Jean-Pierre PETIT
Chargé de Recherche
au CNRS
10 rue du Félibre Gaut
13100 Aix en Provence
Consultant au GEPAN
CNES-Toulouse. 18 av
E.Belin 31055 Toulouse

PERSPECTIVES EN MAGNETOHYDRODYNAMIQUE

AERODYNES MAGNETOHYDRODYNAMIQUES
CONVERSION MHD HORS D'EQUILIBRE.

SOMMAIRE :

AVERTISSEMENT pages 2 à 7

I GENERALITES SUR LES PLASMAS HORS D'EQUILIBRE pages 8 à 40

Température. Etat. d'équilibre thermodynamiques
sections efficaces de collision. Fréquence de collision.
temps de relaxation. Ionisation non thermique. effet Hall
instabilité de Vélikhov.

II RESULTATS DE CALCUL : pp. 41 à 54

Densité électronique hors d'équilibre; performances des
accélérateurs MHD.

III AERODYNES MAGNETOHYDRODYNAMIQUES

L'onde de choc. Les effets de l'onde de choc. Expériences
en analogie hydraulique. Vers des expériences dans les gaz.
Première géométrie sphérique. L'accélérateur pariétal.
Une autre géométrie sphérique. Géométrie disque. Centrifugeus
Accélérateur pariétal et ionisation. Accélérateurs à inducti
Accélérateur à modulation d'ionisation. Problèmes de
confinement spécifiques au gaz. L'effet Hall. Solution
pour confiner à la paroi. Combinaison du confinement
pariétal et du confinement latéral. Zone de confinement.
Autres méthodes de contrôle de l'ionisation.

IV AERODYNES MHD. EVALUATION TECHNOLOGIQUE.

Généralités sur la propulsion MHD. Elements de calcul.
Aérodynes à induction. Projets d'expériences.

V CONVERSION MHD, GENERATEURS, APPLICATIONS INDUSTRIELLES :

Température. Etat. d'équilibre thermodynamiques
sections efficaces de collision. Fréquence de collision.
temps de relaxation. Ionisation non thermique. effet Hall
instabilité de Vélikhov.

II RESULTATS DE CALCUL : pp. 41 à 54

Densité électronique hors d'équilibre; performances des
accélérateurs MHD.

III AERODYNES MAGNETOHYDRODYNAMIQUES

L'onde de choc. Les effets de l'onde de choc. Expériences

AVERTISSEMENT :

Ce rapport était bien difficile à constituer. En effet, en fonction des demandes qui avaient été faites, il devait correspondre à trois types de lecteurs :

- Des non spécialistes désirant se faire une idée sur la situation actuelle de la MHD
- Des spécialistes souhaitant dégager rapidement les quelques idées originales présentes.
- Des chercheurs débutants souhaitant s'initier à ces questions.

Dans la mesure du possible on a effectué un découpage de l'exposé qui permette au lecteur d'une de ces trois catégories de s'y repérer.

- Des non spécialistes désirant se faire une idée sur la situation actuelle de la MHD
- Des spécialistes souhaitant dégager rapidement les quelques idées originales présentes.
- Des chercheurs débutants souhaitant s'initier à ces questions.

Dans la mesure du possible on a effectué un découpage de l'exposé qui permette au lecteur d'une de ces trois catégories de s'y repérer.

I INTRODUCTION :

La MHD comporte deux volets. Dans l'un on cherche à transformer de l'énergie cinétique, thermique, en électricité, sans pièces mobiles. C'est le domaine de la conversion directe de l'énergie par la MHD.

Dans l'autre on accélérera un fluide (ou on le ralentira) à l'aide des forces de Laplace $\vec{J} \times \vec{B}$.

Si les gaz, à la température ordinaire, étaient aussi conducteurs que l'eau salée, la MHD ferait depuis longtemps partie de notre vie de tous les jours.

Hélas ils ne sont des conducteurs acceptables que portés à des milliers de degrés. D'où toute une suite d'ennuis qui retardent l'entrée de la MHD dans notre monde technologique.

CONVERSION MHD :

Un convertisseur MHD est avant toute chose une enceinte où circule un gaz animé d'une vitesse V et possédant une température T . Ce gaz coupe les lignes de force d'un champ magnétique et se trouve alors sollicité par un champ électromoteur $\vec{V} \times \vec{B}$.

En MKSA la vitesse est en mètres par seconde et le champ en teslas. Avec une vitesse, disons, de mille mètres par seconde, et un champ d'un Tesla, on a un champ de mille volts par mètre., ce qui n'est pas considérable.

La loi d'OHM dans le gaz s'écrit :

$$J = \sigma E$$

Où J est la densité de courant et E le champ électrique. Sigma est la conductivité électrique, qui s'exprime en mhos par mètre.

L'énergie cinétique, thermique, en électricité, sans pièces mobiles. C'est le domaine de la conversion directe de l'énergie par la MHD.

Dans l'autre on accélérera un fluide (ou on le ralentira) à l'aide des forces de Laplace $\vec{J} \times \vec{B}$.

Si les gaz, à la température ordinaire, étaient aussi conducteurs que l'eau salée, la MHD ferait depuis longtemps partie de notre vie de tous les jours.

Hélas ils ne sont des conducteurs acceptables que portés à des milliers de degrés. D'où toute une suite d'ennuis qui retardent l'entrée de la MHD dans notre monde technologique.

Si J est trop faible, la longueur L risque d'être prohibitive.

Second point : le rendement électrique. Lorsqu'on couple un alternateur sur une turbine, les conducteurs métalliques de cette machine sont faits du matériau ayant la plus faible résistance possible. Ceci pour avoir un bon rendement :

$$\eta = \frac{\text{résistance extérieure}}{\text{résistance extérieure plus résistance intérieure}}$$

Si la résistance intérieure est trop forte, ce rendement sera mauvais.

On souhaite donc disposer d'un gaz ayant la conductivité électrique la plus élevée possible. Ceci dépend de plusieurs facteurs et sera analysé dans la partie du rapport spécialement dévolue à la conversion MHD.

On cherchera, entre autre, à avoir une vitesse V élevée (convertisseur travaillant en supersonique). Cette vitesse, relativement limitée dans le cas des tuyères en fonctionnement continu, pourra être un facteur déterminant dans le cas des générateurs à explosifs.

Onensemencera le gaz avec une substance à faible potentiel d'ionisation: Césium ou Sodium.

Dans les cas particulier des cycles fermés on pourra rechercher un fonctionnement hors d'équilibre thermodynamique ($T_e > T_g$). Dans ce cas la conductivité électrique dépendra de la densité de courant J , laquelle se calculera alors à l'aide d'une itération :

$$J = \sigma(J) \cdot E$$

La conductivité électrique croitra alors avec le champ électromoteur VB D'où l'intérêt de travailler à forte vitesse V et à fort champ B (configuration de Hall). On se heurtera alors au problème de l'instabilité d'ionisation (instabilité de Velikhov). Nous pensons dans ce document apporter à ce sujet des idées nouvelles, qui seront exposées dans la partie consacrée

Les petits aimants permanents accollés donnaient dans la tuyère prismatique un champ d'environ mille gauss. Le bateau était relié à un générateur de courant continu donnant vingt ampères sous trente volts (600 Watts). Les 20 ampères se distribuaient sur 20 cm^2 de surface d'électrode. Ce qui correspondait à une densité de courant de 10^4 ampères par mètre carré. Le champ valant 0.1 Tesla (un tesla = 10^4 gauss), JB valait 1000 New/m^3 .
Calculons la poussée de ce moteur. Le volume de la tuyère est de 20 cm^3 , soit $2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$.

Pourquoi un rendement aussi faible ?

C'est simple, on peut faire une analogie avec une hélice de bateau.

Dans laquelle J serait le nombre de tours et B le pas de l'hélice.

A la limite si $B = 0$ c'est équivalent à une hélice tournant furieusement dans de l'eau, à pas nul.

Il se trouve que $B = 0.1$ est un "pas" ridicule. Notre moteur MHD chauffe beaucoup plus l'eau qu'il ne l'accélère.

On peut écrire :

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{\rho J}{B v}} = \frac{J B v}{J B v + \rho J^2}$$

Où ρ est la résistivité de l'eau (salée). Donnée sur laquelle on ne peut agir.

On voit que l'accroissement de B entraîne une montée du rendement.

A JB (poussée) égale, il faut B fort et J faible.

Quelle valeur du "pas", du champ magnétique, donnerait un rendement propulsif acceptable ?

Donnons à B une valeur 300 fois plus élevée : 30 Teslas.

Au delà, cela ne serait plus compatible avec des impératifs de résistance des matériaux. Avec un bon dessin de carène la vitesse pourrait croître dans la même proportion, soit atteindre 30 m/s.

La puissance consacrée à la propulsion serait alors multipliée par 100.000 et le rendement atteindrait 0.5

Le jour où des champs d'un million de Gauss (100 teslas) pourraient être installés sur les engins navigant, la propulsion MHD deviendra intéressante.

QUID DES GAZ ?

Le gaz le plus intéressant est évidemment l'air. On l'accélèrera toujours en situation de non équilibre thermodynamique ($T_e > T_g$).

A l'équilibre, dans les conditions normales de température et de pression, sa conductivité électrique serait beaucoup trop faible.

Il est nécessaire d'élever la température électronique à une valeur où commenceront à apparaître des collisions inélastiques, génératrices de pertes radiatives. Le rendement s'écrira donc :

$$\eta = \frac{JBv}{JBv + \rho J^2 + \text{pertes radiatives}}$$

Les pertes radiatives croissent très vite avec la température électronique. On introduira plus tard un coefficient de perte δ qui représente le rapport pertes par collisions inélastiques/effet Joule. Au delà de 7000°K ce coefficient se met à grimper de telle manière que l'accélérateur n'est plus qu'une lampe !

. Nous sommes donc limités en T_e , donc en densité de courant J . Si nous voulons avoir des JB forts et des rendements de propulsion élevés il faut travailler avec des B élevés.

A la pression atmosphérique l'effet Halla n'apparaît que vers $B = 4$ teslas. Avec des champs de 10 à 30 teslas, physiquement envisageables, il faudrait concevoir des machines à effet Hall. Par ailleurs ces systèmes seraient alors très sensibles à l'instabilité de Velikhov. C'est dans ce domaine que nous pensons apporter des idées nouvelles, tant sur le plan théorique que sur le plan expérimental. Ceci sera détaillé dans la partie du rapport consacrée aux accélérateurs MHD.

CHAPITRE I : GENERALITES SUR LES PLASMAS
HORS EQUILIBRE

Ce chapitre n'intéressera pas le spécialiste. Il est spécialement conçu pour les étudiants devant participer au travail théorique et expérimental. Ces quelques pages sont une initiation aux thèmes fondamentaux.

UNE REMARQUE PRELIMINAIRE : L'ouvrage de base dans ce domaine est d'après nous " ENGINEERING MAGNETOHYDRODYNAMICS " de SUTTON et SHERMAN chez Mac GRAW HILL.

I.1) LA TEMPERATURE :

Un gaz est constitué de molécules ou d'atomes, de masse m . Ces objets sont animés d'une vitesse appelée vitesse d'agitation thermique V , et l'énergie cinétique correspondante est $\frac{1}{2} m V^2$.

Commençons par considérer un gaz constitué d'éléments ayant tous même masse. Les vecteurs vitesse d'agitation sont "distribués" dans toutes les directions. Les intensités des vitesses instantanées d'agitation thermiques sont également distribuées. Si on en faisait la statistique on obtiendrait une courbe en cloche :

On peut aussi imaginer que l'on puisse calculer dans un élément de gaz la valeur moyenne de ce $\frac{1}{2} m V^2$ d'agitation thermique.

On identifie cette quantité à la température dans le gaz, à travers :

$$\frac{3}{2} kT = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle$$

Ce qui permet de définir une température par espèce composant le mélange. La température n'étant que la mesure de la valeur moyenne de l'énergie cinétique d'agitation d'une molécule, dans la population considérée.

I.1 ETAT D'EQUILIBRE THERMODYNAMIQUE :

Lorsqu'on laisse un mélange gazeux livré à lui même pendant...un certain temps, comme dirait Fernand Reynaud, il se place en situation d'équilibre thermodynamique. Tous les gradients de température s'annulent, et les températures prennent une valeur commune T_g . Les fonctions de distributions deviennent par ailleurs maxwelliennes. Soit pour l'espèce s la forme :

$$f_s(u_s, v_s, w_s) = n_s \left(\frac{m_s}{2\pi k T_g} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_s (u_s^2 + v_s^2 + w_s^2)}{2 k T_g}}$$

Fonction de Maxwell Boltzmann

Les collisions "randomisent" les distributions, pour employer cet anglicisme barbare. Des échanges d'énergie se font dans les collisions, et tout ceci mène à l'équipartition de l'énergie et à une situation d'entropie maximale.

Un mélange de gaz intéressant est celui où il existe des électrons libres. Un proton est 1850 fois plus lourd qu'un électron. La masse moléculaire de l'air étant 29, la molécule d'air est 29 x 1850 fois plus lourde que l'électron. Soit un rapport de 53.650

Un plasma, ou gaz contenant des électrons libres en quantité appréciable, est donc au départ un mélange de deux espèces très dissemblables en masse.

Considérons de l'air à température T, en état d'équilibre thermodynamique. La température électronique T_e est égale à la température gaz T_g

Un plasma d'air est donc assimilable à un ensemble d'objets lourds, les molécules ou les ions, pratiquement immobiles les uns par rapport aux autres, environnés d'électrons agités comme des abeilles affollées.

Des collisions se produisent, entre électrons, entre électrons et lourds, entre lourds. Mais d'abord qu'appelle-t-on collision ?

Le mot évoque une rencontre physique entre deux objets matériels, telles des boules de billard. Ce modèle est peut-être valable dans le cas de l'interaction lourd-lourd, mais il se prêterait mal à décrire une interaction électronique par exemple (forces en $1/r^2$).

Si l'on voulait plus de rigueur il faudrait entamer une approche à travers la théorie cinétique des mélanges, ce qu'on pourra trouver par exemple dans l'ouvrage de Chapman et Cowling (Cambridge University Press) intitulé " the mathematical theory of non uniform gases".

On serait alors amené à décrire le système par une suite d'équations intégrodifférentielles de Boltzmann, toutes couplées entre elles. La solution serait recherchée par une approche à l'aide d'un développement en série de fonction, celles-ci étant les fonctions propres des opérateurs de collision.

Qui dit fonction propre dit valeur propre. Soit un type de collision représenté par une force en $1/r^v$, attractive.

Une particule de type p arrive sur une particule de type q avec une vitesse relative v.

B est le paramètre d'impact : plus petite distance à laquelle passerait p de q si l'interaction n'existait pas.

Celle ci a la dimension d'une surface. Et on lui donne le nom de section efficace de collision. On remplace alors le modèle collisionnel en $1/r^v$ par une sorte de modèle "tout ou rien".

$$\text{Posant : } \pi b_0^2 = Q$$

On considère que si $b < b_0$ il y a collision. Si $b > b_0$ on considère que l'interaction n'a pas lieu. Ceci pour évaluer plus aisément ce qu'on appellera une fréquence de collision.

Cette section efficace $Q_{pq}(V)$ dépend de la vitesse relative des deux éléments.

On distinguera trois types d'interaction dans les plasmas. Dans le cas de collisions lourds-lourds le modèle boules de billard sera retenu. Auquel cas point besoin de faire cette intégration. La donnée est directement celle de la section de collision.

L'interaction électron ion est de type Coulombien, en $1/r^2$:

L'interaction électron atome va être précisée à l'aide du modèle oi après :

Le champ créé par l'électron est en $1/r^2$, donc l sera en $1/r^2$.
On sait par ailleurs que le champ d'un dipôle de moment $e \times \vec{r}$ est en $1/r^3$. La force résultante sera donc en $1/r^5$. Elle est attractive.

A partir de lois de force en $1/r^\gamma$ on peut calculer la forme de la section efficace de collision.

Dans le cas de l'interaction coulombienne ($\gamma = 2$), la section efficace est en $1/v^4$.

Dans le cas en $1/r^5$ (interaction diélectrique maxwellienne), la section est en $1/r$.

I.3 FREQUENCE DE COLLISION :

Nous sommes donc passés de ces modèles à loi de force en $1/r^\gamma$ à des modèles "tout ou rien", ou "boules de billard". Ils vont nous permettre de calculer le nombre de collisions subies par une particule d'une espèce p avec les particules de l'espace q .

La particule d'espèce p se ballade à vitesse V , en emmenant avec elle sa section efficace de collision. Pendant un temps dt elle parcourt $V dt$ mètre et balaie $Q_{pq} V dt$ mètres cubes, dans lesquels se trouvent

$$n_q Q_{pq} V_p dt$$

particules de l'espace q .

La fréquence de collision est donc :

$$V_{pq}(V_p) = n_q Q_{pq}(V_p) V_p$$

Dans la pratique on confond :

$$\langle v_{pq} \rangle = \frac{1}{n_p} \int v_{pq}(v_p) f_p v_p n_q d^3v_q$$

avec $v_{pq}(\langle v_p \rangle)$.

ceci au prix d'une erreur minime.

$\langle v_p \rangle$ est la vitesse moyenne d'agitation dans l'espèce p. Si T_p est la température associée à l'espèce p, celle ci est :

$$\langle v_p \rangle = \sqrt{\frac{8kT_p}{\pi m_p}}$$

Nous pourrions donc définir des fréquences de collision :

$$\left| \begin{array}{l} \nu_{ee} = \nu_{ee}(\langle v_e \rangle) \text{ électron-électron} \\ \nu_{ei} = \nu_{ei}(\langle v_e \rangle) \text{ électron-ion} \\ \nu_{en} = \nu_{en}(\langle v_e \rangle) \text{ électron-neutre} \\ \nu_{ss} = \nu_{ss}(\langle v_s \rangle) \text{ lourd-lourd} \end{array} \right.$$

Quels sont les effets de ces collisions ?

Toute collision rend la distribution de la vitesse aléatoire. Toute anisotropie de la vitesse se trouve ainsi redistribuée aux quatre vents

Cette redistribution du vecteur vitesse, du point de vue angulaire, est aussi appelée "thermalisation".

I.4 TEMPS DE RELAXATION :

Cette notion est essentielle.

Premier problème : considérons un volume de gaz assez petit, dans un état quelconque du point de vue de la distribution des vitesses.

La vitesse globale est nulle (ce qui veut dire que l'élément de gaz est au repos) et l'énergie totale de l'élément est fixée. Ce qui veut dire qu'il est isolé.

La distribution de la vitesse n'est pas maxwellienne. Il y a par exemple une irrégularité quelconque :

Les collisions vont raboter ces irrégularités, et la fonction va reprendre sa forme maxwellienne, stable, correspondant à l'équilibre thermodynamique :

Les deux distributions figurées sur la page précédentes correspondent à une même densité et une même énergie d'agitation thermique :

$$\left(\begin{array}{l} n = \int f(\vec{v}) d_3V \\ \frac{3}{2} kT = \frac{1}{n} \int \frac{1}{2} m v^2 f(\vec{v}) d_3V \end{array} \right.$$

Ce qui diffère, c'est l'entropie :

$$S = -k \int f \log f d_3V$$

Le passage d'une courbe à l'autre se traduit par l'évolution :

La fréquence de collision est au départ l'inverse du temps de relaxation de la fonction de distribution.

Considérons maintenant un mélange de deux espèces p et q, telles que $m_p = m_q$. Ces deux espèces sont à des températures différentes T_p et T_q .

Le temps de relaxation lié au phénomène d'équipartition de l'énergie sera le même que le temps $\tau = 1/\nu$ de retour à une situation maxwellienne.

Ainsi considérons un couple constitué par une population de neutres et une population d'ions. Le temps de relaxation (T_i et $T_n \rightarrow T_g$) sera $\frac{1}{\nu_{in}}$

Prenons maintenant un mélange constitué d'éléments de masses dissemblables :

$$m_p \neq m_q$$

Supposons que les éléments q soient les plus lourds.

L'égalisation des températures se fera en un temps égal à

$$\frac{2m_q}{m_p} \times \tau_{pq}$$

Supposons que les particules p soient les électrons et les q les ions ou les neutres. Le temps de relaxation de retour à $T_e = T_i = T_n = T_g$ sera cinquante mille fois plus long que les temps caractéristiques de retour vers des états maxwelliens.

Cet aspect permettra d'observer des écarts $T_e - T_g$ importants.

I.5 L'IONISATION :

Commençons par l'ionisation "naturelle", c'est à dire d'origine thermique. A une température T, dans un gaz, les molécules s'entrechoquent les unes les autres. Il existe, dans la distribution de la vitesse, une "queue" de molécules rapides :

Ces molécules véhiculent une énergie cinétique supérieure ou égale à l'énergie nécessaire pour arracher un électron lié à un atome ou à une molécule.

Encore faut il que la collision se présente bien. Il existe là encore une section efficace d'ionisation, assez faible.

Pour une densité donnée n , et une température donnée T on peut calculer le nombre moyen de collisions ionisantes dans un volume donné de gaz. Inversement, les électrons libres tendent à retourner sur les atomes ou molécules ionisés :

On peut, là aussi, calculer le nombre de captures par seconde qui pourraient se produire dans un gaz constitué d'un mélange de neutres, d'ions et d'électrons.

Un état de régime s'établit. Avec un taux, ou degré d'ionisation d'équilibre tel que :

$$n_e = \alpha n_m$$

A la température ordinaire, et dans toute la gamme des températures

FIGURE 6.1 Electron density in high-temperature air. P_0 = atmospheric pressure. (By permission of the American Institute of Physics)

On reproduit ici la valeur des potentiels d'ionisation de gaz ou de vapeurs métalliques :

Table 6.3 Molecular Weight and Ionization Potentials

Gas	Molecular weight	Ionization potential, ev	
		I	II
<i>Noble gases</i>			
Helium.....	4.03	24.46	54.14
Neon.....	21.83	21.47	40.9
Argon.....	39.4	15.68	27.76
Krypton.....	83.7	13.93	26.4
Xenon.....	130.2	12.08	21.1
<i>Common gases</i>			
H.....	1.008	13.53	.
H ₂	2.016	15.6	.
N.....	14.008	14.48	29.47
N ₂	28.016	15.51	
O.....	16.000	13.55	34.93
O ₂	32.000	15.51	
CO.....	28.01	14.1	
CO ₂	44.02	14.4	
NO.....	30.008	9.5	
<i>Metal vapors (atoms)</i>			
Lithium.....	6.940	5.363	75.26
Sodium.....	23.00	5.12	47.06
Aluminum.....	26.97	5.96	18.74
Potassium.....	39.10	4.318	31.66
Calcium.....	40.8	6.09	11.82
Rubidium.....	85.48	4.16	27.36
Cesium.....	132.91	3.87	14.8
Barium.....	137.36	5.19	9.95
Mercury.....	200.61	10.39	18.65

From *Handbook of Chemistry and Physics*, 33d ed., Chemical Rubber Publishing Company, Cleveland, Ohio, 1951.

I.6 L'IONISATION NON THERMIQUE :

Appliquons un champ électrique sur un gaz contenant quelques électrons libres. Le champ va agir sur ceux-ci et sur les ions, et leur communiquer de l'énergie. Cet apport d'énergie se fera sur chaque libre parcours électronique ou ionique.

La force s'exerçant sur ces particules chargées est eE
Pendant un temps t la particule de masse m va parcourir $L = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2$
Et le travail fourni sera :

$$W = \frac{1}{2} \frac{(eE)^2}{m} t^2$$

Dans le même temps un électron gagnera 50.000 fois plus d'énergie qu'un ion. L'apport énergétique se fera donc essentiellement au niveau des électrons.

Les collisions vont ensuite "thermaliser" ces électrons. C'est à dire que le gain de vitesse acquis sur un libre parcours va être redistribué aléatoirement dans toutes les directions. Il en sera de même pour la vitesse faible acquise par l'ion. Les collisions électron-lourds sont spécialement efficaces pour assurer cette thermalisation. En effet il suffit d'une seule collision, statistiquement pour que l'électron accéléré "ne se souvienne plus de l'accélération qu'il a subi". On traduirait cela en disant que le coefficient de persistance de la vitesse de l'électron dans sa collision avec un lourd est nul. Ceci aura son importance quand on parlera de l'effet Hall.

Dans le cas de collisions mutuelles entre électrons ce coef serait de 0.4. Ce gain de vitesse des électrons va donc être converti en température. Et la température électronique va monter.

Les collisions épongeent cependant une partie de cette énergie. Mais nous avons vu que le transfert entre particules de masses très dissemblables

Un exemple est le tube fluorescent. Basse pression : donc libre parcours moyen élevé, et forte température électronique, plusieurs dizaines de milliers de degrés.

La fonction de distribution du gaz va se déplacer vers les plus hautes vitesses. Il faut garder en tête qu'un doublement de la vitesse d'agitation représente un quadruplement de la température électronique.

Le nombre des électrons ayant une énergie égale ou supérieure à l'énergie d'ionisation est représenté par l'aire hachurée. Ce nombre va croître. Le chauffage électronique va entraîner un relèvement du taux d'ionisation. Plus précisément, les électrons chauffés vont donner naissance à des électrons secondaires, eux mêmes susceptibles d'être accélérés et de donner lieu à de nouvelles ionisations. Ce phénomène est appelé l'avalanche électronique. Un état de régime va bien entendu apparaître. Dont le bilan est le suivant :
Le champ communique essentiellement de l'énergie aux électrons. Ceux-ci,

A partir d'une certaine température électronique, les collisions inélastiques se feront fréquentes. Celle-ci mettront en vibration les molécules, en rotation. Il se produira une désexcitation spontanée, radiative. D'où une perte supplémentaire. Le régime du plasma sera différent suivant que ces radiations sont piégées ou non. On pourra raisonner en termes de libre parcours moyen des photons émis. Si celui-ci est faible devant la dimension de l'ensemble, il y aura piègeage.

La question essentielle est de savoir comment calculer cet état de régime du plasma hors d'équilibre. Nous envisagerons plus loin comment calculer la densité électronique d'un plasma à température électronique T_e .

L'action du ~~champ~~ champ E se traduit par le passage d'un courant J . Le travail de cette force électrique correspond à la puissance $\vec{J} \cdot \vec{E}$. C'est cette puissance qui sera communiquée aux lourds par collisions, ou évacuée radiativement.

L'énergie moyenne de l'électron est $3/2 kT_e$

A chaque collision il rétrocedera :

$$\frac{3}{2} k (T_e - T_g) \times \frac{2 m_e}{m_s}$$

Il y a n_s électrons par unité de volume. Et la fréquence de collision est ν_{es} , avec les particules lourdes d'espèce s . Ce qui représente un transfert d'énergie par collisions élastiques de :

$$\frac{3}{2} k (T_e - T_g) \times \frac{2 m_e}{m_s} \times n_e \times \nu_{es}$$

On peut tenir compte globalement des pertes par radiation en introduisant dans le calcul un coef de pertes $\delta \geq 1$.

FIGURE 5.6 Energy loss of electrons with maxwellian velocity distribution with various gases. (Data compiled by H. Massey and J. D. Craggs, *Handbuch der Physik*, 37/1, pp. 314-415, 1959.)

Coef de pertes par collisions inélastiques.

On voit que ce coef est important pour des molécules polyatomiques comme le gaz carbonique. En 1967 nous avons fait des expériences de conversion sur des plasmas hors équilibre. Un mélange He-A (70 % Hélium et 30% Argon) permettait à un générateur MHD à tube à choc de fonctionner à une température de 6000°K, et l'extraction de puissance était de l'ordre de 1000 watts. Il était clair que ceci n'aurait pas été possible si ce mélange

Cette remarque montre qu'il est impossible d'envisager un fonctionnement en régime d'ionisation hors d'équilibre dans des gaz de combustion, du fait de la forte proportion du CO₂ présent.

I.7 LES REGIMES DE FONCTIONNEMENT

Tout à l'heure nous avons distingué des collisions électron ions et électron neutres. Les section efficaces de collision sont fort dissemblables.

En gros $Q_{ei} = 10^4 Q_{en}$

Ecrivons la fréquence de collision totale électronique :

$$\nu_e = \nu_e (n_i Q_{ei} + n_n Q_{en})$$

$$\nu_e = \nu_e n_n (\alpha Q_{ei} + Q_{en})$$

Cette remarque montre qu'il est impossible d'envisager un fonctionnement

I.8 LE CALCUL DE LA DENSITE ELECTRONIQUE :

Lorsque le plasma est en régime d'équilibre n_e se calcule à l'aide de la LOI DE SAHA.

$$\frac{n_e n_i}{n_n} = A T^{3/2} e^{-\frac{E_i}{kT}}$$

Où A est une constante dépendant du gaz, et faisant intervenir les fonctions de partition.

Dans les gaz de conversion, on utilise une semence comme source d'électrons. En général Césium ou Sodium.

Densité électronique hors d'équilibre.

L'ionisation, à l'équilibre ou hors d'équilibre, procède par collisions. Nous avons vu que les lourds pouvaient être considérés comme quasi immobiles. Seule leur densité compte. Leur vitesse d'agitation peut être négligée. Nous avons donc un mélange qui peut être schématisé de la manière suivante. Des électrons sont à une température T_e à laquelle correspond une vitesse d'agitation :

$$\langle V_e \rangle = \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}}$$

Il s'évoluent au milieu de lourds, de densité n_s , assimilés à des cibles immobiles.

$$\frac{n_e n_i}{n_n} = A T^{3/2} e^{-\frac{E_i}{kT}}$$

Où A est une constante dépendant du gaz, et faisant intervenir les fonctions de partition.

Dans les gaz de conversion, on utilise une semence comme source

I.9 CONDUCTIVITE ELECTRIQUE :

La théorie précise de la conduction électronique dans un gaz, à l'équilibre ou hors d'équilibre, est un problème complexe. Dans les calculs d'évaluation qui vont être faits on utilisera la formule :

$$\sigma_s = \frac{n_e e^2}{m_e \langle v_e \rangle \sum \left(Q_{en} n_n + \frac{Q_{ei} n_i}{0,582 \pi} \right)}$$

Qui nous donnera la conductivité électrique scalaire.

Il existe aussi des tables où la conductivité électrique scalaire de l'air est toute calculée, et qu'on pourra utiliser en le retouchant pour tenir compte de l'effet d'hors équilibre.

I.10 EFFET HALL :

Lorsqu'un champ magnétique est présent, il influe sur la trajectoire des électrons, au long de leur libre parcours. Ces trajectoires deviennent des arcs de cycloïde.

Lorsqu'un électron se déplace dans un champ magnétique transversal il tourne avec une gyrofréquence $\omega_e = \frac{eB}{m_e}$

Or toutes les T secondes il entre en collision avec un lourd. Nous avons

$$\sigma_s = \frac{n_e e^2}{m_e \langle v_e \rangle \sum \left(Q_{en} n_n + \frac{Q_{ei} n_i}{0,582 \pi} \right)}$$

Qui nous donnera la conductivité électrique scalaire.

Il existe aussi des tables où la conductivité électrique scalaire de l'air est toute calculée, et qu'on pourra utiliser en le retouchant

Mais on aura une vision schématique valable de l'effet Hall si on considère que les collisions se produisent toutes les secondes :

La description plus correcte de l'effet Hall pourra être trouvée dans les ouvrages théoriques précités. Toujours est-il que cet effet entraîne l'apparition d'un courant transversal $J \perp$.

Soit E le champ électrique et B le champ magnétique transversal. Le courant fera avec E un angle θ tel que

Mais on aura une vision schématique valable de l'effet Hall si on considère que les collisions se produisent toutes les secondes :

Le paramètre de Hall se trouve être le rapport entre la gyrofréquence ω_c et la fréquence de collision.

Si $\beta \ll 1$ cet effet Hall sera négligeable.

Concrètement on basera les calculs sur l'expression :

$$\vec{J} = \sigma_S \begin{vmatrix} \frac{1}{1+\beta^2} & \frac{-\beta}{1+\beta^2} \\ \frac{\beta}{1+\beta^2} & \frac{1}{1+\beta^2} \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} J_{||} = \sigma \frac{E_x}{1+\beta^2} - \frac{\sigma \beta E_y}{1+\beta^2} \\ J_{\perp} = \frac{\sigma \beta E_x}{1+\beta^2} + \frac{\sigma E_y}{1+\beta^2} \end{cases}$$

La conductivité indiquées est la conductivité électrique scalaire. Dans l'équation du gaz d'électron, chaque membre est égal à la puissance dissipée dans le plasma.

$$P_e \text{ (Watts/m}^3\text{)} = \vec{J} \cdot \vec{E}$$

En exprimant J à l'aide de l'expression ci dessus on voit que

$$\vec{J} = \sigma_S \begin{vmatrix} \frac{1}{1+\beta^2} & \frac{-\beta}{1+\beta^2} \\ \frac{\beta}{1+\beta^2} & \frac{1}{1+\beta^2} \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} J_{||} = \sigma \frac{E_x}{1+\beta^2} - \frac{\sigma \beta E_y}{1+\beta^2} \end{cases}$$

I.11 MODE DE CALCUL DU REGIME PLASMA :

L'équation de l'énergie dans le gaz d'électrons s'écrit :

$$\frac{\sigma E^2}{1 + \beta^2} = 3 n_e m_e k (T_e - T_g) \sum_{s \neq e} \frac{\delta_s v_{es}}{m_s}$$

$$\left| \begin{array}{l} n_e \equiv n_e(T_e) \\ \sigma \equiv \sigma(T_e) \\ \beta \equiv \beta(T_e) \\ v_{es} \equiv v_{es}(T_e) \end{array} \right.$$

L'équation donnant T_e pour un champ E et un champ B donnés implique une itération. Mais le plus simple est de se donner T_e et de calculer les conditions électriques (champ E) qui assurent une telle température électronique.

Bien sûr, tous les paramètres varient en conséquence. La conductivité électronique, la densité électronique, le paramètre de Hall, etc...

On sait l'importance des collisions électron-ions. Lorsque le plasma devient coulombien, la fréquence de collision grimpe brutalement :

$$\frac{\sigma E^2}{1 + \beta^2} = 3 n_e m_e k (T_e - T_g) \sum_{s \neq e} \frac{\delta_s v_{es}}{m_s}$$

$$\left| \begin{array}{l} n_e \equiv n_e(T_e) \\ \sigma \equiv \sigma(T_e) \\ \beta \equiv \beta(T_e) \\ v_{es} \equiv v_{es}(T_e) \end{array} \right.$$

L'équation donnant T_e pour un champ E et un champ B donnés implique une itération. Mais le plus simple est de se donner T_e et de calculer

I.12 INSTABILITE DE VELIKHOV :

Nous allons maintenant détailler cette partie car elle ne se trouve pas en général dans les manuels. Sa description est absente des ouvrages cités.

La conductivité électronique peut être mise sous la forme

$$\sigma = \mu_e e n_e$$

Où μ_e est la mobilité électronique.

Soit $\vec{V}_e$ la vitesse électronique macroscopique (la vitesse de dérive du gaz d'électron à travers les bords. Ceci par opposition à la vitesse d'agitation électronique $\vec{v}_e$)

On notera que
$$\vec{J}_e = n_e e \vec{V}_e$$

En négligeant le rayonnement et la conduction de la chaleur dans le gaz d'électrons l'équation de l'énergie peut s'écrire :

$$\left[\frac{d}{dt} [n_e U] \right]_{\vec{V}_e} = \frac{\sigma E_x^2}{1 + \beta^2} - 3 n_e m_e k (T_e - T_g) \sum_{s \neq e} \frac{V_{es}}{m_s}$$

$$- n_e U \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_e - P_e \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_e$$

$\vec{E}_x$ = champ électrique apparent.

$$U = E_i + \frac{3}{2} k T_e$$

$$\sigma = \mu_e e n_e$$

Où μ_e est la mobilité électronique.

Soit $\vec{V}_e$ la vitesse électronique macroscopique (la vitesse de dérive du gaz d'électron à travers les bords. Ceci par opposition à la vitesse d'agitation électronique $\vec{v}_e$)

On notera que
$$\vec{J}_e = n_e e \vec{V}_e$$

En négligeant le rayonnement et la conduction de la chaleur dans le

Si l'on suppose que les ions sont animés de la même vitesse que les atomes du gaz porteur, le caractère conservatif du courant s'écrira :

$$\nabla \cdot [n_e (\vec{v}_e - \vec{u})] = [(\vec{v}_e - \vec{u}) \cdot \vec{\nabla}] n_e + n_e \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_e = 0$$

$\vec{u}$ = vitesse du gaz

si l'on pose :

$$Q = \frac{\sigma E_*^2}{1 + \beta^2} - 3 n_e k (T_e - T_g) \sum_{s \neq e} \frac{m_e v_{es}}{m_s}$$

l'équation de l'énergie devient :

$$n_e \left(\frac{dU}{dt} \right)_{\vec{v}_\varphi} + U \left[\frac{\partial}{\partial t} + \left(\vec{u} - \frac{k T_e}{U} (\vec{v}_e - \vec{u}) \right) \cdot \vec{\nabla} \right] n_e = 0$$

c'est à dire :

$$U \left(\frac{dn_e}{dt} \right)_{\vec{v}_\varphi} = Q$$

où $\vec{v}_\varphi$ est la vitesse de phase caractéristique donnée par :

$\vec{u}$ = vitesse du gaz

si l'on pose :

$$Q = \frac{\sigma E_*^2}{1 + \beta^2} - 3 n_e k (T_e - T_g) \sum_{s \neq e} \frac{m_e v_{es}}{m_s}$$

l'équation de l'énergie devient :

Nous allons examiner le second membre Q pour savoir s'il existe une croissance ou une décroissance d'une perturbation initiale dans la direction de propagation.

Le paramètre de Hall est : $\beta = \mu B$

La variation de la mobilité électronique due à la variation de la densité électronique, se traduit par la relation :

$$\frac{\delta \mu}{\mu} = - f \frac{\delta n_e}{n_e} \quad \left(f = - \frac{\partial \log \mu}{\partial \log n_e} \right)$$

A l'état de régime nous aurons l'égalité suivante :

$$\frac{\sigma E_*^2}{1 + \beta^2} = 3 n_e m_e k (T_e - T_g) \sum_{s \neq e} \frac{v_{es}}{m_s} = A$$

En ne prenant qu'une espèce s :

$$\delta Q = A \left[\frac{\delta E_*^2}{E_*^2} - \frac{\delta (T_e - T_g)}{T_e - T_g} - \frac{2f}{1 + \beta^2} \frac{\delta n_e}{n_e} \right]$$

différencions la loi de SAHA :

$$\frac{\delta (T_e - T_g)}{T_e - T_g} = s \frac{\delta n_e}{n_e}$$

Ce qui revient à supposer que les fluctuations de densité et de température électronique sont en phase.

densité électronique, se traduit par la relation :

$$\frac{\delta \mu}{\mu} = - f \frac{\delta n_e}{n_e} \quad \left(f = - \frac{\partial \log \mu}{\partial \log n_e} \right)$$

A l'état de régime nous aurons l'égalité suivante :

$$\frac{\sigma E_*^2}{1 + \beta^2} = 3 n_e m_e k (T_e - T_g) \sum_{s \neq e} \frac{v_{es}}{m_s} = A$$

En ne prenant qu'une espèce s :

Considérons une perturbation parallèle à $\vec{B}$ et se déplaçant suivant une direction quelconque. Appellons φ l'angle ($\vec{E}_* , \vec{u}$)

$$\vec{J} = \sigma \begin{vmatrix} \frac{1}{1+\beta^2} & \frac{-\beta}{1+\beta^2} \\ \frac{\beta}{1+\beta^2} & \frac{1}{1+\beta^2} \end{vmatrix} \vec{E}_*$$

Si B et u ne sont pas affectés par la perturbation (ce qui revient à dire que le phénomène n'est pas de nature magnéto acoustique), on aura :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_* = 0$$

$\vec{u} \parallel \vec{J}$

En tenant compte de ce que :

$$\left| \begin{array}{l} E_x^* = E^* \cos \varphi \\ J_x = \sigma E_x^* \cos \theta \cos (\theta - \varphi) \\ \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \beta^2}} \end{array} \right.$$

il vient aisément :

$$\frac{1}{U} \frac{\delta Q}{\delta ne} = \frac{-\sigma E_x^2}{U ne \sqrt{1 + \beta^2}} \left[\cos(2\varphi - \theta) + \frac{1 + \Delta}{\sqrt{1 + \beta^2}} + \Sigma f \right]$$

où : $\Sigma = \cos \theta (1 - \cos(2\varphi - \theta))$

Σ étant toujours positif, on démontre ainsi que les collisions coulombiennes ont toujours un effet stabilisant.

Posons :

$$H = \cos(2\varphi - \theta) + f \cos \theta [1 - \cos(2\varphi - \theta)]$$

Les plans d'onde critique sont obtenus pour H minimum, c'est à dire pour

$$\begin{aligned} & (1 + \beta^2) [H \sqrt{1 + \beta^2} - f] \\ & = [(1 - f) + \beta^2 (1 + f)] \cos 2\varphi + \beta (1 + \beta^2 - 2f) \sin 2\varphi \\ & \quad \left| \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \beta^2}} \right. \end{aligned}$$

il vient aisément :

$$\frac{1}{U} \frac{\delta Q}{\delta ne} = \frac{-\sigma E_x^2}{U ne \sqrt{1 + \beta^2}} \left[\cos(2\varphi - \theta) + \frac{1 + \Delta}{\sqrt{1 + \beta^2}} + \Sigma f \right]$$

où : $\Sigma = \cos \theta (1 - \cos(2\varphi - \theta))$

La condition $\sqrt{a^2 + b^2} \cos(2\varphi - \psi)$ minimum
 donne les plans d'onde, c'est à dire pour :

$$\varphi_{cr} = \frac{\psi}{2} + \frac{\pi}{2}$$

avec $\operatorname{tg} \psi = \frac{\beta(1 + \beta^2 - 2f)}{(1-f) + \beta^2(1+f)}$

on a alors :

$$H = \frac{f}{\sqrt{1+\beta^2}} - \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{(1+\beta^2)^{3/2}}$$

où $\sqrt{a^2 + b^2} =$

$$\sqrt{\beta^6 + \beta^4(2 + (1-f)^2) + \beta^2(1 + 2(1-f)^2) + (1-f)^2}$$

Soit g le taux de croissance de la perturbation. Il s'écrit :

$$g = \frac{\sigma E^*{}^2}{n_0 \pi (1+\beta^2)} \left[\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{1+\beta^2} - (1+f) - 1 \right]$$

avec $\operatorname{tg} \psi = \frac{\beta(1 + \beta^2 - 2f)}{(1-f) + \beta^2(1+f)}$

on a alors :

$$H = \frac{f}{\sqrt{1+\beta^2}} - \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{(1+\beta^2)^{3/2}}$$

Posons :

$$A = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{1 + \beta^2} - (1 + f)$$

Il vient :

$$g = \frac{\sigma E^*^2}{meU(1 + \beta^2)} [A - 1]$$

Le passage en situation instable s'effectuant pour $A = 1$

La valeur critique du paramètre de Hall est celle qui satisfait la dernière équation. Traçons le diagramme $A(\beta, f)$

$$g = \frac{\sigma E^*^2}{meU(1 + \beta^2)} [A - 1]$$

Le passage en situation instable s'effectuant pour $A = 1$

La valeur critique du paramètre de Hall est celle qui satisfait la dernière équation. Traçons le diagramme $A(\beta, f)$

Si on se limite à $f \geq 0,2$, β obéit assez bien à la relation empirique :

$$\beta \approx 1,935 f - 0,065$$

Ce qui donne aussitôt :

$$\beta_{cr} = 1,935 f + 0,065 + 1$$

et :

$$g = \frac{\sigma E_*^2}{m_e U (1 + \beta^2)} (\beta - \beta_{cr})$$

En régime coulombien :

$$\langle Q_{ei} \rangle \sim \frac{1}{T_e^2} \quad \langle \epsilon \rangle \sim \sqrt{T_e}$$

$$f = 1 - \frac{3}{2} \frac{dT_e/T_e}{dn_e/n_e} = \frac{1 - \frac{3}{2} \frac{kT_e}{E_i}}{1 + \frac{3}{2} \frac{kT_e}{E_i}}$$

si $\frac{kT_e}{E_i} \ll 1$ $f \sim 1$ il vient :

Ce qui donne aussitôt :

$$\beta_{cr} = 1,935 f + 0,065 + 1$$

et :

$$g = \frac{\sigma E_*^2}{m_e U (1 + \beta^2)} (\beta - \beta_{cr})$$

En régime non coulombien
(plasma faiblement ionisé) il vient :

$$\beta_{cr} = (\Delta^2 + 2\Delta)^{1/2}$$

Le taux de croissance de l'instabilité est :

$$\tau_{ins} = \frac{n_e U (1 + \beta^2)}{\sigma E_*^2 (\beta - \beta_{cr})}$$

si $kT_e \ll E_i$ ceci s'écrit :

$$\tau_{ins} = \frac{n_e E_i}{P_e} \frac{1}{(\beta - \beta_{cr})}$$

Dans cette analyse on a négligé les pertes radiatives, dues aux collisions inélastiques avec les molécules. Dans l'air, pour T_e compris entre 3000° et 8000° ces pertes sont loin d'être négligeables. ($\delta \approx 4$)

Cette valeur du coefficient de perte signifie que les collisions élastiques ne représentent que le quart de la puissance électrique consommée. On peut grossièrement tenir compte de ceci en remplaçant P_e par P_e/δ ce qui multiplie τ_{ins} par 4.

Mais cela ne change pas son ordre de grandeur.

De toute manière le phénomène radiatif est stabilisant, surtout si la longueur d'onde d'émission réabsorption est proche de la dimension caractéristique de l'instabilité. En règle générale, tout phénomène dissipatif est stabilisant.

La planche ci après donne les valeurs de $\tau_{ins}(P_e, T_e)$ dans l'air ainsi que du paramètre de Hall Critique :

Le potentiel d'ionisation mis en jeu ici est celui de NO (9.5 eV) puisqu'aux températures envisagées c'est ce constituant de l'air qui est si $kT_e \ll E_i$ ceci s'écrit :

$$\tau_{ins} = \frac{n_e E_i}{P_e} \frac{1}{(\beta - \beta_{cr})}$$

Dans cette analyse on a négligé les pertes radiatives, dues aux collisions inélastiques avec les molécules. Dans l'air, pour T_e compris entre 3000° et 8000° ces pertes sont loin d'être négligeables. ($\delta \approx 4$)

CHAPITRE II : RESULTATS DE CALCULS :

Ce chapitre contient des résultats de calculs d'évaluation portant sur l'air. Ils ont été faits pour servir de guide à des projets d'expérimentation portant sur les aérodynes MHD. Projets qui seront l'objet du chapitre suivant.

Air.

Densité électronique hors d'équilibre. $T_g = 300 \text{ }^\circ\text{K}$

Taux d'ionisation.

n_e / m^3

n_e / m^3

Conductivité électrique scalaire en mhos/m et fréquence de collision :

Coefficient de pertes par collisions inélastiques :

Air $T_g = 300^\circ\text{K}$ $n_e(p_g, T_e) / \text{m}^3$

T_e	3000	4000	5000	6000	7000	8000
$p=1$	$4,5 \cdot 10^{17}$	$7 \cdot 10^{19}$	$1,5 \cdot 10^{21}$	$1,5 \cdot 10^{22}$	$7,5 \cdot 10^{22}$	$2 \cdot 10^{23}$
10^{-1}	$2 \cdot 10^{17}$	$2,7 \cdot 10^{19}$	$4 \cdot 10^{20}$	$2,6 \cdot 10^{21}$	10^{22}	$2,7 \cdot 10^{22}$
10^{-2}	$6 \cdot 10^{16}$	$5 \cdot 10^{18}$	$8 \cdot 10^{19}$	$6 \cdot 10^{20}$	$2,3 \cdot 10^{21}$	$8 \cdot 10^{21}$
10^{-3}	$1,7 \cdot 10^{16}$	$1,5 \cdot 10^{18}$	$1,7 \cdot 10^{19}$	$1,6 \cdot 10^{20}$	$6 \cdot 10^{20}$	$1,7 \cdot 10^{21}$
10^{-4}	$< 10^{16}$	$1,7 \cdot 10^{17}$	$2,5 \cdot 10^{18}$	$2,5 \cdot 10^{19}$	$1,5 \cdot 10^{20}$	$5,5 \cdot 10^{20}$

Conductivité électrique scalaire en mhos/m $\sigma(p_g, T_e)$ Air

T_e K	3000	4000	5000	6000	7000	8000
$p=1$	0,02	1,4	23	140	370	500
10^{-1}	0,05	3	45	200	450	630
10^{-2}	0,13	8	85	330	550	800
$p=1$	$4,5 \cdot 10^{17}$	$7 \cdot 10^{19}$	$1,5 \cdot 10^{21}$	$1,5 \cdot 10^{22}$	$7,5 \cdot 10^{22}$	$2 \cdot 10^{23}$
10^{-1}	$2 \cdot 10^{17}$	$2,7 \cdot 10^{19}$	$4 \cdot 10^{20}$	$2,6 \cdot 10^{21}$	10^{22}	$2,7 \cdot 10^{22}$
10^{-2}	$6 \cdot 10^{16}$	$5 \cdot 10^{18}$	$8 \cdot 10^{19}$	$6 \cdot 10^{20}$	$2,3 \cdot 10^{21}$	$8 \cdot 10^{21}$
10^{-3}	$1,7 \cdot 10^{16}$	$1,5 \cdot 10^{18}$	$1,7 \cdot 10^{19}$	$1,6 \cdot 10^{20}$	$6 \cdot 10^{20}$	$1,7 \cdot 10^{21}$
10^{-4}	$< 10^{16}$	$1,7 \cdot 10^{17}$	$2,5 \cdot 10^{18}$	$2,5 \cdot 10^{19}$	$1,5 \cdot 10^{20}$	$5,5 \cdot 10^{20}$

Air $T_g=300^\circ\text{K}$ Fréquence de collision électron-lourds $\nu_e(p_g, T_e)$

T_e °K	3000	4000	5000	6000	7000	8000
$p=1$	$6.39 \cdot 10^{11}$	$1.42 \cdot 10^{12}$	$1.84 \cdot 10^{12}$	$3.04 \cdot 10^{12}$	$5.72 \cdot 10^{12}$	$1.13 \cdot 10^{13}$
$p=10^{-1}$	$1.136 \cdot 10^{11}$	$2.55 \cdot 10^{11}$	$2.58 \cdot 10^{11}$	$3.7 \cdot 10^{11}$	$6.3 \cdot 10^{11}$	$1.17 \cdot 10^{12}$
$p=10^{-2}$	$1.31 \cdot 10^{10}$	$1.77 \cdot 10^{10}$	$2.67 \cdot 10^{10}$	$5.16 \cdot 10^{10}$	$1.18 \cdot 10^{11}$	$2.84 \cdot 10^{11}$
$p=10^{-3}$	$1.93 \cdot 10^9$	$2.84 \cdot 10^9$	$3.71 \cdot 10^9$	$1 \cdot 10^{10}$	$2.13 \cdot 10^{10}$	$4.85 \cdot 10^{10}$
$p=10^{-4}$	/	$1.9 \cdot 10^8$	$3.55 \cdot 10^8$	$1.18 \cdot 10^9$	$4.26 \cdot 10^9$	$1.3 \cdot 10^{10}$

Air $T_g=300^\circ\text{K}$. Champ magnétique donnant $\beta = 3$ $B(p_g, T_e)$

T_e °K	3000	4000	5000	6000	7000	8000
$p=1$	10,7	$2.4 \cdot 10^1$	31	51	97	191
10^{-1}	1.916	4,31	4,36	6,23	10,6	19,9
10^{-2}	0.22	0.299	$4.5 \cdot 10^{-1}$	$8.71 \cdot 10^{-1}$	2	4,79

$p=10^{-1}$	$1.136 \cdot 10^{11}$	$2.55 \cdot 10^{11}$	$2.58 \cdot 10^{11}$	$3.7 \cdot 10^{11}$	$6.3 \cdot 10^{11}$	$1.17 \cdot 10^{12}$
$p=10^{-2}$	$1.31 \cdot 10^{10}$	$1.77 \cdot 10^{10}$	$2.67 \cdot 10^{10}$	$5.16 \cdot 10^{10}$	$1.18 \cdot 10^{11}$	$2.84 \cdot 10^{11}$
$p=10^{-3}$	$1.93 \cdot 10^9$	$2.84 \cdot 10^9$	$3.71 \cdot 10^9$	$1 \cdot 10^{10}$	$2.13 \cdot 10^{10}$	$4.85 \cdot 10^{10}$
$p=10^{-4}$	/	$1.9 \cdot 10^8$	$3.55 \cdot 10^8$	$1.18 \cdot 10^9$	$4.26 \cdot 10^9$	$1.3 \cdot 10^{10}$

Puissance électrique dissipée par unité de volume (Watts:m³)

Tg = 300°K AIR

$P_e (p_g, T_e)$ W/m³ p_g bar

T_e °K	3000	4000	5000	6000	7000	8000
$p = 1$ bar	2.38 10 ⁶	1.13 10 ⁹	4 10 ¹⁰	8 10 ¹¹	8.9 10 ¹²	5.38 10 ¹³
10 ⁻¹	1.88 10 ⁵	7.8 10 ⁷	1.53 10 ⁹	1.68 10 ¹⁰	1.7 10 ¹¹	7.5 10 ¹²
10 ⁻²	6.53 10 ³	1.01 10 ⁶	3.09 10 ⁷	5.43 10 ⁸	5.63 10 ⁹	5.38 10 ¹⁰
10 ⁻³	2.72 10 ²	4.8 10 ⁴	9.13 10 ⁵	28 10 ⁷	2.63 10 ⁸	1.96 10 ⁹
10 ⁻⁴	/	373	1.2 10 ⁴	5.18 10 ⁵	1.31 10 ⁷	1.696 10 ⁸

Champ électrique en volts par mètre : AIR Tg=300°K

T_e °K	3000	4000	5000	6000	7000	8000
$p = 1$ bar	3.45 10 ⁴	9 10 ⁴	1.32 10 ⁵	2.4 10 ⁵	4.9 10 ⁵	1.03 10 ⁶
10 ⁻¹	6.14 10 ³	1.62 10 ⁷	1.84 10 ⁸	2.9 10 ⁴	5.37 10 ⁴	1.07 10 ⁵
10 ⁻²	7.1 2.38 10 ⁶	1.12 1.13 10 ⁹	1.9 4 10 ¹⁰	4.05 8 10 ¹¹	1.01 8.9 10 ¹²	2.59 5.38 10 ¹³
10 ⁻¹	1.88 10 ⁵	7.8 10 ⁷	1.53 10 ⁹	1.68 10 ¹⁰	1.7 10 ¹¹	7.5 10 ¹²
10 ⁻²	6.53 10 ³	1.01 10 ⁶	3.09 10 ⁷	5.43 10 ⁸	5.63 10 ⁹	5.38 10 ¹⁰
10 ⁻³	2.72 10 ²	4.8 10 ⁴	9.13 10 ⁵	28 10 ⁷	2.63 10 ⁸	1.96 10 ⁹
10 ⁻⁴	/	373	1.2 10 ⁴	5.18 10 ⁵	1.31 10 ⁷	1.696 10 ⁸

Composante du courant électrique parallèle au champ E (ampères/m²)

$J_{||} (p_g, T_e) \text{ A/m}^2$

T_e °K	3000	4000	5000	6000	7000	8000
$p=1$	69	$1.26 \cdot 10^4$	$3.04 \cdot 10^5$	$3.34 \cdot 10^6$	$1.8 \cdot 10^7$	$5.18 \cdot 10^7$
10^{-1}	30.7	$4.85 \cdot 10^3$	$8.3 \cdot 10^4$	$8.8 \cdot 10^5$	$2.42 \cdot 10^6$	$7 \cdot 10^6$
10^{-2}	9.2	$9 \cdot 10^2$	$1.62 \cdot 10^4$	$1.34 \cdot 10^5$	$5.56 \cdot 10^5$	$2.07 \cdot 10^6$
10^{-3}	2.6	$2.69 \cdot 10^2$	$3.44 \cdot 10^3$	$3.57 \cdot 10^4$	$1.45 \cdot 10^5$	$4.47 \cdot 10^5$
10^{-4}	/	30.5	$5 \cdot 10^2$	$5.58 \cdot 10^3$	$3.63 \cdot 10^4$	$1.19 \cdot 10^5$

$J_{\perp B} (\beta=3)$

T_e	3000	4000	5000	6000	7000	8000
$p=1$	$2.23 \cdot 10^3$	$9 \cdot 10^5$	$2.84 \cdot 10^7$	$5.18 \cdot 10^8$	$5.2 \cdot 10^9$	$2.98 \cdot 10^{10}$
10^{-1}	176	$6.2 \cdot 10^4$	$1.09 \cdot 10^6$	$1.08 \cdot 10^7$	$7.73 \cdot 10^7$	$4.18 \cdot 10^8$
10^{-2}	6.11	$8.07 \cdot 10^3$	$2.19 \cdot 10^5$	$3.49 \cdot 10^6$	$3.34 \cdot 10^7$	$2.98 \cdot 10^8$
$p=1$	69	$1.26 \cdot 10^4$	$3.04 \cdot 10^5$	$3.34 \cdot 10^6$	$1.8 \cdot 10^7$	$5.18 \cdot 10^7$
10^{-1}	30.7	$4.85 \cdot 10^3$	$8.3 \cdot 10^4$	$8.8 \cdot 10^5$	$2.42 \cdot 10^6$	$7 \cdot 10^6$
10^{-2}	9.2	$9 \cdot 10^2$	$1.62 \cdot 10^4$	$1.34 \cdot 10^5$	$5.56 \cdot 10^5$	$2.07 \cdot 10^6$
10^{-3}	2.6	$2.69 \cdot 10^2$	$3.44 \cdot 10^3$	$3.57 \cdot 10^4$	$1.45 \cdot 10^5$	$4.47 \cdot 10^5$

Produit $\sigma Pe (Pg, Te)$ Air 300°K pg bar.

Te °K	3000	4000	5000	6000	7000	8000
$P = 1_{\text{bar}}$	$4.7 \cdot 10^4$	$1.58 \cdot 10^9$	$9.21 \cdot 10^{11}$	$1.12 \cdot 10^{14}$	$3.3 \cdot 10^{15}$	$2.7 \cdot 10^{16}$
10^{-1}	$9.4 \cdot 10^3$	$2.34 \cdot 10^8$	$5.9 \cdot 10^{10}$	$3.36 \cdot 10^{12}$	$5.85 \cdot 10^{13}$	$4.87 \cdot 10^{14}$
10^{-2}	$8.5 \cdot 10^2$	$8.08 \cdot 10^6$	$2.62 \cdot 10^9$	$1.8 \cdot 10^{11}$	$3.1 \cdot 10^{12}$	$4.7 \cdot 10^{13}$
10^{-3}	26	$7.2 \cdot 10^5$	$1.18 \cdot 10^8$	$1.26 \cdot 10^{10}$	$1.88 \cdot 10^{11}$	$1.96 \cdot 10^{12}$
10^{-4}	/	9.325	$2.4 \cdot 10^6$	$3.1 \cdot 10^8$	$1.31 \cdot 10^{10}$	$2 \cdot 10^{11}$

Te °K	3000	4000	5000	6000	7000	8000
$P = 1_{\text{bar}}$	$4.7 \cdot 10^4$	$1.58 \cdot 10^9$	$9.21 \cdot 10^{11}$	$1.12 \cdot 10^{14}$	$3.3 \cdot 10^{15}$	$2.7 \cdot 10^{16}$
10^{-1}	9.4	$2.34 \cdot 10^8$	$5.9 \cdot 10^{10}$	$3.36 \cdot 10^{12}$	5.85	4.87

Produit
 $\sigma Pe(t_g, Te)$

B Terlas

P_e (W/m^3)

E Volt/m ($\beta = 3$)

J A/m² ($\beta = 3$)

$J \perp B$
 N_{ew}/m^3
 $(\beta = 3)$

$(\beta = 3)$

$\beta = 0.3$

J A/m²

$\beta = 0.3$

$J_{||} B$
 $\beta = 0,3$

CHAPITRE III : AERODYNES MAGNETOHDRODYNAMIQUES :

III.1) L'ONDE DE CHOC :

Les ondes de choc sortent tout naturellement des équations de la mécanique des fluides. A partir de ce système d'équations différentielles on peut construire un système caractéristique qui donne des familles de courbes, en bidimensionnel, ou de surfaces en tridimensionnel, qui sont les caractéristiques du système fluide.

Apparait une vitesse caractéristique qui est la vitesse du son. Si la vitesse locale est inférieure à la vitesse du son, les caractéristiques sont imaginaires.

En supersonique elles deviennent réelles. Ainsi, dans une tuyère de Laval :

On retrouve l'apparition de ces caractéristiques dans la région de survitesse autour d'un profil, en transsonique :

de courbes, en bidimensionnel, ou de surfaces en tridimensionnel, qui sont les caractéristiques du système fluide.

Apparait une vitesse caractéristique qui est la vitesse du son. Si la vitesse locale est inférieure à la vitesse du son, les caractéristiques sont imaginaires.

En supersonique elles deviennent réelles. Ainsi, dans une tuyère de Laval :

Autour d'un obstacle émoussé en supersonique, l'onde de choc sera "détachée" :

La distance de détachement étant d .

Dans les équations tout ceci est clair, bien connu et élucidé. Mais cherchons à avoir une intuition plus proche de la réalité.

Dans un fluide les molécules sont agitées d'une vitesse thermique $\vec{V}$. La valeur moyenne de cette vitesse d'agitation thermique est

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

Ces molécules sont soumises à un rythme de collision extrêmement rapide.

Considérons une paroi baignée par le fluide. A l'aide de cette paroi, mise en mouvement, communiquons une impulsion aux molécules immédiatement voisines.

La distance de détachement étant d .

Dans les équations tout ceci est clair, bien connu et élucidé. Mais cherchons à avoir une intuition plus proche de la réalité.

Dans une bande dessinée publiée aux éditions BELIN "SI ON VOLAIT ",
je représentais les molécules d'un gaz comme des personnes aux yeux
bandés cheminant sur une place. Un objet pénétrant dans ce fluide était
assimilé à un autobus. Les personnages (aveugles, ou ayant les yeux bandés)
étaient heurtés par les pare-chocs du bus, pénétrant dans cette foule, et
ceux ci répercutaient cette impulsion par collision, à leur voisins, puis aux
voisins de leurs voisins :

Si la vitesse du bus est inférieure à la vitesse de déplacement des
aveugles on conçoit que ceux ci puissent, en s'informant par collisions,
laisser le passage à ce véhicule.

Il est clair aussi que, au delà de cette vitesse, quelque chose doit
se passer. Dans le cas des aveugles ils vont tout simplement se faire écraser
et passer sous les roues du bus.

voisins de leurs voisins :

L'onde de choc est une solution inventée par la nature pour laisser place à un objet pénétrant dans un gaz à vitesse supersonique.

Le gaz change de configuration, accroit sa densité et sa température (donc sa vitesse d'agitation) .L'objet pénètre alors dans un milieu choqué, et la vitesse locale est subsonique.

Dans le détail le gaz est ensuite réaccélééré à vitesse supersonique, puis ralenti par un nouveau choc. Mais l'essentiel est que le débit de gaz se fasse, que place soit laissée au véhicule intrus.

Ceci est la solution "naturelle".

Dans l'analogie hydraulique, la hauteur d'eau s'accroit à la traversée de la vague d'étrave.

Dans le détail le gaz est ensuite réaccélééré à vitesse supersonique,

III.2 LES EFFETS DE L'ONDE DE CHOC :

Ils sont multiples. Primo le système d'ondes de choc modifie la répartition de la pression autour de l'objet et ceci se traduit par une TRAINÉE D'ONDE.

Considérons un véhicule circulant à un nombre de Mach M . Il consomme une puissance globale P , en watts. Le pourcentage de la puissance utilisée pour vaincre la trainée d'onde va croître avec le nombre de Mach. A Mach 2 elle est, si mes souvenirs sont exacts, voisine de 40 % *du total*.

En hypersonique, la trainée est essentiellement une trainée d'onde. Les véhicules utilisent donc la majeure partie de leur puissance à créer cet inutile phénomène dissipatif.

Assimilons le saut de pression au point d'arrêt à $1/2 \rho v^2$. La puissance nécessaire au vol croît donc, grosso modo, comme le cube de la vitesse. C'est à dire très rapidement. En hypersonique l'onde détachée est très couchée sur l'objet :

$M \gg 1$

Et on a ainsi un ordre de grandeur de la trainée d'onde en multipliant la pression d'arrêt par la section droite de l'objet.

Second effet : l'effet thermique.

Au delà de Mach 2 la température au point d'arrêt grimpe vertigineusement, et dépasse rapidement la température critique des meilleurs matériaux.

Troisième effet : bruit insupportable et destructions au sol.

Il existe alors plusieurs solutions :

conservation de la durée, le matériau fait puits de chaleur.

Il consomme une puissance globale P , en watts. Le pourcentage de la puissance utilisée pour vaincre la trainée d'onde va croître avec le nombre de Mach. A Mach 2 elle est, si mes souvenirs sont exacts, voisine de 40 % *du total*.

En hypersonique, la trainée est essentiellement une trainée d'onde. Les véhicules utilisent donc la majeure partie de leur puissance à créer cet inutile phénomène dissipatif.

Assimilons le saut de pression au point d'arrêt à $1/2 \rho v^2$. La puissance nécessaire au vol croît donc, grosso modo, comme le cube de la vitesse. C'est à dire très rapidement. En hypersonique l'onde détachée est très couchée sur l'objet :

Si on posait à un avionneur la question suivante : pourriez vous fabriquer un véhicule capable d'évoluer à Mach huit ou dix dans l'atmosphère dense, il lèverait probablement les bras au ciel. Ou dessinerait un appareil assez monstrueux muni d'un énorme propulseur, et d'un lourd système de réfrigération. Le tout étant capable d'emporter, avec une masse énorme, une souris blanche pendant quelques dizaines de secondes :

L'idéal serait évidemment de pouvoir éviter que l'onde de choc se forme. Est-ce possible ?

En 1958 Resler et Sears (" The prospects for magneto aerodynamics" J.Aeron.Sci. 25: 235-246) ont étudié l'aérodynamique supersonique en présence de forces de Laplace $\vec{J} \times \vec{B}$.

Nous reproduisons sur les pages ci-après la partie de l'ouvrage de SUTTON et SHERMAN Engineering MHD, qui est consacré à ces développements.

Cette étude est qualitative puisqu'elle traite de gaz parfaits à conductivité électrique σ constante.

Toujours est-il qu'elle nous montre que des situations "tunnel" peuvent être créées, selon lesquelles un fluide peut accélérer ou décélérer, en passant par $M = 1$, et ceci sans qu'apparaisse d'onde de choc.

Inversement il est clair que l'on peut créer un système d'ondes de choc à l'aide des forces de Laplace, ceci sans obstacle matériel disposé

L'idéal serait évidemment de pouvoir éviter que l'onde de choc se forme.

11.4 GENERAL NATURE OF PERFECT-GAS FLOWS

In the study of compressible magnetohydrodynamic channel flows, some general conclusions about their behavior would be extremely useful. Unfortunately, it is not possible to draw any such general conclusions from the system of equations as they now stand. They are entirely too complex. If, however, our attention is restricted to perfect gases, some progress can be made. For such gases, the perfect-gas and caloric equations of state are

$$p = \rho RT \tag{11.9}$$

and
$$h = C_p T \tag{11.10}$$

where R is the specific gas constant, and C_p is the specific heat at constant pressure. Both are assumed to be constant. Making use of Eq. (11.10) and assuming either $j_z = 0$ or $E_z = 0$, the energy equation (11.3) becomes

$$\rho u C_p \frac{dT}{dx} + \rho u^2 \frac{du}{dx} = E_y j_y \tag{11.11}$$

and this along with Eqs. (11.1), (11.2), and (11.9) form the complete set if j_y is given by

$$j_y = \sigma'(E_y - uB_z) \tag{11.12}$$

where $\sigma' = \sigma$ when $\omega\tau > 0$ but $j_z = 0$, or $\omega\tau = 0$
 $\sigma' = \frac{\sigma}{1 + (\omega\tau)^2}$ when $\omega\tau > 0$ and $E_z = 0$

Generally, when a perfect gas is assumed, it is also usual to assume a constant electrical conductivity σ' . There are situations, however, in which it may be of some interest to consider a variable conductivity. In particular, the electrical conductivity of a slightly ionized gas varies rapidly with temperature. If a moderate temperature range were considered for such a gas, the thermodynamic properties should vary slowly enough to make the perfect-gas assumption reasonable, while the conductivity will vary a great deal. In this case, it is possible to consider a perfect gas of varying conductivity, as is done in Sec. 11.5.

Some of the qualitative aspects of channel flows of compressible perfect gases will now be considered. Defining the Mach number and ratio of specific heats as

$$\mathfrak{M} = \frac{u}{\sqrt{\gamma p/\rho}} = \frac{u}{a} \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

where a is the conventional speed of sound, and C_v is the specific heat at complex. If, however, our attention is restricted to perfect gases, some progress can be made. For such gases, the perfect-gas and caloric equations of state are

$$p = \rho RT \tag{11.9}$$

and
$$h = C_p T \tag{11.10}$$

where R is the specific gas constant, and C_p is the specific heat at constant pressure. Both are assumed to be constant. Making use of Eq. (11.10) and assuming either $j_z = 0$ or $E_z = 0$, the energy equation (11.3) becomes

$$\rho u C_p \frac{dT}{dx} + \rho u^2 \frac{du}{dx} = E_y j_y \tag{11.11}$$

and this along with Eqs. (11.1), (11.2), and (11.9) form the complete set if j_y is given by

$$j_y = \sigma'(E_y - uB_z) \tag{11.12}$$

solved for du/dx , $d\mathfrak{M}/dx$, dT/dx , dp/dx . The results are

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{\mathfrak{M}^2 - 1} \left[\frac{u}{A} \frac{dA}{dx} - \frac{\sigma' B_s^2}{p} (u - u_3)(u - u_1) \right] \quad (11.13)$$

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dx} = \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} \mathfrak{M}^2}{\mathfrak{M}^2 - 1} \left[\frac{\mathfrak{M}}{A} \frac{dA}{dx} - \frac{\sigma' B_s^2}{\rho p} (u - u_3)(u - u_1) \right] \quad (11.14)$$

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{1}{\mathfrak{M}^2 - 1} \left\{ \frac{u^2}{AC_p} \frac{dA}{dx} - (u - u_3) \left[\frac{\sigma' B_s^2 u}{\rho C_p} (u - u_1) - \frac{\sigma' B_s^2 u_3 (\mathfrak{M}^2 - 1)}{\rho u C_p} \right] \right\} \quad (11.15)$$

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{1}{\mathfrak{M}^2 - 1} \left\{ \frac{\rho u^2}{A} \frac{dA}{dx} - (u - u_3) \left[\frac{\gamma \sigma' B_s^2 \mathfrak{M}}{a} (u - u_1) - \sigma' B_s^2 (\mathfrak{M}^2 - 1) \right] \right\} \quad (11.16)$$

where

$$u_1 = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{E_y}{B_s}$$

$$u_2 = \frac{1 + \gamma \mathfrak{M}^2}{2 + (\gamma - 1) \mathfrak{M}^2} u_1$$

$$u_3 = \frac{E_y}{B_s}$$

and where σ' may be a function of the gas state in general, and thereby a function of x . In general, a flow described by the above equations can choke at some position along the channel, depending on flow conditions. That is, as $\mathfrak{M} \rightarrow 1$, then du/dx , dT/dx , etc., $\rightarrow \infty$. It is of interest, therefore, to consider the situations for which no choking occurs.

First, consider a channel flow in which the velocity remains constant. In this case $du/dx = 0$ and Eqs. (11.13) to (11.16) reduce to the following set:

$$\frac{dA}{dx} = \frac{\sigma' B_s^2 A}{\rho u} (u - u_3)(u - u_1) \quad (11.17)$$

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dx} = \frac{\gamma - 1}{2\gamma} \frac{\sigma' B_s^2}{\rho a} u_3 (u - u_3) \quad (11.18)$$

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{\sigma' B_s^2}{\rho u C_p} u_3 (u - u_3) \quad (11.19)$$

$$\frac{dp}{dx} = -\sigma' B_s^2 (u - u_3) \quad (11.20)$$

and it is found that the factor $1/(\mathfrak{M}^2 - 1)$ has been eliminated. Accordingly, a constant-velocity channel flow will not choke. In a similar way it can be shown that flows with constant p , T , or ρ also do not choke.

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{\mathfrak{M}^2 - 1} \left[\frac{u}{A} \frac{dA}{dx} - \frac{\sigma' B_s^2}{\rho p} (u - u_3)(u - u_1) \right] \quad (11.13)$$

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{1}{\mathfrak{M}^2 - 1} \left\{ \frac{u^2}{AC_p} \frac{dA}{dx} - (u - u_3) \left[\frac{\sigma' B_s^2 u}{\rho C_p} (u - u_1) - \frac{\sigma' B_s^2 u_3 (\mathfrak{M}^2 - 1)}{\rho u C_p} \right] \right\} \quad (11.15)$$

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{1}{\mathfrak{M}^2 - 1} \left\{ \frac{\rho u^2}{A} \frac{dA}{dx} - (u - u_3) \left[\frac{\gamma \sigma' B_s^2 \mathfrak{M}}{a} (u - u_1) - \sigma' B_s^2 (\mathfrak{M}^2 - 1) \right] \right\} \quad (11.16)$$

where

$$u_1 = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{E_y}{B_s}$$

$$u_2 = \frac{1 + \gamma \mathfrak{M}^2}{2 + (\gamma - 1) \mathfrak{M}^2} u_1$$

$$\frac{E_y}{B_s}$$

$$\left(\begin{aligned} \frac{du}{dx} &= \frac{1}{1 - \mathfrak{M}^2} \left[\frac{\sigma' B_s^2}{p} (u - u_3)(u - u_1) \right] \quad \left(\frac{dA}{dx} = 0 \right) \end{aligned} \right) \quad (11.21)$$

$$\left(\begin{aligned} \frac{d\mathfrak{M}}{dx} &= \frac{1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2} \right) \mathfrak{M}^2}{1 - \mathfrak{M}^2} \left[\frac{\sigma' B_s^2}{\rho p} (u - u_3)(u - u_2) \right] \end{aligned} \right) \quad (11.22)$$

$$\left(\begin{aligned} \frac{dT}{dx} &= \frac{1}{\mathfrak{M}^2 - 1} \left[\frac{\sigma' B_s^2 u}{p C_p} (u - u_3)(u - u_1) \right] + \frac{\sigma' B_s^2 u_3}{\rho u C_p} (u - u_3) \end{aligned} \right) \quad (11.23)$$

$$\left(\begin{aligned} \frac{dp}{dx} &= \frac{1}{\mathfrak{M}^2 - 1} \left[\frac{\sigma' B_s^2 \gamma \mathfrak{M}}{a} (u - u_3)(u - u_1) \right] + \sigma' B_s^2 (u - u_3) \end{aligned} \right) \quad (11.24)$$

When $\mathfrak{M} \rightarrow 1$, it is seen that $u_2 \rightarrow u_1$. Therefore, if as $\mathfrak{M} \rightarrow 1$, then $u \rightarrow u_1$ or u_3 , the above derivatives remain finite, and choking does not occur. An appropriate choice of initial conditions should lead to a "tunnel" at $u = u_1$ or u_3 .

In one case, choking will always occur. Nothing has been said so far about E_v or B_s ; so it is permissible to assume that $E_v = K u B_s$, where K is a constant. In this case, $u_3 = K u$ and $u_1 = [(\gamma - 1)/\gamma] K u$, so that it is no longer possible to have $u - u_3$ or $u - u_1 \rightarrow 0$ anywhere in the channel, and choking must be a possibility.

If, on the other hand, it is assumed that E_v/B_s is a constant, the tunnels mentioned above should exist. This case has been studied in detail by Resler and Sears.³ It will be instructive to reproduce some of their discussion here. First divide Eq. (11.21) by Eq. (11.22):

$$\frac{du}{d\mathfrak{M}} = \frac{u}{\mathfrak{M} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \mathfrak{M}^2 \right)} \frac{u - u_1}{u - u_2} \quad (11.25)$$

This is a differential equation for u as a function of $\mathfrak{M}$. The independent variable x for the moment has been eliminated. It should, therefore, be possible to integrate this equation, obtain $u = f(\mathfrak{M})$, and present the results graphically on a u versus $\mathfrak{M}$ plot.† As no closed analytic solution for this equation has been found, a graph showing the qualitative behavior of such flows has been prepared by Resler and Sears, and is shown in Fig. 11.4. The various distinct regions noted there are defined as follows:

(I)	$\mathfrak{M} > 1$	(II)	$\mathfrak{M} < 1$
(A)	$u_3 < u$	(A)	$u_3 < u$
(B)	$u_2 < u < u_3$	(B)	$u_1 < u < u_3$
(C)	$u_1 < u < u_2$	(C)	$u_2 < u < u_1$

$$\left(\begin{aligned} \frac{du}{dx} &= \frac{1}{1 - \mathfrak{M}^2} \left[\frac{\sigma' B_s^2}{\rho p} (u - u_3)(u - u_2) \right] \end{aligned} \right) \quad (11.22)$$

$$\left(\begin{aligned} \frac{dT}{dx} &= \frac{1}{\mathfrak{M}^2 - 1} \left[\frac{\sigma' B_s^2 u}{p C_p} (u - u_3)(u - u_1) \right] + \frac{\sigma' B_s^2 u_3}{\rho u C_p} (u - u_3) \end{aligned} \right) \quad (11.23)$$

$$\left(\begin{aligned} \frac{dp}{dx} &= \frac{1}{\mathfrak{M}^2 - 1} \left[\frac{\sigma' B_s^2 \gamma \mathfrak{M}}{a} (u - u_3)(u - u_1) \right] + \sigma' B_s^2 (u - u_3) \end{aligned} \right) \quad (11.24)$$

When $\mathfrak{M} \rightarrow 1$, it is seen that $u_2 \rightarrow u_1$. Therefore, if as $\mathfrak{M} \rightarrow 1$, then $u \rightarrow u_1$ or u_3 , the above derivatives remain finite, and choking does not occur. An appropriate choice of initial conditions should lead to a "tunnel" at $u = u_1$ or u_3 .

In one case, choking will always occur. Nothing has been said so far about E_v or B_s ; so it is permissible to assume that $E_v = K u B_s$, where K is a constant. In this case, $u_3 = K u$ and $u_1 = [(\gamma - 1)/\gamma] K u$, so that it is no longer possible to have $u - u_3$ or $u - u_1 \rightarrow 0$ anywhere in the channel, and choking must be a possibility.

If, on the other hand, it is assumed that E_v/B_s is a constant, the tun-

FIGURE 11.4 u versus $\mathcal{M}$ map for constant-area channel flow when E_y/B_z is constant. (After Resler and Sears.⁹)

The arrows shown in this figure denote the qualitative behavior of u and $\mathcal{M}$ with increasing x . They can be interpreted in this way if it is assumed that E_y/B_z is a constant, so that u_1 and u_2 are independent of x . We also observe the two arrows which denote tunnels through $\mathcal{M} = 1$. That is, if the initial condition in a duct fell on either curve, the flow

SEC. 11.4 CHANNEL FLOWS—QUASI-ONE-DIMENSIONAL APPROXIMATION 399

u versus $\mathfrak{M}$ mentioned earlier, and can be obtained by numerical integration once values for γ and E_v/B_z are specified. The fact that choked flow will occur when $\mathfrak{M} = 1$ (except at the two tunnels) is seen from Eqs. (11.21) and (11.22), which show du/dx and $d\mathfrak{M}/dx$ becoming infinite as $\mathfrak{M}$ approaches unity. It is interesting to observe on this "map" that for some initial conditions, an initially supersonic flow will decelerate but will asymptotically approach a Mach number larger than 1 (arrow c in region IA). For other initial conditions, the deceleration will proceed to choking (arrow a in region IA). In the subsonic regime by contrast (region IIA), all flows will proceed to a choked condition. It should be noted that the triangle at $u = u_1$ corresponds to an $\mathfrak{M} = 0$ flow. This implies an infinitely high temperature which is somewhat unrealistic; so it should be understood that this condition is only approached in the limit.

(The phenomenon of choking and the tunnels described above can be illustrated quantitatively if, instead of assuming constant E_v/B_z , one requires both E_v and B to be constant. For this case, a closed analytic solution has been carried out by Neuringer⁴ and Borman and Podolsky.⁵

The basic equations are given by Eqs. (11.1), (11.2), (11.11), and (11.12). They are as follows:

$$\text{Mass conservation:} \quad \rho u = \rho_0 u_0 \quad (11.26)$$

Momentum conservation:

$$\rho u \frac{du}{dx} + \frac{dp}{dx} = \sigma' B_z (E_v - u B_z) \quad (11.27)$$

Energy conservation:

$$\rho u \frac{d}{dx} (C_p T + \frac{1}{2} u^2) = \sigma' E_v (E_v - u B_z) \quad (11.28)$$

where it should be noted that σ' is the reduced conductivity, defined in Eq. (11.12). It is convenient to define a constant K' as

$$K' \equiv \frac{E_v}{u_0 B_z}$$

where u_0 is the entrance velocity. Then, if we write $C_p T = \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma}\right)^{-1} \frac{p}{\rho}$, and if we define the following nondimensional quantities,

$$U = \frac{u}{u_0} \quad P = \frac{p}{\rho_0 u_0^2} \quad X = \frac{x}{L} \quad I_L = \frac{\sigma' B_z^2 L}{\rho_0 u_0} \quad \text{choked}$$

flow will occur when $\mathfrak{M} = 1$ (except at the two tunnels) is seen from Eqs. (11.21) and (11.22), which show du/dx and $d\mathfrak{M}/dx$ becoming infinite as $\mathfrak{M}$ approaches unity. It is interesting to observe on this "map" that for some initial conditions, an initially supersonic flow will decelerate but will asymptotically approach a Mach number larger than 1 (arrow c in region IA). For other initial conditions, the deceleration will proceed to choking (arrow a in region IA). In the subsonic regime by contrast (region IIA), all flows will proceed to a choked condition. It should be noted that the triangle at $u = u_1$ corresponds to an $\mathfrak{M} = 0$ flow. This implies an infinitely high temperature which is somewhat unrealistic; so it should be understood that this condition is only approached in the limit.

(The phenomenon of choking and the tunnels described above can be illustrated quantitatively if, instead of assuming constant E_v/B_z , one requires both E_v and B to be constant. For this case, a closed analytic solution has been carried out by Neuringer⁴ and Borman and Podolsky.⁵

The basic equations are given by Eqs. (11.1) (11.2) (11.11) and

A first integral is obtained by eliminating $I_L(K' - U)$ between these two equations. Then we get

$$\frac{d}{dX} \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} PU + \frac{1}{2} U^2 \right) = K' \left(\frac{dU}{dX} + \frac{dP}{dX} \right) \quad (11.31)$$

which integrates immediately to

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} PU + \frac{1}{2} U^2 = K'(U + P) + \text{const} \quad (11.32)$$

At the inlet, $U = 1$ and $P = p_0/\rho_0 u_0^2 = 1/(\gamma \mathfrak{M}_0^2)$, which allows the constant to be evaluated. Rearrangement of Eq. (11.32) then yields

$$P = \frac{\frac{1}{2} U^2 - K'U + (1 + 1/\gamma \mathfrak{M}_0^2)K' - \frac{1}{2} + 1/[(\gamma - 1)\mathfrak{M}_0^2]}{K' - \frac{\gamma}{\gamma - 1} U} \quad (11.33)$$

To obtain the change in velocity with distance along the channel, Eq. (11.33) is differentiated with respect to x and substituted into Eq. (11.29). After some manipulation and rearrangement, we obtain

$$\begin{aligned} & \left[\left(K' - \frac{\gamma}{\gamma - 1} U \right)^2 + (U - K') \left(K' - \frac{\gamma}{\gamma - 1} U \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{U^2}{2} - K'U + \delta K' \right) \right] \frac{dU}{dx} \\ & \quad = I_L(K' - U) \left(K' - \frac{\gamma}{\gamma - 1} U \right)^2 \end{aligned} \quad (11.34)$$

where $\delta = 1 + \frac{1}{\gamma \mathfrak{M}_0^2} - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{(\gamma - 1)\mathfrak{M}_0^2} \right] \frac{1}{K'}$

Integrating once, then, yields the desired result:

$$\begin{aligned} I_x = & \left[\frac{\gamma(\gamma - 1)}{2} - 1 - \gamma(\gamma - 1)u_0^* \delta \right] \ln \left| \frac{1 - u^*}{1 - u_0^*} \right| \\ & + \left(\frac{\gamma^2}{\gamma - 1} u_0^* \delta - \frac{\gamma + 1}{2} \right) \left\{ \frac{u^* - u_0^*}{\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma - 1} u^* \right) \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma - 1} u_0^* \right)} \right. \\ & \quad \left. + \frac{(\gamma - 1)^2}{\gamma} \ln \left| \frac{\frac{\gamma - 1}{\gamma} - u^*}{\frac{\gamma - 1}{\gamma} - u_0^*} \right| \right\} \end{aligned} \quad (11.35)$$

$$\frac{d}{dX} \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} PU + \frac{1}{2} U^2 \right) = K' \left(\frac{dU}{dX} + \frac{dP}{dX} \right) \quad (11.31)$$

which integrates immediately to

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} PU + \frac{1}{2} U^2 = K'(U + P) + \text{const} \quad (11.32)$$

At the inlet, $U = 1$ and $P = p_0/\rho_0 u_0^2 = 1/(\gamma \mathfrak{M}_0^2)$, which allows the constant to be evaluated. Rearrangement of Eq. (11.32) then yields

$$P = \frac{\frac{1}{2} U^2 - K'U + (1 + 1/\gamma \mathfrak{M}_0^2)K' - \frac{1}{2} + 1/[(\gamma - 1)\mathfrak{M}_0^2]}{K' - \frac{\gamma}{\gamma - 1} U} \quad (11.33)$$

To obtain the change in velocity with distance along the channel, Eq. (11.33) is differentiated with respect to x and substituted into Eq. (11.29). After some manipulation and rearrangement, we obtain

SEC. 11.4 CHANNEL FLOWS—QUASI-ONE-DIMENSIONAL APPROXIMATION 401

Two tunnels are shown in Fig. 11.4; the lower one allows acceleration, and the upper one deceleration, through the speed of sound. In each instance, there is only one value of u_0^* for chosen $\mathfrak{M}_0$ and γ which will take u^* through the tunnel. When the lower tunnel is approached, $u^* \rightarrow (\gamma - 1)/\gamma$. Accordingly, the second logarithmic term $\rightarrow -\infty$, and there is no solution beyond this point. If the coefficient of the last term of Eq. (11.36) is set equal to zero, however, u_0^* for the lower tunnel is found to be

$$u_0^* = \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma} \frac{\mathfrak{M}_0^2}{(\gamma - 1)\mathfrak{M}_0^2 + 2} \tag{11.37}$$

For the upper tunnel, the coefficient of the first term of Eq. (11.36) is set equal to zero, which yields

$$u_0^* = \frac{(\gamma - 1)(\gamma\mathfrak{M}_0^2 + 1) + \sqrt{(\gamma - 1)(\gamma - 1 + 2\gamma\mathfrak{M}_0^4) + 2\gamma\mathfrak{M}_0^2(3 - \gamma)}}{\gamma[(\gamma - 1)\mathfrak{M}_0^2 + 2]} \tag{11.38}$$

The quantitative nature of these results can be illustrated by considering an example for which $\gamma = \frac{5}{3}$ and $\mathfrak{M}_0 = 0.5$. For this case, Eq. (11.37) yields $(u_0^*)_{\text{tunnel}} = 0.123$. For this choice of u_0^* , as well as two other choices, curves have been calculated, and are shown in Fig. 11.5. It is

will take u^* through the tunnel. When the lower tunnel is approached, $u^* \rightarrow (\gamma - 1)/\gamma$. Accordingly, the second logarithmic term $\rightarrow -\infty$, and there is no solution beyond this point. If the coefficient of the last term of Eq. (11.36) is set equal to zero, however, u_0^* for the lower tunnel is found to be

$$u_0^* = \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma} \frac{\mathfrak{M}_0^2}{(\gamma - 1)\mathfrak{M}_0^2 + 2} \tag{11.37}$$

For the upper tunnel, the coefficient of the first term of Eq. (11.36) is set equal to zero, which yields

$$u_0^* = \frac{(\gamma - 1)(\gamma\mathfrak{M}_0^2 + 1) + \sqrt{(\gamma - 1)(\gamma - 1 + 2\gamma\mathfrak{M}_0^4) + 2\gamma\mathfrak{M}_0^2(3 - \gamma)}}{\gamma[(\gamma - 1)\mathfrak{M}_0^2 + 2]} \tag{11.38}$$

The quantitative nature of these results can be illustrated by considering an example for which $\gamma = \frac{5}{3}$ and $\mathfrak{M}_0 = 0.5$. For this case, Eq. (11.37) yields $(u_0^*)_{\text{tunnel}} = 0.123$. For this choice of u_0^* , as well as two other

first observed that when u_0^* is too small, I_z reaches a maximum, and the flow chokes. On the other hand, when u_0^* is too large, u^* approaches $(\gamma - 1)/\gamma$ asymptotically. For the special case of $u_0^* = 0.123$, u^* passes smoothly through $(\gamma - 1)/\gamma$ (and $\mathfrak{M} = 1$), and approaches unity asymptotically. A similar result would have been found for the initially supersonic case ($\mathfrak{M}_0 > 1$).

In the event that σ' is a constant, the parameter I_z can be properly interpreted as the axial distance x . A σ' which decreases with distance will have the effect of stretching the x coordinate for the problem, whereas if σ' increases, it corresponds to a shrinking of x . Generally, the former situation will exist.

In this section some of the general features of magnetohydrodynamic channel flows of a perfect gas with arbitrary conductivity have been discussed. It has been found that, in general, the Lorentz force and Joule heating can cause choking. For the special flows wherein u , T , p , or ρ is constant, it was shown that no choking is possible. Finally, the constant-area flow was considered in more detail. For the case in which $E_y/B_z = \text{const}$, we found that for a special choice of the initial condition no choking would occur. The condition of passing through Mach number 1 with no choking was called the tunnel. For any other initial conditions it was seen that the flow either choked or approached some constant Mach number asymptotically.

In the next section the general availability of analytical solutions of our system of equations will be considered briefly. Such solutions have the advantage of showing the variation of variables explicitly with distance along the channel.

11.5 EXACT SOLUTIONS

As expected, exact solutions of the system of one-dimensional equations are possible if the gas is assumed to be perfect and $\sigma'(p, T)$ is assumed to be of sufficiently simple form. In this case Eqs. (11.1), (11.2), (11.9), (11.11), and (11.12) are five equations for the eight unknowns: ρ , u , p , T , E_y , B_z , j_y , and A . Accordingly, if any three quantities are specified, the problem can be solved, in principle. Actually, only if these three variables are properly assumed will it be possible to find a closed, analytic solution to the system of equations. For example, in the previous section it was noted that a solution could be found if A , E_y , and B_z were all flow chokes. On the other hand, when u_0^* is too large, u^* approaches $(\gamma - 1)/\gamma$ asymptotically. For the special case of $u_0^* = 0.123$, u^* passes smoothly through $(\gamma - 1)/\gamma$ (and $\mathfrak{M} = 1$), and approaches unity asymptotically. A similar result would have been found for the initially supersonic case ($\mathfrak{M}_0 > 1$).

In the event that σ' is a constant, the parameter I_z can be properly interpreted as the axial distance x . A σ' which decreases with distance will have the effect of stretching the x coordinate for the problem, whereas if σ' increases, it corresponds to a shrinking of x . Generally, the former situation will exist.

In this section some of the general features of magnetohydrodynamic channel flows of a perfect gas with arbitrary conductivity have been discussed. It has been found that, in general, the Lorentz force and Joule heating can cause choking. For the special flows wherein u , T , p , or ρ is constant, it was shown that no choking is possible. Finally, the constant-area flow was considered in more detail. For the case in which

III.3 EXPERIENCES D'ANALOGIE HYDRAULIQUE :

Entre les deux guerres l'analogie hydraulique était un moyen courant d'étudier qualitativ. les systèmes d'ondes de choc. Si on dispose dans l'écoulement une fille aiguille, celle ci indiquera même le nombre de mach local (simulé) :

Lorsqu'on agit sur le fluide, on lui communique à chaque seconde et par unité de volume la puissance $\vec{E} \cdot \vec{J}$

En comparant cette puissance au flux d'enthalpie on obtient un paramètre caractéristique d'interaction S. Si S est négligeable devant l'unité, on agira de manière insignifiante sur la géométrie de l'écoulement, et en particulier sur le système d'ondes.

Si $SN \gg 1$ on pourra, dans un écoulement hydraulique, créer une vague stationnaire sans obstacle matériel dans un écoulement à section constante :

Imaginons une variation de section d'un écoulement à mach simulé $M > 1$
C'est à dire où la vitesse du liquide est supérieure à la vitesse de
propagation des ondes de surface. Cette variation de section entrainera
l'apparition d'un système d'ondes :

En réaccélérant le fluide à l'aide des forces de Laplace on peut faire
disparaître celui ci :

On peut même, en accroissant ces forces, créer une dépression en amont
de l'accélérateur :

En réaccélérant le fluide à l'aide des forces de Laplace on peut faire
disparaître celui ci :

Il est donc possible, grâce à la MHD, de modifier profondément les conditions gazodynamiques et hydrodynamiques autour d'un objet.

Nous avons, dans l'expérience précédente, figuré un rétrécissement d'un canal. En inversant l'objet, nous pouvions aussi bien figurer un obstacle ayant cette forme :

Supposons que cet objet soit placé dans un champ magnétique disposé perpendiculairement au plan de figure et munissons-le d'électrodes reliées à un générateur de courant continu :

La forme en biseau de l'objet était destinée à minimiser la trainée d'onde. Dans le cas d'un écoulement influencé par les forces de Laplace cette géométrie n'est plus indispensable. Et nous nous orienterons vers un simple cylindre.

En règle générale, et comme on va le voir tout au long de ce chapitre, la géométrie des aérodynes MHD (ou des hydrodynes) n'a plus de rapport avec les géométries classiques de machines volantes ou navigantes. C'est un tout autre monde qui va apparaître.

Voici l'écoulement "passif" autour de ce cylindre. On reconnaît la vague d'étrave et la vague de poupe (analogues des ondes frontales ou des ondes de culot dans les gaz).

Le cylindre sera muni d'un solénoïde, comme indiqué :

avec les géométries classiques de machines volantes ou navigantes. C'est un tout autre monde qui va apparaître.

Les électrodes seront disposées selon des génératrices du cylindre.
On obtient le système de forces de Laplace ci après :

Ces forces sont surtout importantes au voisinage immédiat des électrodes.

Si nous plaçons le modèle dans un liquide au repos, nous obtenons l'écoulement ci après :

Ces forces sont surtout importantes au voisinage immédiat des électrodes.

La photo précédente a été obtenue avec une maquette cylindrique $\phi 2.5 \text{ cm}$
Le fluide accéléré est de l'eau additionnée de qq % de ClH.
Le champ, créé par un aimant permanent est de 200 gauss et l'intensité est de 0.2 ampères. L'écoulement a été visualisé à l'aide d'une substance colorée.

Cette géométrie cylindrique a été imaginée en 1975 par Maurice VITON, du Laboratoire d'Astronomie Spatiale de Marseille.

Nous allons maintenant reprendre l'expérience dans un écoulement à Mach simulé supérieur à l'unité et voir ce qui se passe.

CRITERE D'ACTION SUR LE SYSTEME D'ONDE DE CHOC DETACHEE :

Le fluide est ralenti de la vitesse V à la vitesse zéro au point d'arrêt, sur une distance d (distance de détachement). Ceci correspond par ailleurs à un saut de pression Δh . On peut ainsi faire apparaître une force caractéristique

$$F = \frac{\Delta h}{d}$$

Les forces de Laplace auront une action sur le système d'onde si la force JB satisfait à :

$$JB \gtrsim \frac{\Delta h}{d}$$

Si on applique Bernouilli nous aurons simplement : $\Delta h = \frac{1}{2} \rho V^2$

D'où un paramètre d'interaction :

$$S = \frac{2 JB d}{\rho V^2} \gg 1$$

du Laboratoire d'Astronomie Spatiale de Marseille.

Nous allons maintenant reprendre l'expérience dans un écoulement à Mach simulé supérieur à l'unité et voir ce qui se passe.

CRITERE D'ACTION SUR LE SYSTEME D'ONDE DE CHOC DETACHEE :

Le fluide est ralenti de la vitesse V à la vitesse zéro au point d'arrêt, sur une distance d (distance de détachement). Ceci correspond par ailleurs à un saut de pression Δh . On peut ainsi faire apparaître une force caractéristique

$$F = \frac{\Delta h}{d}$$

Dans des expériences de simulation hydraulique, en utilisant l'eau acidulée comme fluide, on doit limiter la densité de courant à une valeur inférieure à l'ampère par centimètre carré. Avec une maquette ayant un diamètre de l'ordre du cm, et un nombre de Mach simulé entre 1 et 2 nous avons calculé que la champ devait être supérieur au Tesla.

Voici les données expérimentales :

$$\begin{aligned} B &= 1.5 \text{ Tesla} \\ J &= 1 \text{ A/cm}^2 \\ d &\approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ \rho &= 10^3 \text{ Kg/m}^3 \\ V &= 8 \cdot 10^{-2} \text{ m/s} \\ \text{d'où } \delta &= 10 \end{aligned}$$

Voici un schéma de l'installation expérimentale :

$$\begin{aligned} B &= 1.5 \text{ Tesla} \\ J &= 1 \text{ A/cm}^2 \\ d &\approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ \rho &= 10^3 \text{ Kg/m}^3 \\ V &= 8 \cdot 10^{-2} \text{ m/s} \\ \text{d'où } \delta &= 10 \end{aligned}$$

(A)

$$J = 0$$

(B)

On notera le recollement des filets d'eau et la disparition du sillage turbulent

(C)

(A)

(B)

On notera le recollement des filets d'eau et la disparition du sillage turbulent

Cette expérience analogique montre comment on peut altérer profondément le système d'onde par les forces de Laplace.

La surface de l'eau se creuse devant la maquette. Il s'en suit que celle-ci reçoit une poussée. Elle se comporte comme un propulseur MHD.

III.4 VERS DES EXPERIENCES DANS LES GAZ :

L'analogie hydraulique est valable, en présence des forces de Laplace. Dans les gaz, et en particulier dans de l'air, l'expérience devrait pouvoir être rééditée. On trouvera en annexe les calculs d'une telle manipulation.

Nous pouvons nous permettre quelques commentaires au sujet de l'expérience précédente.

Des mesures précises, à l'aide de filets colorés, devraient donner la géométrie complète de l'écoulement. A notre avis elle doit correspondre à :

En jouant finement sur la distribution du courant dans le fluide et sur la géométrie magnétique nous pensons que l'onde de culot pourrait

L'analogie hydraulique est valable, en présence des forces de Laplace. Dans les gaz, et en particulier dans de l'air, l'expérience devrait pouvoir être rééditée. On trouvera en annexe les calculs d'une telle manipulation.

Nous pouvons nous permettre quelques commentaires au sujet de l'expérience précédente.

Des mesures précises, à l'aide de filets colorés, devraient donner la géométrie complète de l'écoulement. A notre avis elle doit correspondre à :

Nous voudrions avant de passer aux gaz, montrer la grande variété de géométries possibles d'accélérateurs MHD.

III.5 PREMIERE GEOMETRIE SPHERIQUE :

Un système de trois solénoïdes disposés à 120° et alimentés par des courants sinusoïdaux déphasés permet d'obtenir un dipôle tournant, avec une période T :

Ce système de champ tournant pourrait être par des courants sinusoïdaux déphasés permet d'obtenir un dipôle tournant, avec une période T :

Et le système est équivalent à un cylindre très courts. Si la période de commutation (égale à la période du champ magnétique tournant) est faible devant le temps de transit du fluide autour de la maquette, celui-ci sera entraîné suivant un écoulement induit semblable au précédent. Les forces de Laplace seront encore maximale au voisinage immédiat des électrodes :

La géométrie de l'écoulement pourrait être aisément déterminée à l'aide d'une cuve de Verley.

Des étudiants pourraient fabriquer un champ magnétique tournant en plaçant dans une sphère creuse un aimant permanent mobile autour d'un axe et entraîné par un moteur. Un système de balais assurerait la commutation des paires d'électrodes :

III.6 L'ACCELERATEUR PARIETAL :

L'inconvénient de l'accélérateur présenté plus haut est que le voltage à appliquer croit avec les dimensions de la maquette. Nous allons évoquer un type d'accélération qui peut s'effectuer en basse tension (dans un liquide ou dans un gaz).

Préons deux bobinages rectangulaires, et disposons les bout à bout :

Mais, au lieu de les faire travailler en tandem, mettons les en opposition.

Le flux magnétique devant se conserver dans la région de "oisaillement" de champ magnétique, celui ci sera renforcé.

Ce qui revient à accoler deux aimants parallélépipédiques en collant les deux faces nord ou les deux faces sud l'une contre l'autre :

Préons deux bobinages rectangulaires, et disposons les bout à bout :

Mais, au lieu de les faire

Nous donnons ces indications concrètes car ce dossier doit aussi servir de manuel d'initiation pour des étudiants.

Il existe dans le commerce des aimants plats très commodes :

Qui donne un millier de Gauss en surface et 1800 en saturation.

Reprenons notre objet fait de deux aimants accollés. Nous pouvons disposer deux électrodes linéaires comme suit :

Il s'en suivra une accélération du fluide parallèlement à ces électrodes.

Nous avons donc un accélérateur LINEAIRE

Nous pouvons remarquer maintenant que nous avons un élément de ce genre que

Qui donne un millier de Gauss en surface et 1800 en saturation.

Reprenons notre objet fait de deux aimants accollés. Nous pouvons disposer deux électrodes linéaires comme suit :

$$\vec{J} \times \vec{B}$$

En donnant des polarités alternées aux électrodes on crée des forces JKB qui sont toutes parallèles.

On obtient ainsi un ACCELERATEUR PARIETAL.

Il est linéaire, peut être aussi long que l'on veut. Et, pour une "surface mouillée donnée" on peut serrer les aimants et les électrodes d'aussi près que l'on veut. Un tel accélérateur pourrait même correspondre à un

$$\vec{J} \times \vec{B}$$

S'il faut créer cinq teslas, ou trente teslas dans un nombre appréciable de mètres cubes, ceci représente une énergie considérable.

Le système précédent a la propriété de concentrer l'énergie magnétique au voisinage de la paroi. En effet si le champ est très intense dans la zone de cisaillement, il décroît très vite après. Et on peut considérer que le volume magnétisé est une couche parallèle à la paroi et dont l'épaisseur est égale au pas des aimants.

Nous avons créé ce champ à l'aide d'aimants parallélépipédiques.

Mais nous pouvons aussi bien le créer à l'aide de barres parcourues par des courants antiparrallèles :

de ceci

points de
champ nul
ou ferre à :

l'épaisseur est égale au pas des aimants.

Nous avons créé ce champ à l'aide d'aimants parallélépipédiques.

Mais nous pouvons aussi bien le créer à l'aide de barres parcourues par des courants antiparrallèles :

de ceci

Ce système de barrés parcourues par des courants anti parrallèles donne la même distribution de champ alterné. Si S est la surface de ce lit de barres, et d le pas, l'énergie magnétique est :

$$\frac{B^2}{2\mu_0} \times S \times d$$

On remarquera, chemin faisant, que l'on peut accélérer sur les deux faces d'une plaque :

Ceci pourrait donner un utile contrôle de couche limite sur un profil.

A partir de cette géométrie d'accélérateur pariétal on peut faire à peu près n'importe quoi.

III.7 UNE AUTRE GEOMETRIE CYLINDRIQUE :

$$2\mu_0$$

On remarquera, chemin faisant, que l'on peut accélérer sur les deux faces d'une plaque :

III.8 UNE AUTRE GEOMETRIE SPHERIQUE :

On suivant une sphère, un ellipsoïde aplati :

Pour construire ces maquettes, utiliser les petits aimants indiqués plus hauts et les travailler à l'aide d'une meule diamantée. Assemblage (délicat) à l'araldite rapide :

Les quartiers d'aimants sont alors disposés comme les tranches d'une mandarine.

Pour construire ces maquettes, utiliser les petits aimants indiqués plus hauts et les travailler à l'aide d'une meule diamantée. (délicat)

III.8 GEOMETRIE DISQUE :

On peut à l'aide d'un tel accélérateur pariétal obtenir des forces radiales :

Ces forces peuvent être centrifuges ou centripètes.

Dans le second cas cette géométrie donnerait un compresseur MHD

*accélération sur les
2 faces en regard.*

Pour une bonne efficacité le pas des électrodes devrait être égal à la distance entre les deux disques.

On obtiendrait ainsi quelque chose rappelant le PINCH, mais sans champ variable.

Les étudiants pourraient étudier l'influence de ce pinch dans une simulation hydraulique.

En effet si le coefficient d'interaction est assez élevé les forces

Ces forces peuvent être centrifuges ou centripètes.

Dans le second cas cette géométrie donnerait un compresseur MHD

L'expérience peut être menée dans de l'eau acidulée ou dans du mercure.
Mais, en donnant aux parois une forme cônica, on peut créer l'équivalent
d'une onde de choc sphérique implosive :

Un tel compresseur pourrait créer une boule de plasma très dense au

L'expérience peut être menée dans de l'eau acidulée ou dans du mercure.

Mais, en donnant aux parois une forme cônica, on peut créer l'équivalent

JJB

fond. de cuve
côniq.ue

Collons en deux, face nord contre face nord et ceinturons le tout à l'aide de deux électrodes :

Nous obtenons une centrifugeuse.

On peut, bien sûr, accoler un grand nombre de ces disques :

On peut créer la centrifugation extérieurement ou intérieurement :

Nous obtenons une centrifugeuse.

On peut, bien sûr, accoler un grand nombre de ces disques :

La violence d'une telle centrifugation pourrait avoir quelque application industrielle (peut-être dans la séparation isotopique ?)

NB on peut combiner les actions de centrifugation :

Dans la section consacrée aux champ variables, on verra que cette géométrie constitue un très bon système de canon à protons.

Le lecteur pourra s'amuser à inventer d'autres configurations basées sur cet accélérateur pariétal.

Nous avons décrit cette centrifugeuse en introduisant des aimants. On peut aussi créer le champ à l'aide de solénoïdes, de bagues de courant, parcourues par des courants inversés, en alternance :

III.10 ACCELERATEUR PARIETAL ET IONISATION :

Cet accélérateur agit dans la couche de gaz ou de liquide située immédiatement contre la paroi.

Tiens...une application de plus :

Dans les réacteurs nucléaires on utilise du sodium fondu pour la réfrigération, comme fluide caloporteur.

Ce fluide est très visqueux et pose des problèmes de pompage. Un ingénieur m'avait demandé naguère si un pompage MHD du sodium pourrait convenir.

Cet accélérateur pariétal apporte un jour nouveau à ce problème. En effet il est alors intéressant que le pompage se localise précisément dans la couche limite, siège du phénomène visqueux. Il est également intéressant que ce pompage puisse se faire en basse tension.

La puissance perdue par effet Joule se localise, elle aussi, dans cette région pariétale. Le rendement croit donc avec le diamètre du tuyau (volume où se situe l'accélération MHD/volume total allant en décroissant au fur et à mesure que les dimensions du tuyau croissent).

Mais revenons à ce problème de l'ionisation.

Si on veut accélérer un gaz à l'aide de systèmes de ce genre, il est bon de pouvoir l'ioniser suffisamment. La décharge elle même peut créer l'ionisation.

Mais ce système se prête très bien à un ENSEMENCEMENT PAR SUDATION. La paroi est faite d'un matériau réfractaire, poreux, à travers laquelle on fait passer une semence facilement ionisable (dont la vaporisation donne également une réfrigération).

Autre idée : on peut superposer aux composantes continues du courant ou du champ des composantes HF, créant un chauffage et une ionisation.

Ici même chose : le chauffage serait localisé dans une couche dont l'épaisseur serait de l'ordre du "pas" des conducteurs.

En règle générale, des études de base sur l'ensemencement par sudation

Ce fluide est très visqueux et pose des problèmes de pompage. Un ingénieur m'avait demandé naguère si un pompage MHD du sodium pourrait convenir.

Cet accélérateur pariétal apporte un jour nouveau à ce problème. En effet il est alors intéressant que le pompage se localise précisément dans la couche limite, siège du phénomène visqueux. Il est également intéressant que ce pompage puisse se faire en basse tension.

La puissance perdue par effet Joule se localise, elle aussi, dans cette région pariétale. Le rendement croit donc avec le diamètre du tuyau (volume où se situe l'accélération MHD/volume total allant en décroissant au fur et à mesure que les dimensions du tuyau croissent).

III.11 ACCELERATEURS A INDUCTION :

Lorsqu'un milieu est soumis à un champ magnétique variable dans le temps, il subit un champ électrique correspondant à l'équation de Maxwell :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}' = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Soit L la dimension caractéristique du système, B l'ordre de grandeur du champ magnétique et T la période de variation de ce champ, nous aurons :

$$E' \sim \frac{LB}{T}$$

On connaît le schéma classique de l'accélérateur à ondes progressives :

Considérons un solénoïde. Si à l'instant t le courant parcourant les

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}' = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Soit L la dimension caractéristique du système, B l'ordre de grandeur du champ magnétique et T la période de variation de ce champ, nous aurons :

$$E' \sim \frac{LB}{T}$$

Le gaz situé dans le tube sera soumis à un champ B variable dans le temps. Donc il sera parcouru par des courants induits. Ces mêmes courants réagiront avec le champ B en donnant des forces de Laplace.

Le nombre de Reynolds magnétique est : $R_m = \mu \sigma V L$

est la perméabilité magnétique

la conductivité électrique

V la vitesse

L une dimension caractéristique

Si R_m est grand devant l'unité le plasma, ou le liquide, sera fortement lié au champ magnétique. On emploie souvent l'expression anglosaxonne "frozen in" (gelé dans).

Le milieu ionisé aura alors beaucoup de difficulté à glisser par rapport au champ magnétique.

Celui-ci sera donc entraîné par cet accélérateur à ondes progressives à la manière dont le bol alimentaire est entraîné par les contractions de l'intestin :

On pourra ainsi communiquer au plasma des accélérations considérables. C'est sur cette base que sont conçus les canons à protons.

Le nombre de Reynolds magnétique croît avec la perméabilité magnétique,

est la perméabilité magnétique

la conductivité électrique

V la vitesse

L une dimension caractéristique

Si R_m est grand devant l'unité le plasma, ou le liquide, sera fortement lié au champ magnétique. On emploie souvent l'expression anglosaxonne "frozen in" (gelé dans).

Le milieu ionisé aura alors beaucoup de difficulté à glisser par rapport au champ magnétique.

Celui-ci sera donc entraîné par cet accélérateur à ondes progressives

"peau de dauphin"
magnétique

En faisant varier en conséquence l'intensité du champ magnétique dans des conducteurs ceinturant ce modèle, on crée un système ondulé de lignes de champ magnétique, qui se propage vers l'aval. Si le Reynolds Magnétique est suffisant, il y a entraînement.

Tous les dispositifs susceptibles d'accroître la conductivité électrique au voisinage de la paroi sont évidemment bienvenus. On peut superposer une composante HF de chauffage au champ $B(t)$, ou créer une sudation pariétale de substance facilement ionisable. Ou même tapisser la paroi de minuscules électrodes à arc :

Ces systèmes se comportant comme des donneurs d'électrons libres.

NB : Les étudiants pourraient étudier des systèmes d'électrodes à arc miniaturisés, qui seraient fabriqués par dépôt de couches conductrices et isolantes, alternativement, le tout étant usiné par chimio abrasion.

On peut reprendre le schéma de tout à l'heure, concernant les accélérateurs

pour un accélérateur
magnétique

En faisant varier en conséquence l'intensité du champ magnétique dans des conducteurs ceinturant ce modèle, on crée un système ondulé de lignes de champ magnétique, qui se propage vers l'aval. Si le Reynolds Magnétique est suffisant, il y a entraînement.

Tous les dispositifs susceptibles d'accroître la conductivité électrique au voisinage de la paroi sont évidemment bienvenus. On peut superposer

Il est aisé d'entraîner ce dessin en bloc, parallèlement à la paroi, en variant les intensités dans les conducteurs subpariétaux. On obtient alors des machines que nous pourrions appeler "paramécie" à cause de la ressemblance du dessin magnétique avec les cils bibratiles :

Nous pensons qu'un tel système aurait une bonne efficacité quant à l'entraînement du plasma ou du liquide. Et des expériences seraient à faire dans ce domaine.

Les dessins présentés plus haut sont à reprendre un à un. Mais bien sûr la direction d'entraînement change :

Nous pensons qu'un tel système aurait une bonne efficacité quant à l'entraînement du plasma ou du liquide. Et des expériences seraient à faire dans ce domaine.

Même remarque en ce qui concerne la localisation de l'interaction dans la couche limite et la concentration de l'énergie magnétique dans une couche de faible importance vis à vis du volume total du système.

Quelques variantes :

Accélérateur disque centrifuge ou centripète.

Même géométrie, avec focalisation :

On remarquera, dans ce type de compresseur, que le plasma est confiné dans les chambres annulaires concentriques, ceci à cause de la direction du gradient de champ magnétique :

La centrifugeuse MHD à ondes progressives aura l'allure ci après :

La centrifugeuse MHD à ondes progressives aura l'allure ci après :

III.12 ACCELERATEUR A MODULATION D'IONISATION :

Soit τ_i le temps de relaxation d'ionisation dans l'air.
Imaginons un modèle circulaire, discoïde, muni d'un solénoïde équatorial, lequel est parcouru par un courant variable de période T .

Cette variation de B dans le temps va créer un champ électrique induit E' .
Champ se distribuant circulairement au voisinage du disque : —

Les forces de Laplace seront donc radiales.
alternativement centrifuges et centripètes.
Ces forces seront importantes si le champ induit E' dépasse une valeur seuil E^0

Situons nous en dessous de cette valeur seuil
et envisageons un dispositif qui enrichisse en électrons
la couche située immédiatement au voisinage de la paroi :

Cette variation de B dans le temps va créer un champ électrique induit E'

Si la période situant le champ E' immédiatement en dessous de la valeur seuil est grande devant le temps de recombinaison de ces électrons libres on pourra envisager de moduler la conductivité électrique au voisinage de la ~~xx~~ paroi. On peut alors obtenir le schéma ci-après :

Et obtenir des forces non constantes, centrifuges sur la partie supérieure et centripètes sur la partie inférieure. D'où l'écoulement induit ci-après :

III.13 PROBLEME DE CONFINEMENT SPECIFIQUES AUX GAZ :

La pression dans le gaz d'électron est $p_e = n_e k T_e$.

La pression magnétique est $B^2/2\mu_0$.

Dans les expériences sur les aérodynes MHD la pression magnétique est en général supérieure à la pression électronique. La géométrie de la décharge électrique sera donc conditionnée fortement pas la géométrie magnétique. Exemple :

Solénoïde ou aimant permanent cylindrique.
zone de champ B minimum.

Les forces de pression magnétique confinent la décharge électrique dans cette zone de B min. (expérimental)

La maquette ne fonctionnera donc pas comme nous le souhaiterions.

La solution consiste à utiliser d'abord des électrodes segmentées, puis à guider magnétiquement chaque décharge :

Dans les expériences sur les aérodynes MHD la pression magnétique est en général supérieure à la pression électronique. La géométrie de la décharge électrique sera donc conditionnée fortement pas la géométrie magnétique. Exemple :

Solénoïde ou aimant permanent cylindrique.
zone de champ B minimum.

Dans le cas d'une petite expérience en basse densité, avec des aimants permanents, on obtiendrait le même résultat en usinant le cylindre de matière magnétique :

Puis en comblant avec
par exemple de l'Aradite.

Ce système de guidage des "streamers" de courant pourra être généralisé à toutes les configurations précitées.

Partout où on souhaite faire circuler le courant en nappe régulière il faut d'abord passer à des électrodes segmentées, puis il faut guider ces jets de courant en ménageant des canaux où le champ magnétique est affaibli.

Une variation d'un facteur 2 dans le champ magnétique représente une variation d'un ordre 4 dans la pression magnétique.

Nous aurons l'occasion de revenir sur ce système de guidage des streamers que nous avons utilisé avec succès dans plusieurs manips.

Nous avons envisagé d'étendre dans les gaz la manip effectuée sur le cylindre (suppression de l'onde).

Dans ce cas l'expérience serait à mener dans une tuyère bidimensionnelle:

Puis en comblant avec
par exemple de l'Aradite.

La largeur de la tuyère, compte tenu de la pression, devrait être suffisante pour que la maquette ne soit pas située complètement dans les couches limites. Dans ces conditions on obtiendrait une distribution acceptable de la décharge simplement en faisant déborder le solénoïde de chaque côté de la paroi.

III.14 L'EFFET HALL :

Les machines MHD ont un rendement qui croit avec l'intensité du champ magnétique.

L'effet Hall est inexistant dans les liquides. On peut le négliger même pour des valeurs très intenses de B (30 Tesla).

Dans les gaz cet effet apparaîtra rapidement, pour B dépassant 4 teslas, à la pression atmosphérique.

Dans ces conditions tout ce qui a été présenté plus haut est inopérant. On voit par exemple aisément que l'objet cylindrique ne convient plus vu que les forces de Laplace, fortes au niveau des électrodes, sont

On pourrait obtenir une telle géométrie avec un gaz en état d'équilibre thermodynamique (à condition que B soit suffisant pour que $\beta = \frac{eB}{mv} > 1$

Dans l'air, l'ionisation se développera en régime d'hors équilibre.

Apparaîtra alors l'instabilité de Velikhov (voir chapitre 2).

Pour les étudiants :

Il est facile de monter une petite manip mettant en évidence l'effet Hall et l'instabilité de Velikhov. Il faut pour ce faire disposer d'une petite pompe à palettes, donnant un vide modeste (10^{-2} Torr). Pompe surmontée d'une cloche transparente. Un robinet, associé à un manomètre, permet de faire entrer à volonté le gaz d'essai et de régler sa pression p.

Il existe dans les laboratoires des installations d'aluminures sous vide qui fourniront la pompe, la cloche, et, sans doute, un classique manomètre à thermistance :

On pourrait obtenir une telle géométrie avec un gaz en état d'équilibre thermodynamique (à condition que B soit suffisant pour que $\beta = \frac{eB}{mv} > 1$

A la rigueur on pourra fabriquer un manomètre à liquide utilisant du Phtallate de Butyl (produit à très faible tension de vapeur saturante). La platine sera en plexiglass, facilement usinable. On ménagera des traversées étanches :

Il n'est pas question de laisser un conducteur métallique apparent dans l'enceinte basse pression sous peine de voir apparaître des amorçages parasites à ce niveau.

Une petite maquette pourra être réalisée à l'aide d'un barreau cylindrique en Ticonal (non conducteur de l'électricité)

Sous une pression comprise entre 10^{-1} et 10^{-2} Torr, avec un champ B modéré (200 à 500 gauss) on verra apparaitre l'effet Hall :

L'angle de la spirale ne dépasse pas 45°

Quelle que soit la valeur du champ magnétique.

Ce qui traduit la présence de l'instabilité d'ionisation de Velikhov.

Comment peut-on réaliser quand même un dessin enroulé du courant électrique
La note aux CRAS ci-jointe fournit une première solution. Mais il en existe d'autres.

(Voir plus loin).

Quelle que soit la valeur du champ magnétique.

Ce qui traduit la présence de l'instabilité d'ionisation de Velikhov.

Comment peut-on réaliser quand même un dessin enroulé du courant électrique
La note aux CRAS ci-jointe fournit une première solution. Mais il en existe d'autres.

(Voir plus loin).

Une autre solution, essayée avec succès, consiste à guider magnétiquement les streamers de courant. On créera ainsi une distribution non homogène de champ magnétique, conforme au dessin ci-après :

Le champ magnétique sera affaibli dans des allées de forme spirale.

Ceci peut être fait à l'aide d'aimants permanents. Imaginons une petite chambre ayant la forme d'un cylindre très courts. Et munie d'électrodes (cathodes) segmentées. Cette chambre est placée dans un champ magnétique général, disons de 1000 Gauss.

Des aimants sont alors disposés pour créer un "contre champ" dans

SUSCEPTIBLE D'INTERESSER LE SPECIALISTE :

Même en utilisant le système d'alimentation séquentielle présenté dans la note jointe, l'instabilité de Vélikhov subsiste. Elle se présente sous la forme d'une straction des streamers de courant :

On rappelle que les streamers ne coexistent pas dans le temps.

Le confinement magnétique utilisé a deux effets.

Primo il assure un guidage effectif.

Secondo il réalise un pincement des streamers :

On peut vérifier aisément l'efficacité du guidage magnétique des streamers par cet effet de confinement magnétique. Comme nous avons pu le faire nous même.

Déplaçons le petit système de contre champ, angulairement. La décharge suivra :

En pointillé l'emplacement de la zone de B minimum. On voit à quel point ce système peut être efficace puisqu'il permet même de faire aller le courant a contrario vis à vis de l'effet Hall lui même ! (figure de droite)

(Expérimental)

III.15 DECONFINEMENT :

Ces expériences se réfèrent à une décharge électrique confinée entre deux parois disque. Si on avait voulu opérer "a découvert" voici ce qui se serait passé :

Plus la densité électronique et la température électronique sont basses et plus le rapport

$$\frac{\frac{B^2}{2\mu_0}}{m_e k T_e} \gg 1$$

En basse densité (10^{-2} Torr) et à faible niveau de courant on peut même voir la décharge emplir toute la cloche :

avec $B = 200$ gauss

$P_m = 318$ pascals

$$p_e = p_g \times \frac{T_e}{T_g} \times \frac{n_e}{n_g}$$

à 10^{-3} bar $\frac{p_e}{P_m} \sim 10^{-2}$

III.16 SOLUTION POUR CONFINER A LA PAROI :

La solution consiste à inverser dans la région en question le gradient de champ magnétique.

Ceci peut se faire en créant le champ magnétique non plus avec un solénoïde, mais plusieurs.

En basse densité (10^{-2} Torr) et à faible niveau de courant on peut même voir la décharge emplir toute la cloche :

avec $B = 200$ gauss

$P_m = 318$ pascals

$$p_e = p_g \times \frac{T_e}{T_g} \times \frac{n_e}{n_g}$$

Le dessin ci après donne la géométrie du champ magnétique créé par trois solénoïdes :

Ces dessins correspondent à des calculs effectués sur ordinateur.
On remarquera qu'une surface de champ maximum affecte grosso modo
l'allure d'un tronc de cône s'appuyant sur les solénoïdes :

Le tracé optimum de la paroi se fait en utilisant une
trajectoire orthogonale aux lignes de champ.

Dans la concavité de la paroi
se situe une zone de confinement

Cette géométrie correspond à un aérodyne à double action : entrainement
sur la face supérieure et sur la face inférieure.

Le tracé optimum de la paroi se fait en utilisant une
trajectoire orthogonale aux lignes de champ.

Dans la concavité de la paroi
se situe une zone de confinement

Dans ces conditions le courant spiralerait de la manière suivante :

Dans de telles conditions les forces de Laplace peuvent être centrifuges à la partie supérieure et centripètes à la partie inférieure.

On peut limiter l'action sur l'air à la partie supérieure, auquel cas deux solénoïdes suffisent (un solénoïde périphérique et un solénoïde de confinement) :

On voit que la géométrie des aérodynes MHD s'écarte sensiblement de celle des machines conventionnelles.

Résultats d'expérience :

Les étudiants pourront réaliser des expériences de confinement pariétal en combinant deux aimants cylindriques :

On voit que la géométrie des aérodynes MHD s'écarte sensiblement de celle des machines conventionnelles.

Ce système à deux aimants réalise, dans la région ad hoc, la géométrie magnétique souhaitée. Dans ces conditions, l'effet de confinement pariétal est observé.

On pourrait bien entendu faire cette expérience avec des solénoïdes inducteurs. Pour pallier à la difficulté liée à l'échauffement on pourrait soit travailler pendant de brèves décharges, soit utiliser un refroidissement par eau, soit disposer à l'intérieur de la maquette une masse métallique faisant office de puits de chaleur (il suffit de pouvoir travailler le temps d'une photo).

III.17 COMBINAISON DU CONFINEMENT PARIETAL ET DU CONFINEMENT LATÉRAL :

Le système du confinement latéral entraîne également un confinement à la paroi.

Dans un champ uniforme, perpendiculaire à une paroi plane, créons une perturbation due à deux conducteurs linéaires subpariétaux, parcourus par des courants antiparallèles :

refroidissement par eau, soit disposer à l'intérieur de la maquette une masse métallique faisant office de puits de chaleur (il suffit de pouvoir travailler le temps d'une photo).

III.17 COMBINAISON DU CONFINEMENT PARIETAL ET DU CONFINEMENT LATÉRAL :

Le système du confinement latéral entraîne également un confinement à la paroi.

Dans un champ uniforme, perpendiculaire à une paroi plane, créons une perturbation due à deux conducteurs linéaires subpariétaux, parcourus par des courants antiparallèles :

Les points où les lignes de champ se recoupent sont des points de champ nul.

La région hachurée représente la zone où le plasma sera confiné. On voit, d'après la direction du gradient de B, que ce confinement s'effectue à la fois latéralement et perpendiculairement à la paroi.

Ces conducteurs subpariétaux permettent donc de créer des dessins spiralés de courant conformes à la géométrie souhaitée.

III.18 UNE REMARQUE IMPORTANTE SUR L'INSTABILITE D'IONISATION :

Revenons à la figure de la page 114.

Le guidage du streamer est donc assuré. Mais on observe aussi **UNE DISPARITION DES STRATES CARACTERISTIQUES DE L'INSTABILITE D'IONISATION !**

Ceci est important.

Il s'agit en fait de la première expérience où on élimine l'instabilité de Vélikhov, comme cela a été souligné au congrès international de Boston (1980). L'explication est la suivante :

La diminution de la section de passage du courant entraîne une remontée de la densité de courant, et de la température électronique. Le plasma passe d'abord en régime coulombien. Les mécanismes dissipatifs interviennent, et tous ont un effet stabilisant. Par ailleurs le taux de croissance des perturbations dépend de la longueur d'onde de celles-ci. Les strates qui apparaissent ont une longueur d'onde qui correspond au taux de croissance spiralés de courant conformes à la géométrie souhaitée.

C'est une retombée scientifique importante qui mériterait à elle seule une étude fondamentale systématique.

Par ailleurs ceci relancerait la formule des générateurs MHD fonctionnant en cycle fermé. On sait en effet que l'instabilité de Vélikhov a contraint les détenteurs de cette formule à l'abandon, après dix ans de recherche infructueuse. Voir le chapitre consacré aux générateurs MHD.

III.19 CALCUL DE LA ZONE DE CONFINEMENT :

Ce confinement pariétal localise l'interaction MHD au voisinage de la paroi dans une couche d'épaisseur d . Peut-on évaluer cette épaisseur ?

Le gradient de champ magnétique est imposé par le dessin des solénoïdes. Soit p_e la pression électronique. Le plasma se tassera dans une couche d'épaisseur d telle que :

$$\frac{p_e}{d} \sim \nabla B$$

Si le gradient magnétique est important cette épaisseur peut-être faible.

III.20 AUTRES METHODES DE CONTROLE DE L'IONISATION :

Tout peut être bon pour contrôler l'ionisation et la géométrie électrique autour d'un aérodyne. Electrodes à arc ou utilisation systématique du chauffage par hyperfréquences. En règle générale la recherche en MHD dans ces 20 dernières années a été beaucoup victime de l'autocensure.

Ces recherches ont été TROP VITE axées vers des prototypes industriels munis de trop de contraintes de rentabilité. Si on avait demandé d'emblée à Denis Papin de fabriquer un moteur d'avion il n'aurait jamais inventé la machine à vapeur.

Dans ces protos souvent monstrueux, la moindre innovation représentait une dépense considérable. Aussi peu d'idées nouvelles ont elles été mises à l'épreuve.

infructueuse. Voir le chapitre consacré aux générateurs MHD.

III.19 CALCUL DE LA ZONE DE CONFINEMENT :

Ce confinement pariétal localise l'interaction MHD au voisinage de la paroi dans une couche d'épaisseur d . Peut-on évaluer cette épaisseur ?

Le gradient de champ magnétique est imposé par le dessin des solénoïdes. Soit p_e la pression électronique. Le plasma se tassera dans une couche d'épaisseur d telle que :

$$\frac{p_e}{d} \sim \nabla B$$

Ainsi de nombreuses expériences de contrôle des streamers par HF pourraient elles être entreprises en basse densité (donc mettant en jeu des énergies modérées).

La MHD est riche en problèmes, mais aussi riche en solutions. Comme nous avons tenté de le montrer par ces très modestes études.

CHAPITRE QUATRE : AERODYNES MHD, EVALUATION TECHNOLOGIQUE

IV.1 GENERALITES SUR LA PROPULSION MHD :

Le premier propulseur est l'hélice. C'est une aile tournante. Un système de dépression et de surpression autour du profil s'établit qui se traduit par une force aérodynamique.

Ce procédé est limité au déplacement subsonique.

Le vol supersonique est classiquement dévolu à la propulsion par réaction. Méthode qui consiste à expulser du gaz par l'arrière. Dans un moteur fusées, schématiquement, c'est la pression sur le fond de la chambre de combustion qui assure la poussée.

On accroît le rendement en détendant le gaz dans une tuyère supersonique. Lorsque cette tuyère est adaptée, la pression de sortie égale la pression ambiante :

L'intégrale des forces de pression régnant sur tout l'intérieur de ce système de propulsion donne la poussée brute.

La propulsion MHD consiste à modifier la distribution de la pression

Le vol supersonique est classiquement dévolu à la propulsion par réaction. Méthode qui consiste à expulser du gaz par l'arrière. Dans un moteur fusées, schématiquement, c'est la pression sur le fond de la chambre de combustion qui assure la poussée.

Soit L la longueur d'interaction. La différence de pression qui sera susceptible d'être créée à l'aide des forces de Laplace est

$$\Delta p = J B L$$

Si JBL est de l'ordre de 10^5 pascals, cela signifie que l'on pourra créer $\Delta p \sim p$.

Dans le cas d'une machine à paramètre de Hall faible, nous renvoyons le lecteur page 53.

Prenons $B = 5$ teslas et $L = 2$ m. Les conditions seront satisfaites si $J \gg 10^4$ (un ampère par centimètre carré). Ce qui correspond à une température électronique entre 4000 et 5000°K . La densité de puissance $E \cdot J$ sera alors de $2 \cdot 10^9$ Watts par mètre cube. Deux mille mégawatts par mètre cube. Il s'agit d'une situation limite où la variation de pression serait de l'ordre de la pression atmosphérique. C'est à dire que l'appareil ferait devant lui un vide partiel. La poussée résultante étant $\Delta p \times S$

Où S est de l'ordre du mètre couple de l'appareil. On obtient alors pour $S = \pi R^2$ avec $R \sim 2$ m une poussée de l'ordre de cent tonnes.

Passons à une machine à effet Hall. Voir page 52. La température électronique est alors plus proche de 3000°K et la densité de puissance est inférieure à cent mégawatts par mètre cube (voir page 50).

La géométrie plus étalée (à volume égal) des machines disque donne une longueur d'interaction plus grande. Tout ceci fait que les machines à fort effet Hall sont moins consommatrices d'énergie.

Si JBL est de l'ordre de 10^5 pascals, cela signifie que l'on pourra créer $\Delta p \sim p$.

Dans le cas d'une machine à paramètre de Hall faible, nous renvoyons le lecteur page 53.

Prenons $B = 5$ teslas et $L = 2$ m. Les conditions seront satisfaites si $J \gg 10^4$ (un ampère par centimètre carré). Ce qui correspond à une

Ce rendement vaut cinq pour cent pour la machine à effet Hall faible, contre 20 % pour la machine disque. Avec également une poussée de l'ordre de la centaine de tonnes.

Nous touchons du doigt la différence fondamentale existant entre les engins volant conventionnels et les engins MHD. CES DERNIERS SUCENT LITTÉRALEMENT L'AIR QUI SE TROUVE DEVANT EUX.

L'aérodyne disque peut ainsi être considéré comme l'aile-électro magnétique. Le dessin ci après représente le décollage et la mise en vitesse d'un aérodyne MHD :

LITTÉRALEMENT L'AIR QUI SE TROUVE DEVANT EUX.

IV.2 ELEMENTS DE CALCUL :

Situons nous dans la pression atmosphérique. Nous allons dresser un cahier des charges pour des machines à faible, puis fort effet Hall.

Remarque préliminaire : A Mach deux Concorde consomme quelque 200 MW Tandis que la moindre fusée balistique croque de deux mille à dix mille mégawatts.

La supersonique est notre propos. Nous appliquerons donc le critère d'élimination de l'onde de choc, tel qu'il a été éprouvé en hydraulique.

$$\delta = \frac{2JBd}{\rho V^2} \approx 1$$

Aerodyne cylindrique ;

$$T_e = 4000^\circ K$$

$$V_e = 1.42 \cdot 10^{12}$$

$$B = 2.42 \text{ Teras}$$

$$E = 2.5 \cdot 10^5 \text{ V/m}$$

$$J = 4 \cdot 10^3$$

$$P_e = 10^9 \text{ W/m}^3$$

$$m_e = 7 \cdot 10^{19} / \text{m}^3$$

$$\frac{1}{2} \rho_0 V^2 = 3 \cdot 10^5 \text{ pascals.}$$

$$JB = 6 \cdot 10^4$$

$$R_m \sim 5 \cdot 10^{-3}$$

Tandis que la moindre fusée balistique croque de deux mille à dix mille mégawatts.

La supersonique est notre propos. Nous appliquerons donc le critère d'élimination de l'onde de choc, tel qu'il a été éprouvé en hydraulique.

$$\delta = \frac{2JBd}{\rho V^2} \approx 1$$

La pression magnétique vaut $p_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{B^2}{8\pi \cdot 10^{-7}}$ Pascals

$$p_m \approx 4 B^2 \text{ en bars.}$$

Une pression magnétique d'un bar est obtenue pour un demi tesla.
Dans tous les cas de figure nous pouvons dire que nous nous trouverons dans les conditions : $p_m \gg p_e$.

Le volume de plasma mis en jeu pour l'interaction MHD sera faible, confiné dans une faible couche entourant l'appareil. Une fraction de mètre cube.

Comparons avec un aérodyne-disque :

$$\begin{aligned} T_e &= 3500^\circ\text{K} \\ E &= 5 \cdot 10^4 \text{ V/m} \\ J &= 2 \cdot 10^3 \text{ A/m}^2 \\ B &= 24 \text{ Tesla} \\ P_e &= 10^8 \text{ W/m}^3 \\ \sigma &= 0,25 \text{ mhos/m} \\ U_e &= 9 \cdot 10'' \\ R_m &= 10^{-3} \\ \eta &= 30\% \end{aligned}$$

Une pression magnétique d'un bar est obtenue pour un demi tesla.
Dans tous les cas de figure nous pouvons dire que nous nous trouverons dans les conditions : $p_m \gg p_e$.

Le volume de plasma mis en jeu pour l'interaction MHD sera faible, confiné dans une faible couche entourant l'appareil. Une fraction de mètre cube.

Comparons avec un aérodyne-disque :

$$\begin{aligned} T_e &= 3500^\circ\text{K} \\ E &= 5 \cdot 10^4 \text{ V/m} \end{aligned}$$

Si on retenait un volume d'interaction de l'ordre du mètre cube, on tomberait sur des consommations de l'ordre de 1000 à 100 mégawatts, suivant la formule.

Que se passerait-il à Mach 10 ?

$$\Delta p = 7.5 \cdot 10^6 \text{ pascals}$$

$$JB \geq 1.5 \cdot 10^6$$

$$T_e = 4.600^\circ K$$

$$\sigma = 10 \text{ whos/m}$$

$$P_e = 10^{10} \text{ W/m}^3$$

$$R_m = 0,2$$

$$B = 28 \text{ Tesla}$$

$$E = 10^5 \text{ V/m}$$

$$J = 10^5 \text{ A/m}^2$$

$$n_e = 1.5 \cdot 10^{21} / \text{m}^3$$

$$V_0 B = 8,5 \cdot 10^4 \text{ NE}$$

$$P \sim 10.000 \text{ MW.}$$

Nous allons maintenant faire quelques calculs d'évaluation pour des manips en soufflerie. Prenons une maquette dont la dimension caractéristique est de 10 centimètres. Essais à Mach 2 pour différentes pressions. Voir tableau

$$\Delta p = 7.5 \cdot 10^6 \text{ pascals}$$

$$JB \geq 1.5 \cdot 10^6$$

$$T_e = 4.600^\circ K$$

$$\sigma = 10 \text{ whos/m}$$

$$P_e = 10^{10} \text{ W/m}^3$$

$$R_m = 0,2$$

$$B = 28 \text{ Tesla}$$

$r = 10^{-2} \text{ m}$ Nach 2 AIR

$\beta = 3$

p_{stan}	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
V m/s	680	430	270	170	107
$\frac{1}{2} \rho v^2$	$3 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^2$	30
T_g	300	119	47	18	7.5
Pe_g	1	0,252	$6,38 \cdot 10^{-2}$	$1.66 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-3}$
JB	$3 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^6$	$3 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^3$
T_e	5000°K	5000	5000	5000	5000
n_e m ⁻³	$1.5 \cdot 10^{21}$	$6 \cdot 10^{20}$	$2.3 \cdot 10^{20}$	10^{20}	$4 \cdot 10^{19}$
σ_{mbh}	23	30	37	50	90
V_e	$1.8 \cdot 10^{12}$	$4.4 \cdot 10^{11}$	$1.18 \cdot 10^{11}$	$2.36 \cdot 10^{10}$	$9.44 \cdot 10^9$
$B(\beta=3)$	31	7.5	2	0.4	0.16
E V/m	$1.32 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^4$	10^4	$3 \cdot 10^3$	$1.2 \cdot 10^3$
J A/m ²	$3.04 \cdot 10^5$	$9 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^4$	10^4
Pe_m	$4 \cdot 10^{10}$	$1.8 \cdot 10^9$	$3 \cdot 10^8$	$6 \cdot 10^7$	$1.2 \cdot 10^7$
R_{an}	$3.2 \cdot 10^{-6}$	$1.62 \cdot 10^{-4}$	$1.25 \cdot 10^{-4}$	$1.07 \cdot 10^{-4}$	$1.2 \cdot 10^{-4}$

$\frac{1}{2} \rho v^2$	$3 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^2$	30
T_g	300	119	47	18	7.5
Pe_g	1	0,252	$6,38 \cdot 10^{-2}$	$1.66 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-3}$
JB	$3 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^6$	$3 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^3$
T_e	5000°K	5000	5000	5000	5000
n_e m ⁻³	$1.5 \cdot 10^{21}$	$6 \cdot 10^{20}$	$2.3 \cdot 10^{20}$	10^{20}	$4 \cdot 10^{19}$

Sous un millième d'atmosphère, quatre mille gauss suffisent, la puissance consommée ne dépassant pas 60 watts. Une MHD bon marché, à ce stade.

On a également, à titre indicatif, calculé le temps de croissance de l'instabilité d'ionisation pour ces différents régimes de fonctionnement :

P_{far}	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
τ_{ion}	$6 \cdot 10^{-7}$	$2.4 \cdot 10^{-6}$	$7.8 \cdot 10^{-6}$	$2.4 \cdot 10^{-5}$	$7.5 \cdot 10^{-5}$ sec

Si on réalise une alimentation séquentielle autour de la maquette voici les fréquences minimale (compte tenu du temps de transit autour de la maquette) :

P_{far}	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
N	$3.5 \cdot 10^5$	$2.1 \cdot 10^5$	$1.3 \cdot 10^5$	$8.5 \cdot 10^4$	$5.3 \cdot 10^4$

Le calcul montre de plus qu'on peut améliorer le rendement en travaillant en pulsé

Revenons à une machine "vraie grandeur" travaillant à la pression atmosphérique A Mach 2 le temps de transit de l'air autour de l'engin est :

$$\tau_0 = \frac{10 \text{ m}}{580 \text{ m/s}} = 1.47 \cdot 10^{-2} \text{ sec}$$

P_{far}	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
τ_{ion}	$6 \cdot 10^{-7}$	$2.4 \cdot 10^{-6}$	$7.8 \cdot 10^{-6}$	$2.4 \cdot 10^{-5}$	$7.5 \cdot 10^{-5}$ sec

Si on réalise une alimentation séquentielle autour de la maquette voici les fréquences minimale (compte tenu du temps de transit autour de la maquette) :

P_{far}	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
N	$3.5 \cdot 10^5$	$2.1 \cdot 10^5$	$1.3 \cdot 10^5$	$8.5 \cdot 10^4$	$5.3 \cdot 10^4$

Prenons : $\frac{\tau_{imp}}{\tau} \sim 10^{-3}$

Il vient :

$$\mu B = 6 \cdot 10^5 \quad T_e = 5000^\circ K$$

$$B = 31 \text{ Tesla} \quad n_e(\text{crite}) = 1.5 \cdot 10^{21} / m^3$$

$$E_{\text{crite}} = 1.32 \cdot 10^5 \text{ V/m}$$

$$I_{\text{crite}} = 3.4 \cdot 10^5 \text{ A/m}^2$$

$$\sigma_{\text{crite}} = 23$$

$$P_{e \text{ crite}} = 4 \cdot 10^{10}$$

$$\text{soit } \overline{P_e} = 4 \cdot 10^7 \text{ W/m}^3$$

D'où un gain net sur la puissance consommée. Les machines marchent mieux à l'aide de pulses.

NB une composante HF en 3000 méga pourra être superposée dans chaque pulse :

$$\mu B = 6 \cdot 10^5 \quad T_e = 5000^\circ K$$

$$B = 31 \text{ Tesla} \quad n_e(\text{crite}) = 1.5 \cdot 10^{21} / m^3$$

$$E_{\text{crite}} = 1.32 \cdot 10^5 \text{ V/m}$$

Page 132 nous avons fourni des données de calcul pour des manip portant sur des maquettes à paramètre de Hall égal à trois. Pour une machine à paramètre de Hall faible on suggère :

$$p = 10^{-3} \text{ bar}$$

$$T_e = 6400^\circ \text{K}$$

$$\sigma = 600 \text{ whio/m}$$

$$V_e \approx 10^{10}$$

$$m_e = 2.5 \cdot 10^{20}$$

$$B = 150 \text{ gauss} = 0,015 \text{ Tesla}$$

$$E = 800 \text{ V/m}$$

$$J = 6 \cdot 10^5 \text{ A/m}^2$$

$$\beta = 0,25$$

$$d = 2 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$S = \frac{2 \beta B d}{e V^2} = 7,5$$

On notera la modicité du champ magnétique qui peut être produit par un simple aimant permanent.

AERODYNES A INDUCTION

L'équation de Maxwell s'écrit :

$$\nabla \cdot \mathbf{E}' = \rho R$$

$$T_e = 6400^\circ \text{K}$$

$$\sigma = 600 \text{ whio/m}$$

$$V_e \approx 10^{10}$$

$$m_e = 2.5 \cdot 10^{20}$$

$$B = 150 \text{ gauss} = 0,015 \text{ Tesla}$$

$$E = 800 \text{ V/m}$$

On notera la modicité du champ magnétique qui peut être produit par un simple aimant permanent.

Ici l'effet Hall est indésirable. Prenons $\beta = 0.3$

$$J \approx \sigma E' \quad E' = \frac{v_0 B_0}{t_0}$$

$$S' = \frac{2 J B v_0}{\rho_0 v_0^2} = \frac{2 \sigma v_0^2 B_0^2}{\rho_0 v_0^2 t_0} \approx 1$$

$v_0 = 5 \text{ m}$

Mode 2

$\tau_{\text{transit}} = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ sec}$

$\frac{1}{2} \rho_0 v_0^2 = 3 \cdot 10^5$

$B_0 = 2,4 \text{ Tesla}$

$T_e = 3500^\circ \text{K}$

$\sigma = 0,25$

$\rho_e = 10^8 \text{ W/m}^3$

$t = 1,2 \cdot 10^{-4} \quad N = 8000 \text{ Hz}$

Pour Mode 10:

$$S' = \frac{2 J B v_0}{\rho_0 v_0^2} = \frac{2 \sigma v_0^2 B_0^2}{\rho_0 v_0^2 t_0} \approx 1 \quad - 2,1 \text{ Tesla}$$

$v_0 = 5 \text{ m}$

Mode 2

$\tau_{\text{transit}} = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ sec}$

Complétons par des calculs portant sur une maquette où la dimension caractéristique est de l'ordre du cm :

P_{far}	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
$\frac{1}{2} \rho_0 v_0^2$	$3 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^2$	30
M_{eq}	1	0,252	$6,38 \cdot 10^{-2}$	$1,66 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-3}$
B_0	3	0,75	0,2	0,04	0,01
T_e	5000	5000	5000	5000	5000
σ	23	30	37	50	90
N_{Hz}	$1,44 \cdot 10^7$	$1,77 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^7$	$3,75 \cdot 10^7$	$1,31 \cdot 10^7$

$N \sim 10 \text{ MHz}$

avec un volume d'interaction $\sim 1 \text{ cm}^3$

τ	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
P_{ew}	$4 \cdot 10^4$	$1,53 \cdot 10^3$	31	0,9	0,012
P_{far}	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
$\frac{1}{2} \rho_0 v_0^2$	$3 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^2$	30
M_{eq}	1	0,252	$6,38 \cdot 10^{-2}$	$1,66 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-3}$
B_0	3	0,75	0,2	0,04	0,01
T_e	5000	5000	5000	5000	5000
σ	23	30	37	50	90

IV.3 PROJETS D'EXPERIENCES :

Les projets d'expérience découlent des calculs de la section précédente.

On a le choix entre différentes solutions. On peut soit opérer en soufflerie supersonique à fonctionnement continu, soit utiliser une soufflerie à choc.

Dans les deux cas il est inutile de prolonger l'expérience sur un temps supérieur au temps caractéristique d'établissement ou de disparition du système d'ondes de choc. Temps qui dépend de la pression et de la température mais qui est toujours bref. Inférieur à la milliseconde.

Ceci est bien commode quand on doit créer des champs magnétiques et des densités de courant relativement élevés.

Des champs de l'ordre de 1 à 10 teslas peuvent ainsi être créés à l'aide d'une simple décharge de condensateur, avec système CROW-BAR. Champs qui restera suffisamment constant pendant plusieurs millisecondes.

Les condensateurs peuvent également alimenter les électrodes de décharge. La visualisation se fera par interférométrie ou strioscopie. On devra tenir compte de l'intensité lumineuse propre de la décharge électrique.

Ces visualisations se feront donc avec un laser ayant une puissance plus grande dans la gamme de fréquences considérée. Tout ceci est classique.

Toute la phase transitoire pourra être enregistrée à l'aide d'une caméra ultra rapide (convertisseur d'image). Style BECKMANN ou TRW.

Plus simplement, on pourrait, comme dans l'expérience hydraulique, enregistrer la pression au point d'arrêt à l'aide d'un simple capteur piézo électrique. Si la pression au point d'arrêt retombe à la valeur de la pression statique de l'écoulement, on pourra en déduire que l'expérience a été un succès. Et a fortiori si cette pression descend en dessous de l'ambient.

Le tube à choc serait intéressant car il permettrait d'opérer à des températures élevées. En profitant donc de la conductivité propre du gaz. Ceci éviterait de se coller d'emblée tous les problèmes liés aux plasmas une soufflerie à choc.

Dans les deux cas il est inutile de prolonger l'expérience sur un temps supérieur au temps caractéristique d'établissement ou de disparition du système d'ondes de choc. Temps qui dépend de la pression et de la température mais qui est toujours bref. Inférieur à la milliseconde.

Ceci est bien commode quand on doit créer des champs magnétiques et des densités de courant relativement élevés.

Des champs de l'ordre de 1 à 10 teslas peuvent ainsi être créés à l'aide d'une simple décharge de condensateur, avec système CROW-BAR. Champs qui restera suffisamment constant pendant plusieurs millisecondes.

Les condensateurs peuvent également alimenter les électrodes de décharge.

La première opération consistant à essayer en tirant dessus : à la main.
Puis avec une pince, puis avec une machine de travaux public :

Une fois cette expérience menée à bien, on se préoccupera de rendements,
de consommation, etc...

CHAPITRE CINQ : CONVERSION MHD, GENERATEURS, APPLICATIONS INDUSTRIELLES:

CHAPITRE CINQ : CONVERSION MHD, GENERATEURS, APPLICATIONS INDUSTRIELLES:

V.1 INTRODUCTION :

On trouvera exposé ici, très brièvement, quelques idées de MHD touchant entre autre à la production de courant électrique et au pompage. Historiquement, la MHD battait son plein entre les années 60 et 70. Tous les pays industrialisés se mirent de la partie, y compris la France.

On peut dire que cette aventure est un cas typique de sous estimation des difficultés fondamentales. Des installations d'importance moyenne furent bâties, ça et là. Deux options : les cycles ouverts et les cycles fermés. Dans les cycles ouverts : des problèmes de combustion, de tenue en température des matériaux, d'intensité de champ magnétique. Dans les cycles fermés, marchant nécessairement dans des conditions d'ionisation hors d'équilibre : des problèmes essentiellement liés à l'instabilité de Vélikhov.

Si on se réfère au colloque qui s'est tenu en Juin 80 au MIT (USA) les cycles fermés ont été totalement abandonnés depuis des années. Et tout l'effort se concentre sur les cycles ouverts, brûlant soit des hydrocarbures, soit du charbon gazéifié, soit un mélange de tout cela,

En 1969 la France a carrément tout abandonné. Les équipes ont été dispersées et les chercheurs se sont recyclés.

En Angleterre des chercheurs isolés, ou entouré d'une petite équipe (Haines) continuent des travaux théoriques. On compte deux chercheurs sur le sujet en Italie, dotés de moyens très faibles. (Negrini).

Le tube à choc fabriqué à l'IMFM pour des expériences de conversion MHD hors d'équilibre, en pulsé, a été vendu à des Indiens.

Une recherche très solide avait été initiée à l'Institut Batelle de Genève. Où un tube à choc fonctionnant avec un aérosol de sodium, a été complètement abandonnée au moment où l'engin devenait opérationnel.

Historiquement, la MHD battait son plein entre les années 60 et 70. Tous les pays industrialisés se mirent de la partie, y compris la France.

On peut dire que cette aventure est un cas typique de sous estimation des difficultés fondamentales. Des installations d'importance moyenne furent bâties, ça et là. Deux options : les cycles ouverts et les cycles fermés. Dans les cycles ouverts : des problèmes de combustion, de tenue en température des matériaux, d'intensité de champ magnétique. Dans les cycles fermés, marchant nécessairement dans des conditions d'ionisation hors d'équilibre : des problèmes essentiellement liés à l'instabilité de Vélikhov.

En parallèle les américains ont beaucoup accru l'intensité des champs magnétiques supraconducteurs. La supraconductivité n'est pas une chose simple. On sait qu'elle peut être obtenue si une certaine fonction $F(B,T,J)$ est négative :

La zone de supraconductivité se situant sous la surface $F(B,T,J)=0$

Les supraconducteurs sont aussi sensibles aux instabilités (phonons).

Actuellement les américains peuvent construire dans de grands volumes des installations développant sept teslas. Nul doute que cette valeur s'élèvera avec le temps.

Tout dépend des champs magnétiques atteints. Il est même possible que les générateurs disques reprennent un jour une certaine actualité, si le rapport $eB/mc v$ devient suffisant.

Si, dans les accélérateurs MHD on cherche à enrouler les lignes de courant électrique dans les générateurs c'est l'inverse. Ce sont des streamers radiaux que l'on souhaite. Si l'angle de Hall était proche de 90° , ces streamers se confondraient avec les rayons vecteurs.

Toujours cette même remarque : la MHD est plus intéressante en régime de Hall.

V.2 REFLEXION SUR LES GENERATEURS EN CYCLE FERME :

Entre 1965 et 1970 toutes les équipes sont tombées les unes après les autres sur les écueils de l'instabilité d'ionisation. Et cela a été le naufrage rapide, puis l'abandon.

Les équipes russes qui avaient créé la MHD en cycle fermé provenaient du groupe Fusion de l'institut Krutchatov (Velokhov, Golubev, etc...) Ces équipes semblent actuellement s'être reportées sur la MHD impulsjonnelle (voir plus loin). En effet des progrès intéressants ont été réalisés dans ce domaine, à applications militaires en priorité.

Actuellement l'effort dans le domaine des cycles fermés est nul. Pourtant nous pensons que cette question mériterait d'être reconsidérée. A la lumière de certaines idées développées plus haut.

La première idée concerne le confinement magnétique des streamers. Prenons par exemple une tuyère de Faraday. Classiquement elle est soumise à un champ B transverse homogène. Que se passerait-il si on utilisait systématiquement les inhomogénéités de champ pour contenir les streamers :

A gauche on voit l'aspect désolant classique d'une veine de Faraday en proie à l'instabilité d'ionisation. Striation, turbulence.

A droite le confinement des streamers à l'aide du gradient du champ magnétique.

Ces équipes semblent actuellement s'être reportées sur la MHD impulsjonnelle (voir plus loin). En effet des progrès intéressants ont été réalisés dans ce domaine, à applications militaires en priorité.

Actuellement l'effort dans le domaine des cycles fermés est nul. Pourtant nous pensons que cette question mériterait d'être reconsidérée. A la lumière de certaines idées développées plus haut.

La première idée concerne le confinement magnétique des streamers. Prenons par exemple une tuyère de Faraday. Classiquement elle est soumise à un champ B transverse homogène. Que se passerait-il si on utilisait systématiquement les inhomogénéités de champ pour contenir les streamers :

Faisceaux laser concentrant l'ionisation au niveau des électrodes.

Une idée élégante serait de faire laser le générateur lui même. Des idées de lasers MHD traînaient dans l'air vers 1965-1968. Il ne faut pas oublier que les mélanges caloporteurs peuvent être Hélium Argon ou Hélium Néon.

Le générateur se stabiliserait ainsi lui-même, sans nécessiter un apport extérieur d'énergie.

Tout ceci est évidemment délicat. Mais ce serait à creuser, à travers des manip fondamentales de coût très moyen, menées par des chercheurs ayant un haut niveau.

Effectuons un petit retour vers les générateurs de type de Hall. En 1965 Vélikhov et Golubev présentaient un film pris avec un convertisseur aligné et montrant un générateur disque en proie à l'instabilité :

On cherche à assurer un passage radial du courant. Ainsi les streamers doivent être rectilignes et parallèles à l'écoulement fluide. Ceci suggère trois modes d'action :

Renforcement et contrôle de l'ionisation soit à l'aide de lasers, soit par HF, soit par faisceaux de particules.

Guidage magnétique des streamers

$$(Re k Te \ll B^2 / 2\mu_0)$$

Ensemencement immédiatement après le passage du col de la tuyère :

Pores d'émission de semence alcaline

soit à l'aide de lasers, soit par HF, soit par faisceaux de particules.

Guidage magnétique des streamers

Enfin on a pas utilisé la géométrie particulière des tuyères disques, qui ont un taux de détente extrêmement brutal, et se prêtent au figeage d'une ionisation qu'on pourrait amorcer dans le gaz chaud avant détente.

V.3 GENERATEURS PULSES :

Entre 1965 et 1969 des recherches ont été menées en France (en particulier par l'auteur) sur des générateurs MHD couplés à des tubes à choc. Fonctionnement hors d'équilibre ($T_g = 4000^\circ K$ $T_e \sim 2T_g$)

Fluide caloporteur 70 % He 30 % Argon.

Ce mélange permettait de réaliser une ionisation très rapide en utilisant l'effet PENNING :

Ces systèmes, couplés sur des générateurs de Faraday, donnaient des densités de puissance de dizaines de mégawatts au litre.

L'auteur a ainsi réussi le premier fonctionnement en régime d'hors équilibre de manière stable, par passage rapide en régime coulombien. On sait en effet que le paramètre de Hall décroît lorsque le plasma devient Coulombien. Ceci à cause de l'accroissement de la fréquence de collision due à l'apparition des chocs électron-ions :

Ce système permettait donc de placer au plus vite le plasma dans une situation stable (telle que $\beta < \beta_{cr}$)

Il fallait évidemment pour ce faire disposer d'une très grande vitesse d'ionisation (d'où le recours à l'effet Penning).

Ces générateurs MHD impulsionsnels pourraient fournir de fortes puissances embarquées, rapidement disponibles, pour les satellites.

Un détail : dans l'espace le vide ne coûte rien....

Les tubes à choc pourraient être disposés en barillet :

Le système ci après crée en son centre un point de champ nul.
Les lignes de champ pouvant alors guider le plasma vers ce point.

Ceci nous entraine vers des formules assez futuristes de "deux-temps" à fusion. Premier temps l'énergie dispensée par un condensateur provoque la compression du plasma et sa focalisation. Une énergie de chauffage additionnelle est alors fournie (équivalent à la bougie du moteur). Energie qui peut être fournie par un laser ou un faisceau de particules. Le plasma en expansion, recomprime les lignes de

Nous aurions peut être là un candidat possible pour la motorisation d'aérodyne magnétohydrodynamiques.

V.5 ACCELERATEURS DE PARTICULES :

Revenons aux systèmes décrits pages 90 à 100.

La géométrie à cisaillement de champ est une bonne candidate pour un canon à protons, ou à électrons :

Nous aurions peut être là un candidat possible pour la motorisation d'aérodyne magnétohydrodynamiques.

V.5 ACCELERATEURS DE PARTICULES :

Revenons aux systèmes décrits pages 90 à 100.

La géométrie à cisaillement de champ est une bonne candidate pour un canon à protons, ou à électrons :

Les cellules magnétiques qui apparaissent du fait de cette inversion périodique du sens de passage du courant dans les solénoïdes coaxiaux sont des zones piègeage des particules chargées.

En déplaçant l'ensemble du pattern selon l'axe on obtiendrait un ensemble accélérateur probablement assez efficace.

V.6 POMPES A VIDE MHD :

Une application possible de l'effet Hall serait une pompe à vide électromagnétique. L'accélérateur est alors un accélérateur disque.

Des recherches ont été entreprises dans ce sens dans le cadre d'un contrat passé avec le ministère du commerce. Monsieur Michel Billiotte, maître assistant à la faculté des sciences de Saint Charles, docteur ès sciences, continue actuellement ces recherches, entreprises en 1977.

En basse pression le problème de l'émission cathodique se complique. Monsieur Billiotte est en train d'essayer d'adapter à ce dispositif de pompage à courants spiraux, qui utilise toutes les idées de base développées dans ce mémoire (confinement des streamers, alimentation séquentielle), un système à cathodes creuses en Tungstène.

Dans l'enceinte à basse pression on réalise un très faible débit d'Argon. Les fluides basse pression étant très visqueux, il se crée au long du tube un gradient. Et la pression va de la pression réservoir à la pression régnant dans le corps de pompe.

Il y a toujours, dans le tube, une zone ... correspond au minimum

V.6 POMPES A VIDE MHD :

Une application possible de l'effet Hall serait une pompe à vide électromagnétique. L'accélérateur est alors un accélérateur disque.

Des recherches ont été entreprises dans ce sens dans le cadre d'un contrat passé avec le ministère du commerce. Monsieur Michel Billiotte, maître assistant à la faculté des sciences de Saint Charles, docteur ès sciences, continue actuellement ces recherches, entreprises en 1977.

En basse pression le problème de l'émission cathodique se complique. Monsieur Billiotte est en train d'essayer d'adapter à ce dispositif de pompage à courants spiraux, qui utilise toutes les idées de base développées dans ce mémoire (confinement des streamers, alimentation séquentielle), un système à cathodes creuses en Tungstène.

Ceci est une recherche de retombée industrielle de cette MHD " " .
Il sera quand même problématique d'arriver à des gammes de pression où le libre parcours excède la dimension de la pompe. Mais en tout état de cause cette recherche est à poursuivre.

Il est certain que des pompes MHD auraient des intérêts considérables. Par exemple elles ne seraient pas sélectives et agiraient de la même façon sur les molécules lourdes de l'air ou sur l'hydrogène, qui est, comme chacun sait, le gaz résiduel de pompage dans les systèmes conventionnels. Ce système serait aussi parfaitement non polluant (par opposition aux systèmes à huiles vaporisées). Il serait peut-être possible de dériver de cette manip d'accélération des gaz en basse densité un système de séparation isotopique de l'hydrogène.

façon sur les molécules lourdes de l'air
chacun sait, le gaz résiduel de pompage dans les systèmes conventionnels.
Ce système serait aussi parfaitement non polluant (par opposition aux systèmes à huiles vaporisées). Il serait peut-être possible de dériver de cette manip d'accélération des gaz en basse densité un système de séparation isotopique de l'hydrogène.

Ce dossier a été rédigé très rapidement, Trop rapidement sans doute, à la demande d'organismes intéressés comme le CNES, la DRET et certains industriels.

Nous demandons au lecteur une certaine indulgence pour sa présentation. Les idées présentées sont très inégalement développées. Certaines sont présentées de façon brute.

A travers ce document, on pose le problème de la MHD en France. On entend souvent des scientifiques dire : " La MHD, ça ne marche pas ! "

Certes, des années s'écouleront sans doute avant que la MHD n'enrichissent les industriels ou ne nous fasse faire des économies d'énergie. Mais on peut déplorer en France (comme dans la plupart des pays d'Europe, Hollande exceptée) l'absence d'une recherche fondamentale concertée.

Beaucoup de choses seraient à faire, souvent de manière relativement économique, à la fois dans le domaines de l'accélération et de la conversion MHD. Le rapport contient nombre de petites manip de simulation pouvant servir de sujets de thèses, et sensibiliser de jeunes étudiants. Au delà il y a ce défi concernant l'annihilation de l'onde de choc frontale. Ce problème pourrait être traité avec succès par une équipe réduite de chercheurs travaillant sur un contrat de quelques centaines de millions de francs, et disposant d'une soufflerie ad hoc et de matériel de mesure.

20 Décembre 1980

Jean-Pierre PETIT

Les idées présentées sont très inégalement développées. Certaines sont présentées de façon brute.

A travers ce document, on pose le problème de la MHD en France. On entend souvent des scientifiques dire : " La MHD, ça ne marche pas ! "

Certes, des années s'écouleront sans doute avant que la MHD n'enrichissent les industriels ou ne nous fasse faire des économies d'énergie. Mais on peut déplorer en France (comme dans la plupart des pays d'Europe, Hollande exceptée) l'absence d'une recherche fondamentale concertée.

Beaucoup de choses seraient à faire, souvent de manière relativement économique, à la fois dans le domaines de l'accélération et de la conversion MHD. Le rapport contient nombre de petites manip de simulation pouvant

VII BIBLIOGRAPHIE :

VII BIBLIOGRAPHIE :

1) BEN DANIEL ET TAMOR

Non equilibrium ionization in magnetohydrodynamic generators.
Gen.Elec Rept Dept. 62-RL (2922.E) January 1962

2) J.P.PETIT & . DARROZES :

Une nouvelle formulation des équations du mouvement d'un gaz ionisé dans un régime dominé par les collisions. Journal de mécanique
Vo.14 N°4 Avril 1975

3) E.VELIKHOV :

Hall instability of current carrying slightly ionized plasma.
MHD elec. power generation Newcastle 1962 p.135

4) A.SOLBES :

Etude des inhomogénéités planes dans un plasma de conversion MHD.
Instabilités électroniques. PA Ign/RT Saclay 8 sept 66

5) J.P.PETIT & J.VALENSI :

Taux de croissance de l'instabilité électrothermique et paramètre de Hall critique dans les générateurs MHD à cycle fermé lorsque la mobilité électronique est variable
CRAS t.269 pp.365-367 1° sept 1969

6) H.MASSEY & J.D.CRAGGS :

Handbuch der physik 37/1 pp. 314-416 1959

7) J.P.PETIT :

Convertisseurs MHD d'un genre nouveau
CRAS 1975 t.281 15 sept pp. 157-160

8) J.P.PETIT & J.VALENSI :

Performances théoriques d'un générateur de type de Faraday avec ionisation hors d'équilibre.
CRAS t.268 14 Avril 1969 p.835-838

9) J.P.PETIT J.VALENSI D.DURESNE J.P. CARESSA

Caractéristiques électriques d'un générateur linéaire de Faraday dans un régime dominé par les collisions.
Vo.14 N°4 Avril 1975

3) E.VELIKHOV :

Hall instability of current carrying slightly ionized plasma.
MHD elec. power generation Newcastle 1962 p.135

4) A.SOLBES :

Etude des inhomogénéités planes dans un plasma de conversion MHD.
Instabilités électroniques. PA Ign/RT Saclay 8 sept 66

5) J.P.PETIT & J.VALENSI :

Taux de croissance de l'instabilité électrothermique et paramètre de Hall critique dans les générateurs MHD à cycle fermé lorsque la

11) J.P.PETIT :

Calcul des coefficients de transport d'un plasma non lorentzien.
Journal de mécanique Vol 11 (1972) p.233-250

12) J.P.PETIT

Phénomènes de transport dans un plasma non lorentzien.
Coloqne de la société française de Physique. Evian 1971.

13) J.P.PETIT :

Calcul des coefficients de transport d'un plasma hors d'équilibre soumis à des champs E et B croisés.

Journal de Physique de l'ingénieur de MINSK t.26 Mais 1974 p.914-929.

13) J.P.PETIT :

Calcul des coefficients de transport d'un plasma hors d'équilibre soumis à des champs E et B croisés.

Journal de Physique de l'ingénieur de MINSK t.26 Mais 1974 p.914-929.