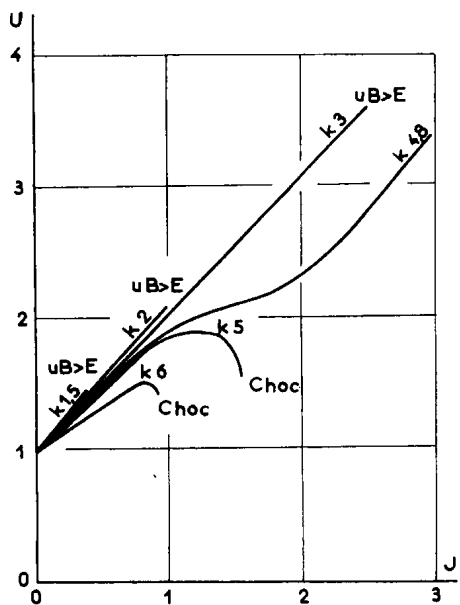


Fig. 1.

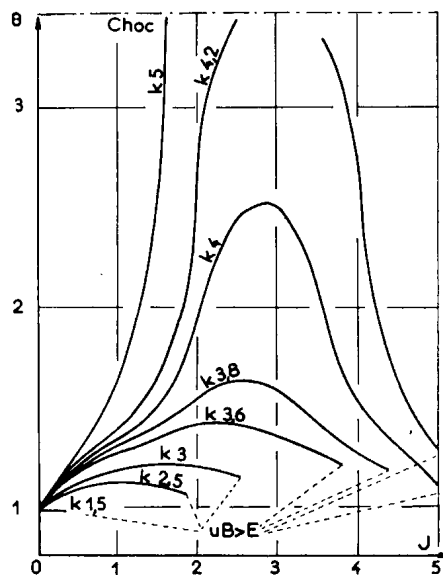


Fig. 2.

rées doivent permettre, une fois introduites dans les équations, de déterminer la valeur théorique correspondante de toutes les grandeurs caractéristiques de l'écoulement en sortie de la zone d'interaction.

A cet effet, le système d'équation précédent est écrit comme suit, sous forme adimensionnelle :

$$\begin{aligned} (N_a + N_e) U &= 1 + \frac{u_{c0}}{u_{a0}}, \\ U^2 - 1 + \frac{2H_0}{u_0^2} (\chi - 1) - 2kJ &= 0, \\ U - 1 + \frac{p_0}{\rho_0 u_0^2} (P - 1) - J &= 0, \\ P &= \frac{kn_{a0}}{p_0} T_0 \theta (N_a + 2N_e), \\ \chi &= \frac{RT_0}{H_0} \left[ \left[ 2,5\theta + \frac{1,62 \cdot 10^6}{T_0} \exp\left(-\frac{135\,000}{T_0 \theta}\right) \right] \frac{N_a}{N_a + N_e} + \left( 5\theta + \frac{182\,900}{T_0 \theta} \right) \frac{N_e}{N_a + N_e} \right], \\ \frac{N_e^2}{N_m} &= 9,59 \cdot 10^2 \frac{T_0^{\frac{3}{2}}}{n_{a0}} \left[ 2 + \exp\left(-\frac{2\,060}{T_0 \theta}\right) \right] \theta^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{182\,900}{T_0 \theta}\right). \end{aligned}$$

La solution de ce système ne dépend plus que des valeurs de  $k$  et  $I$  et des données initiales. La résolution a été obtenue sur ordinateur avec les données initiales suivantes à l'entrée de la tuyère :

$$\begin{aligned} T_0 &= 10\,700^\circ\text{K}, & \rho_0 &= 1,32 \cdot 10^{-2} \text{ kgm}^{-3}, & p_0 &= 0,316 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \\ u_0 &= 3\,520 \text{ ms}^{-1}, & H_0 &= 8,8 \cdot 10^6 \text{ J}, & u_{e0} &= 1,44 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}, \\ & & n_{a0} &= 18,54 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}. \end{aligned}$$

Au cours de l'exploitation numérique du système on a fixé au domaine de variation des paramètres  $k$  et  $I$  des limites, basées sur des considé-

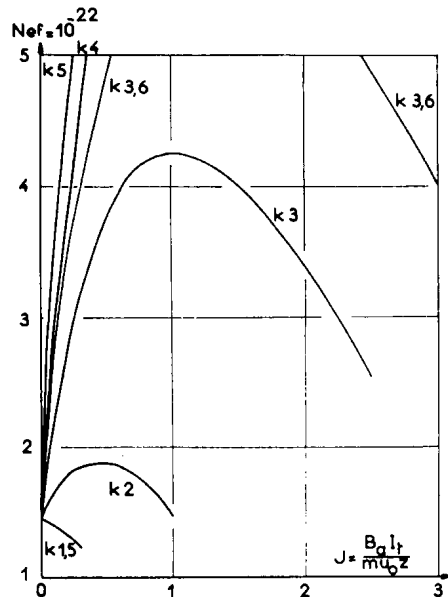


Fig. 3.

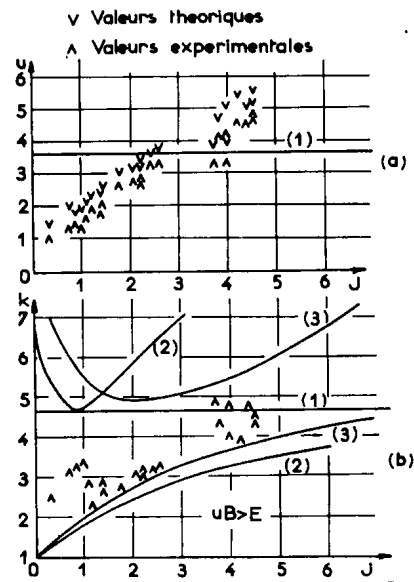


Fig. 4.

rations d'ordre physique : une première condition concerne le sens imposé du courant,  $j > 0$ , ce qui conduit aux deux conditions découlant de l'écriture de la loi d'Ohm à l'entrée et à la sortie de la zone d'interaction, soit

$$E - u_0 B_0 > 0, \quad \text{ou} \quad k > 1 + \frac{\mu m u_0 J}{2 B_a^2}$$

et

$$E - u_s B_s > 0, \quad \text{ou} \quad k > u \left( 1 - \frac{\mu m u_0 J}{2 B_a^2} \right).$$

De plus, les équations n'étant plus valables dès qu'apparaît une discontinuité (choc) dans la tuyère, le calcul est arrêté aussitôt que l'écoulement devient sonique en sortie de la zone d'interaction.

Le rapport des vitesses et des températures entre la sortie et l'entrée de la zone d'interaction ainsi que la densité électronique à la sortie de la zone d'interaction, sont représentés en fonction de  $J$ , à  $k$  constant, sur les figures 1, 2 et 3. La figure 4a permet la comparaison entre les

valeurs expérimentales <sup>(1)</sup> et les valeurs théoriques du rapport des vitesses; les valeurs expérimentales de  $k$  et  $J$  figurent sur la figure 4 *b*. On a représenté sur cette figure le domaine  $(k, I)$  utile, ainsi qu'il est délimité, soit par les courbes frontières (indice 1) définies par E. L. Resler et W. R. Sears <sup>(2)</sup> par un calcul négligeant le champ magnétique induit ainsi que les effets de gaz réels, soit par les courbes frontières (indice 2) déterminées d'après un calcul tenant compte du champ magnétique induit mais négligeant les effets de gaz réels, soit enfin, par le calcul présenté ici (indice 3).

A l'étude théorique de E. Resler et W. R. Sears, correspond une valeur limite maximale (limite 1 de la figure 4 *a*), pour le rapport des vitesses, égale à  $\gamma/(\gamma - 1)$ , limite qui n'apparaît plus lorsque l'on tient compte des effets du champ magnétique induit et de gaz réels. Il faut toutefois remarquer que les paramètres  $k$  et  $I$  étant reliés par la loi d'Ohm, il est impossible de déterminer théoriquement par le procédé présenté ici les performances limites d'un tel accélérateur à électrodes équipotentielles. Cela ne pourra être fait qu'en tenant compte de l'évolution des caractéristiques de l'écoulement à l'intérieur de la zone d'interaction, ainsi que de l'évolution de la conductivité, dont la valeur peut être influencée par un chauffage préférentiel des électrons.

(\*) Séance du 1<sup>er</sup> juin 1970.

(1) B. FONTAINE, B. FORESTIER et J. BOUESC, *Comptes rendus*, 270, série B, 1970, p. 93.

(2) J. PAIN (Imperial College, Londres), *Thèse de Doctorat*, Marseille, février 1967.

(3) E. L. RESLER et W. R. SEARS, *J. Aerospace Sc.*, 25, 1958, p. 235.

(Institut de Mécanique des Fluides  
de l'Université d'Aix-Marseille,  
1, rue Honnorat,  
13-Marseille, 3<sup>e</sup>, Bouches-du-Rhône.)