3^e CYCLE DENSEIGNEMENT SUPERIEUR

N° d'Ordre

THESE

Présentée à l'UNIVERSITE de POITIERS (U.F.R. C.E.A.T.)

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE POITIERS

Diplôme National : arrêté du 23 Novembre 1988

Spécialité : AERODYNAMIQUE

par

Bertrand LEBRUN

APPROCHE THEORIQUE DE LA SUPPRESSION DES ONDES DE CHOC SE FORMANT
AUTOUR D'UN OBSTACLE EFFILE PLACE DANS UN ECOULEMENT SUPERSONIQUE
D'ARGON IONISE A L'AIDE DE FORCES DE LAPLACE

- CAS D'UN ECOULEMENT EN REGIME QUASI-UNIDIMENSIONNEL STATIONNAIRE POUR UN GAZ REEL ET UN GAZ PARFAIT
 - CAS D'UN ECOULEMENT EN REGIME BIDIMENSIONNEL STATIONNAIRE: METHODE DES CARACTERISTIQUES.
- CAS D'UN ECOULEMENT EN REGIME QUASI-UNIDIMENSIONNEL STATIONNAIRE POUR UN GAZ REEL ET UN GAZ PARFAIT
 - CAS D'UN ECOULEMENT EN REGIME BIDIMENSIONNEL STATIONNAIRE: METHODE DES CARACTERISTIQUES.

Soutenue le 24 Février 1989 devant la Commission d'Examen:

Avant de rentrer dans les détails de la théorie, je désirerai présenter ici mes remerciements aux personnes qui m'ont aidé à mener à bien ce mémoire.

Tout d'abord Mr Petit, mon directeur de thèse, que j'ai rencontré peu de temps après ma sortie d'école d'ingénieur, et qui, devant mon désir d'étudier la physique, m'a dirigé sur ce sujet et m'a apporté son soutien amical et ses nombreux conseils éclairés.

Ensuite, je tiens à remercier Mr Combarnous, qui me fait l'honneur de présider ma thèse et d'en être rapporteur. Je remercie également tous les membres du jury pour l'intérêt qu'ils portent à mes travaux, et particulièrement Mr Fontaine qui a suivi ces études depuis leurs débuts.

Que Mr Coirier trouve ici l'expression de ma reconnaissance pour son soutient actif qui m'a permis de présenter ma thèse à l'Université de Poitiers.

Jan rencondre peu de temps apres ma sorde d'école d'ingénieur, et qui, devant mon désir d'écudier la physique, m'a dirigé sur ce sujet et m'a apporté son soutien amical et ses nombreux conseils éclairés.

Ensuite, je tiens à remercier Mr Combarnous, qui me fait l'honneur de présider ma thèse et d'en être rapporteur. Je remercie également tous les membres du jury pour l'intérêt qu'ils portent à mes travaux, et

Ν°	Titre	page
38	Définition du maillage de calcul du champ de potentiel dans la tuyère	102
39	Définition du maillage de calcul du champ de potentiel autour du profil en forme d'aile mince.	103
40	Allure du champ électrique dans la tuyère (écoulement interne) Lignes de potentiel et lignes de champ électrique.	104
41	Allure du champ électrique autour de l'aile (écoulement externe) Lignes de potentiel, lignes de champ électrique	105
42	Ecoulement dans une tuyère bidimensionnelle convergente en l'absence de champ de force JxB . Intersection des caractéristiques. Mach amont = 1.6.	107
43	Ecoulement externe autour de l'aile mince. Intersection des caractéristiques en l'absence du champ de force JxB. Mach amont = 1.6.	107
44	Ecoulement dans une tuyère bidimensionnelle convergente. Champ de force présent dans toute la section convergente. Mach amont = 1.6.	108
45	Ecoulement dans une tuyère bidimensionnelle convergente. Champ de force pariétal. Mach amont = 1.6.	109
46	Ecoulement externe autour de l'aile mince . Action du champ de force JxB . Mach amont = 1.6 .	97
47	Allure de la géomérie du champ de force autour de l'aile . Mach = 1.6; F _{moyen} = 4 10 ⁶ N/m ³ .	111
48	Evolution de la traînée autour du profil en fonction de la valeur du champ magnétique	114
48 t	ois Représentation de l'obstacle dièdre analogue à l'obstacle effilé.	114
49	Evolution des paramètres thermodynamiques le long de l'obstacle dièdre	115
50	Montage expérimental de simulation hydraulique d'un tube à ch∞	119
51	Simulation hydraulique. Onde de choc iniliale. Champ de force présent dans toute la section convergente. Mach amont = 1 6	120 108

TABLE DES MATIERES

	page
LISTE DES SYMBOLES	
LISTE DES FIGURES	
INTRODUCTION	1
I - ETUDE DES CONDITIONS D'INTERACTION MHD	. 13
I.1 - Description d'un tube à choc.	13
I.2 - Description sommaire des caractéristiques principales d'un plasma.	16
 I.2.1 - Définition d'un plasma. I.2.2 - Les effets de gaz réels. I.2.3 - Plasma collisionnel et plasma collectif. I.2.4 - Fréquence de collision. I.2.5 - Plasma coulombien et non coulombien. 	16 18 19 21 23
I.3 - Caractéristiques d'un écoulement de plasma obtenu en tube à choc.	24
I.4 - Interaction MHD.	26
 I.4.1 - Conductivité électrique scalaire du plasma. I.4.2 - L'effet Joule. I.4.3 - L'effet d'hors équilibre thermodynamique. I.4.4 - L'effet Hall. I.4.5 - Le nombre de Reynolds magnétique. 	27 29 31 32 35
II - EQUATIONS GENERALES ET ANALYSE DES TRAVAUX ANTERIEURS	. 36
II.1 - Equations générales.	36
 II.1.1 - Les équations de conservation. ([8] p.296). II.1.2 - Les lois de l'électromagnétisme. I.2.5 - Plasma coulombien et non coulombien. 	37 38 23
I.3 - Caractéristiques d'un écoulement de plasma obtenu en tube	

II.2 - Modèle quasi-unidimensionnel stationnaire pour un gaz parfait: modèle de Sutton ([8] p.390).	40
 II.2.1 - Hypothèses simplificatrices: écoulement en régime stationnaire pour un gaz parfait. II.2.2 - Modèle quasi-unidimensionnel stationnaire. II.2.3 - Conclusion. 	40 42 43
II.3 - Simulation hydraulique de suppression des ondes de choc: expérience de Petit [6].	44
III - MODELE QUASI-UNIDIMENSIONNEL POUR UN GAZ REEL	49
III.1 - Développement des équations à travers une approche bidimensionnelle stationnaire.	50
II.1.1 - Hypothèses de travail. II.1.2 - Equations générales en régime bidimensionnel	50
stationnaire. II.1.3 - Equations dans un repère lié au laboratoire. II.1.4 - Equations dans un repère lagrangien.	51 52 53
III.2 - Etablissement du modèle quasi-unidimensionnel stationnaire.	54
 III.2.1 - Linéaristion des équations de la mécanique des fluides. III.2.2 - Condition de régime quasi-unidimensionnel imposé par la pression. III.2.3 - Variation des paramètres thermodynamiques en préser d'un champ de force JxB d'orientation quelconque. III.2.4 - Condition de suppression des ondes de choc: parallèlisme des caractéristiques issues de la paroi. III.2.5 - Expression de la variation des paramètres 	56 ace 58
thermodynamiques dans le cas d'un gaz parfait.	62
III.3 - Etude du blocage thermique. III.4 - Résultats numériques et conditions expérimentales.	63 66
IV - MODELES BIDIMENSIONNELS STATIONNAIRES POUR UN GAZ PARFAIT	69
par la pression.	56
III.2.3 - Variation des paramètres thermodynamiques en préses d'un champ de force JxB d'orientation quelconque. III.2.4 - Condition de suppression des ondes de choc:	58
parallèlisme des caractéristiques issues de la paroi.	59

sionnel stationnaire dans un repère lié à l'écoulement. IV.1.2 - Cas d'un écoulement à pression constante. IV.1.3 - Etude de deux écoulements particuliers.	70 71 71
IV.2 - Etude d'un écoulement supersonique bidimensionnel plan ou à symétrie de révolution non isentropique en régime stationnaire Méthode des caractéristiques.	: 7 5
IV.2.1 - Hypothèses simplificatrices: effet Hall et champ électrique induit.	75
IV.2.2 - Etablissement des équations générales pour un gaz parfait en régime stationnaire IV.2.2.1 - Les équations de conservation en régime	79
stationnaire IV.2.2.2 - Formulation non isentropique de ap/ax	79 79
IV.2.2.3 - Equation de Crocco pour un écoulement en interaction MHD	82
IV.2.2.4 - Equation de St Venant pour un écoulement en interaction MHD IV.2.3 - Méthode des caractéristiques appliquée à un écoulement	84
supersonique bidimensionnel plan ou à symétrie de révolution en interaction avec un champ croisé JxB . IV.2.4 - Critère de maintient du parallélisme des caractéristiques	85
IV.3 - Méthode de résolution numérique.	96
IV.3.1 - Calcul d'un point courant de l'écoulement. IV.3.2 - Calcul d'un point sur le profil.	96 100
IV.4 - Détermination du champ de force dans la tuyère convergent et autour du profil mince	101
IV.5 - Résultats numériques.	105
IV.5.2 - Ecoulements en l'abscence de champ de force JxB. IV.5.3 - L'écoulement interne.	105 106 108 110
IV.6 - Calcul de la trainée autour d'une aile mince	110
IV.7 - Estimation de la puissance électrique consommée	114
IV.8 - Conclusion.	116

96

IV.3 - Méthode de résolution numérique.

V - SIMULATION HYDRAULIQUE D'UN TUBE A CHOC	. 118
V.1 - Simulation hydraulique du tube à choc: écoulement instationnaire.	118
 V.1.1 - Dispositif expérimental V.1.2 - Onde de choc initiale. Temps de rafale V.1.3 - Formation de l'onde de choc secondaire en régime 	118 119
instationnaire	121
V.2 - Ecoulement en régime stationnaire	122
V.2.1 - Montage expérimental V.2.2 - Ondes de choc et blocage de tuyère	122 123
V.3 - Conclusion	127
CONCLUSION GENERALE	129
Annexe 1 : Modèle simplifié pour de l'argon une fois ionisé (d'après Norman [10])	133
Annexe 2 : Détermination des caractéristiques du plasma d'argon une ionisé obtenu en tube à choc (d'après Billiotte et Guénoche [14])	fois 137
Annexe 3 : Formulation de l'équation de l'énergie avec effets de gaz réc	els 139
Annexe 4 : Programme de calcul de l'écoulement interne dans une tuyère convergent en présence de forces de Laplace	141
Annexe 5 : Programme de calcul du champ électrique dans une tuyère convergente	153
Annexe 6 : <i>Superconducting subs : Twice as deadly, half the size</i> : extra Navy News , Eté 1987	uit de 160
BIBLIOGRAPHIE	162
Annexe 2 : Détermination des caractéristiques du plasma d'argon une ionisé obtenu en tube à choc (d'après Billiotte et Guénoche [14])	fois

LISTE DES SYMBOLES

Alphabet latin

1

I

K

```
= (1+Z_t)/(\gamma-1): paramètre de gaz réel
Α
     vitesse locale du son
     induction magnétique
В
b<sub>90</sub> paramètre d'inpact
C_{\mathbf{S}}
     vitesse associée à la particule "s"
     chaleur spécifique à pression constante
C_{\mathbf{p}}
C_{\mathbf{v}}
     chaleur spécifique à volume constant
Б
     champ électrostatique appliqué au plasma
E*
     = E + VxB : champ électrique vu par les électrons
Ei
     énergie d'ionisation
     = 1.6021 10<sup>-19</sup> C : charge élémentaire de l'électron
e
     énergie interne
е
     = JxB: champ de force de Laplace
F
     = ]B/pV<sup>2</sup>: terme rendant compte de l'action du champ de force
Ŧ
fs.
     fonction de distribution des vitesses de la population "s"
     poids statistique
G
Η
     variable thermodynamique quelconque
h
     enthalpie
     = 6.6262 \ 10^{-34} \ J.s: constante de Plank
h
     hauteur du profil
h
```

= J²/σpV²A : terme rendant compte de l'effet Joule

vecteur densité de courant

= E/V B: facteur de charge

```
coordonnée épicicloidale associée à la direction n
μ
     = 4 \pi 10^{-7} H/m : perméabilité magnétique du vide
\mu_0
     mobilité électronique
μe
٧
     fréquence de collision
      masse volumique
ρ
     conductivité électrique scalaire
\sigma_0
     temps de rafale utile
τ
θ
     angle compris entre le champ électrique et le vecteur densité de
     courant
Indices
   caractérise les atomes
                 les électrons
е
i
                 les ions
                 les neutres
n
                 le gaz
g
                 une population de particules "s"
S
\Delta H
                 les variations de la variable thermodynamique H
G,H,I,H,N,W,O caractérisent des points de l'écoulement
                 des indices de maillage
i,j
<u></u>ξ
                 la composante perpendiculaire à l'axe &
                 la composante perpendiculaire à l'axe n
\pm \eta
1
                 l'état du gaz avant le passage de l'onde de choc initiale
2
                 l'état du gaz après le passage de l'onde de choc initiale
```

LISTE DES FIGURES

N°	Titre	page
1	Visualisation des surfaces caractéristiques : ondes de Mach.	1
2	Tracé des ondes de Mach : réseau des caractéristiques	2
3	Les caractéristiques : enveloppes des perturbations sonores.	2
4	Résultat du calcul du champ de caractéristiques d'un écoulement supersonique dans un convergent	3
5	Résultat du calcul du champ de caractéristiques d'un écoulement supersonique autour d'un profil lenticulaire.	3
6	Déferlement des caractéristiques dans une région convergente.	4
7	Champ des caractéristiques dans une tuyère à section constante, en l'absence de forces de volume.	6
8	Schéma d'un accélérateur linéaire de Faraday.	6
9	Effet de l'accélération du gaz par le JxB sur les caractéristiques.	7
10	Effet de la décélération du gaz par le JxB sur les caractéristiques.	7
11	Les différents types d'ondes de choc.	10
12	Représentation schématique d'un tube à choc.	14
13	Diagramme x-t d'un tube à choc.	16
14	Evolution de y et de "A" dans l'argon sous une pression de 1 bar en fonction de la température.	19
15	Représentation des champs dans une configuration unidimensionnelle.	28
16	Action du champ magnétique sur la direction de la densité de courant.	33
17	Allure de la densité de courant au voisinage d'une électrode	
9	Effet de l'accélération du gaz par le JxB sur les caractéristiques.	7

N°	Titre	page
18	Tuyère disque de convertion MHD à effet Hall fort [20].	34
19	Ecoulement normal autour d'un obstacle émoussé cylindrique.	44
20	Disparition du sillage turbulent par l'action du champ de force JxB.	45
21	Disparition de la vague d'étrave par l'action du champ de force JxB.	45
22	Allure du champ de force autour du cylindre.	46
23	Allure du champ de caractéristiques autour du cylindre.	47
24	Orientation des champs croisés en régime bidimensionnel stationnaire.	52
25	Différents repères de projections.	53
26	Orientation du vecteur densité de courant en régime quasi-unidimensionnel stationnaire avec et sans effet Joule.	57
27	Parallèlisme des caractéristiques issues d'un convergent infinitésimal.	60
28	$f(B) = B^2 / (1 + \beta^2)$	64
29	Montage expériental de suppression d'onde de choc pour soufflerie à rafale.	67
30	Redressement des caractéristiques autour d'un profil de faible épaisseur relative.	68
31	Allure des lignes de courant et du champ de force dans un écoulement convergent-divergent à pression constante.	73
32	Allure des lignes de courant et du champ de force dans un écoulement circulaire à pression constante.	74
33	Circuit d'alimentation des électrodes en montage générateur de courant.	77
34	Différents repères de projection et projection du champ de force.	87
35	Critère de suppression des ondes de choc.	90
36	Graphe du mode de résolution numérique pour un point courant.	97
29	Montage expériental de suppression d'onde de choc pour soufflerie à rafale.	67
30	Redressement des caractéristiques autour d'un profil de faible	

N°	Titre	page
52	Simulation hydraulique. Rafale	121
53	Simulation hydraulique. Arrivée de la rafale dans le convergent. Formation de l'onde de choc secondaire	121
54	Simulation hydraulique. Onde de choc secondaire pleinement développée.	122
55	Montage expérimental en régime stationnaire.	123
56	Simulation hydraulique. Convergent symétrique. Débit faible: Mach = 1.3.	124
57	Simulation hydraulique. Convergent symétrique. Débit moyen: Mach = 1.7.	124
58	Simulation hydraulique. Convergent symétrique. Débit fort : Mach = 1.9.	124
58	Simulation hydraulique. Convergent simple. Simulation hydraulique. Convergent symétrique. Débit fort : Mach = 1.9.	124
59	Simulation hydraulique. Convergent simple. Débit moyen : Mach = 1.7.	125
60	Simulation hydraulique. Convergent simple. Débit fort : Mach = 1.9.	125
61	Simulation hydraulique. Convergent symétrique: blocage de tuyère . Débit faible.	126
62	Simulation hydraulique. Convergent symétrique: blocage de tuyère . Débit moyen.	126
63	Simulation hydraulique. Convergent simple: blocage de tuyère . Débit faible	126
64	Simulation hydraulique. Convergent simple: blocage de tuyère . Débit moyen.	127

INTRODUCTION

INTRODUCTION

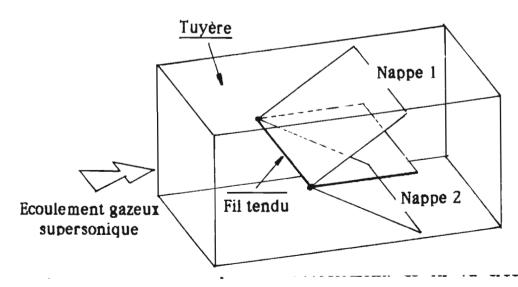
L'étude théorique faisant l'objet de ce mémoire concerne la suppression des ondes de choc dans les écoulements supersoniques à l'aide de forces de Laplace.

Position générale du problème.

Présentation des ondes de choc.

Les équations de la mécanique des fluides permettent de déterminer l'écoulement d'un fluide autour d'un obstacle immergé dans celui-ci. Ces équations différentielles forment un système qui peut être abordé par la méthode générale des caractéristiques. Lorsque l'écoulement est supersonique ces caractéristiques sont réelles.

Au point de vue physique, ces caractéristiques ont une signification très claire. Considérons un écoulement bidimensionnel plan et tendons un fil très fin perpendiculairement au plan de l'écoulement. Ce fil va créer une perturbation de pression infinitésimale qui se propagera et se localisera selon deux nappes (ondes de Mach) faisant avec le vecteur vitesse un angle α , dit angle de Mach.



perturbation de pression infinitésimale qui se propagera et se localisera selon deux nappes (ondes de Mach) faisant avec le vecteur vitesse un angle α , dit angle de Mach.

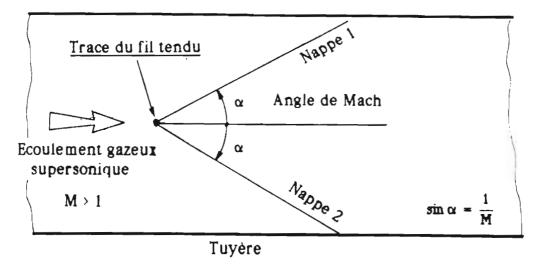


Figure 2 : Tracé des ondes de Mach : réseau des caractéristiques.

Les surfaces caractéristiques sont également les enveloppes des perturbations sonores, lesquelles se propagent à la vitesse du son "a".

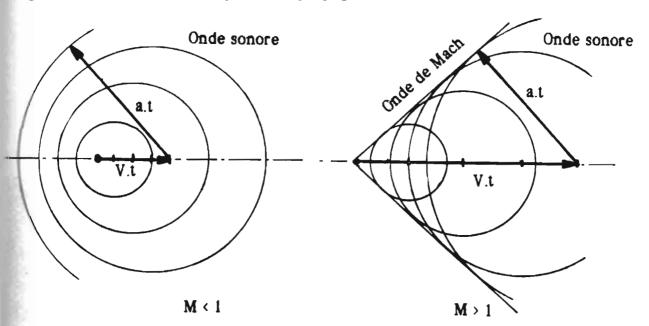
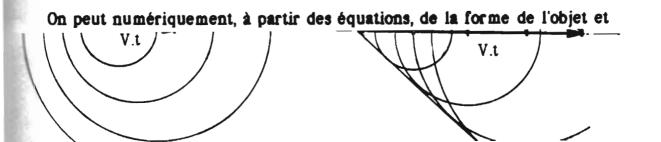


Figure 3: Les caractéristiques: enveloppes des perturbations sonores.

On introduit ainsi le nombre de Mach et l'angle de Mach tels que :

$$M = \frac{\nabla}{a}$$
 et $\sin \alpha = \frac{1}{M}$ (1) et (2)



Les figures suivantes montrent le champ des caractéristiques obtenu par calcul numérique. On constate que, dans une tuyère convergente (Fig. 4) et autour d'un profil mince (Fig. 5), les caractéristiques d'une même famille se recoupent.

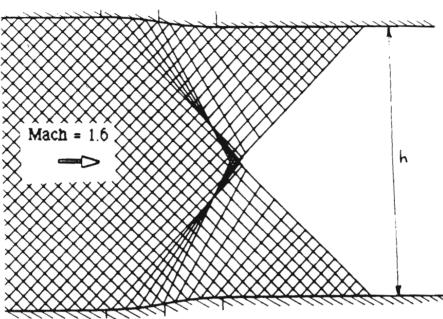
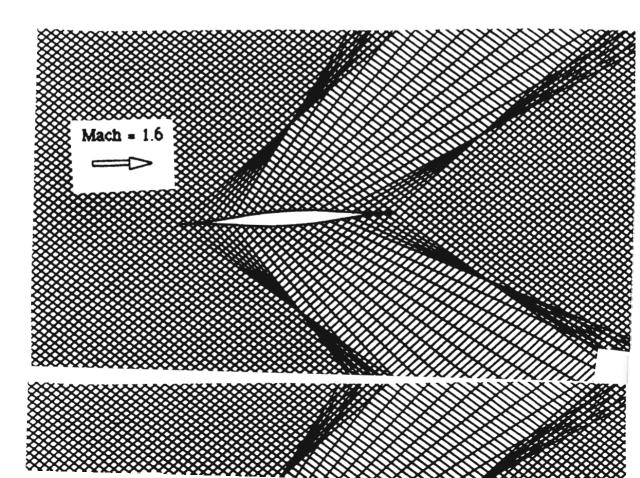


Figure 4 : Résultat du calcul du champ de caractéristiques d'un écoulement supersonique dans un convergent.



Ces solutions n'ont pas de réalité physique. En effet, l'accumulation d'ondes caractéristiques est synonyme d'accumulation de perturbations de pression. En mécanique des fluides ceci va se traduire par la naissance d'un front d'onde appelé onde de choc. Il s'agit d'une catastrophe de type fronce.

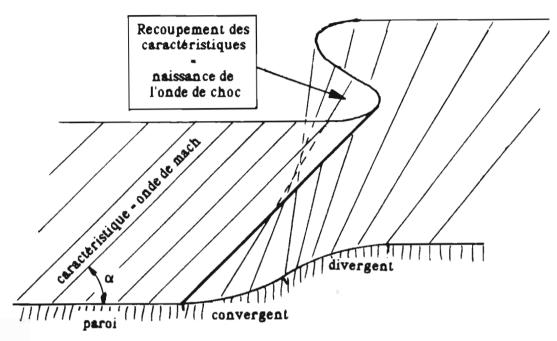


Figure 6 : Déferlement des caractéristiques dans une région convergente.

L'onde de choc est une discontinuité dans l'écoulement. Sur une distance très faible, de l'ordre de quelques libres parcours moyens moléculaires, les paramètres macroscopiques (intensité et direction de la vitesse, température, pression, masse volumique) changent brutalement.

Inconvénients liés à la présence d'ondes de choc.

La présence d'ondes de choc et d'éventails de détente autour d'un objet modifie profondément la distribution de la pression à la paroi, ce qui produit très faible, de l'ordre de quelques libres parcours moyens moléculaires, les paramètres macroscopiques (intensité et direction de la vitesse, température, pression, masse volumique) changent brutalement.

Inconvénients liés à la présence d'ondes de choc.

La présence d'ondes de choc et d'éventails de détente autour d'un obiet

la locomotion aérienne. L'accroissement de la trainée d'onde et du flux de chaleur sur les bords d'attaque des machines volantes limitent les possibilités d'évolution en basse altitude à un nombre de Mach voisin de l'unité.

Les avions dits supersoniques évoluent à des nombres de Mach atteignant mach 2,5 à des altitudes importantes. Dans ces régions l'abaissement de la densité de l'air diminue le flux de chaleur, la trainée d'onde et les contraintes mécaniques affectant la structure.

Une évolution en haut supersonique ou en hypersonique en air dense impliquerait un refroidissement ablatif extrêmement intense, ou une réfrigération par circulation d'hélium liquide. La négociation de la trainée d'onde nécessiterait un propulseur très important.

Il existe une similitude très étroite entre les ondes sonores, les ondes de choc et les mécanismes ondulatoires dans les écoulements à surface libre (analogie hydraulique). Les rides de surface sont les analogues des ondes sonores tandis que les ondes de choc sont comparables aux vagues déferlantes.

Quand un navire fend la mer, la turbulence crée une dissipation localisée de l'énergie dans son sillage, alors que ses vagues déferlantes d'étrave et de poupe peuvent transporter l'énergie à plusieurs kilomètres.

Dans un contexte de mécanique des fluides classique tous ces aspects ont semblé jusqu'ici inéluctables. La motivation initiale du travail qui va suivre a été de voir si que le phénomène onde de choc pouvait être tout simplement évité.

Suppression des ondes de choc à l'aide d'un champ de force de Laplace.

La naissance d'une onde de choc découle donc du recoupement des caractéristiques. Peut-on agir sur la géométrie de ces caractéristiques pour empêcher leur accumulation et ainsi empêcher la formation des ondes de choc?

L'action de forces de volume JxB ou forces de Laplace modifie la géométrie des caractéristiques d'un écoulement. Considérons par exemple un poupe peuvent transporter l'énergie à plusieurs kilomètres.

Dans un contexte de mécanique des fluides classique tous ces aspects ont semblé jusqu'ici inéluctables. La motivation initiale du travail qui ve aujure a

parallèles et le champ d'ondes de Mach est uniforme.

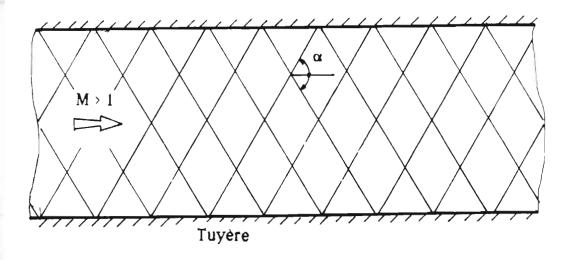


Figure 7: Champ des caractéristiques dans une tuyère à section constante, en l'absence de forces de volume.

On peut à volonté accélérer ou ralentir ce fluide à l'aide de forces de Laplace JxB. Pour ce faire on créera un champ magnétique et une décharge de courants transverses, correspondant au schéma de la figure 8.

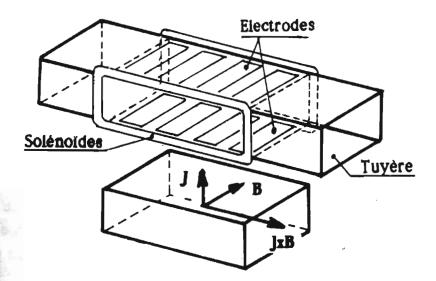
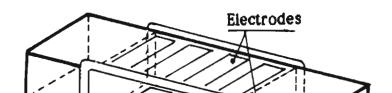


Figure 8 : Schéma d'un accélérateur linéaire de Faraday.



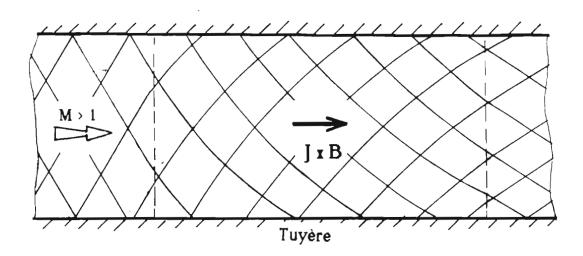


Figure 9 : Effet de l'accélération du gaz par le JxB sur les caractéristiques. 1

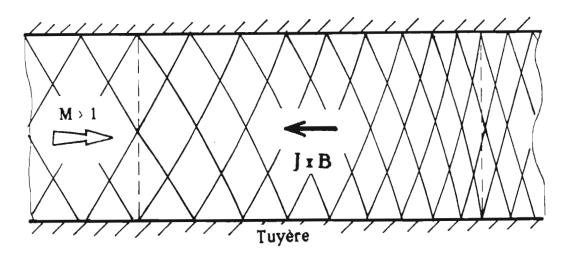


Figure 10 : Effet de la décélération du gaz par le JxB sur les caractéristiques.

C'est cette action des forces de Laplace sur la géométrie des caractéristiques que nous utiliserons systématiquement pour rechercher l'annihilation totale des ondes de choc dans une tuyère et autour d'un profil mince.

Tuyère

¹ En fait, pour être plus précis, il faudrait tenir compte du fait que la variation du dessin des caractéristiques (qui ici découle directement du

Cadre théorique.

En 1984 et 1987, deux recherches bibliographiques sur banques de données internationales ont permis de compulser un grand nombre de publications récentes, sans résultats. Les ondes de choc apparaissent comme un phénomène tantôt avantageux, tantôt génant, mais toujours obligatoire.

On peut citer pour mémoire les tentavives faites dans les années 60 pour modifier la forme des ondes de choc se formant devant les ogives lors de leur entrée dans l'atmosphère [1]. Il s'agissait, à l'aide d'un champ magnétique et du courant induit créé, d'uniformiser les conditions au point d'arrêt et de ralentir l'ogive. Ces recherches qui ne portaient pas sur la suppression des ondes de choc mais sur leur modification, ont été abandonnées car la qualité des manteaux protecteurs était devenue suffisante pour encaisser le choc thermique.

L'étude de l'interaction entre un écoulement supersonique et un champ croisé nécessite la compréhention d'un grand nombre de phénomènes liés à différents domaines de la physique:

- la mécanique des fluides, et la thermodynamique : analyse des écoulements supersoniques et de la formation des ondes de choc. La présente étude est principalement axée sur ce domaine;
- l'électromagnétisme : étude du champ croisé JxB et de son interaction avec l'écoulement;
- la physique des plasmas : la nécessité de faire passer un courant électrique de forte intensité dans un gaz conduit à l'utilisation de gaz ionisés, relativement froids et denses.

L'étude générale d'une application concrète de suppression des ondes de choc n'est pas encore envisageable, étant donné l'état d'avancement de nos concretant par l'entre d'un est principalement avée sur ce domaine;

- l'électromagnétisme : étude du champ croisé JxB et de son interaction avec l'écoulement;
 - la physique des plasmas : la nécessité de faire passer un courant

Nombre de Reynolds magnétique faible.

Concernant le travail présenté dans la thèse, nous nous en tiendrons à l'étude des écoulements supersoniques en interaction avec un champ croisé JxB à nombre de Reynolds magnétique faible c'est à dire Rm<1. Ce critère permet d'évaluer l'intensité du couplage entre le champ magnétique et l'écoulement: si Rm est élevé, les lignes de force du champ magnétique sont figées dans l'écoulement et se déforment avec lui, entrainant des contraintes magnétiques. Dans le cas contraire, le champ magnétique et l'écoulement sont découplés.

Cette hypothèse de travail apporte d'importantes simplifications au niveau des calculs théoriques. Elle est justifiée théoriquement et expérimentalement par les résultats des travaux réalisés par Fontaine [2] et Forestier [3] en tube à choc à l'Institut de Mécanique des Fluides de Marseille (IMFM) dans les années 1970.

Obstacle effilé.

Par ailleurs, les études générales des écoulements supersoniques présentées par Carrière [4] ou par Courant et Friedrichs [5] suggèrent trois types d'obstacle auxquels sont associé trois types d'ondes de choc (Fig. 11):

- les ondes de choc attachées formées par un obstacle pariétal présentant une paroi à rayon de courbure constant;
- les ondes de choc attachées formées par un obstacle présentant un point d'arrêt singulier à rayon de courbure nulle: angle ou biseau;
- les ondes de choc détachées apparaissant devant les obstacles émoussés possédant un point d'arrêt à grand rayon de courbure.

Comme le montre la figure 11, l'obstacle émoussé crée ainsi une onde de choc localement assimilable à une onde de choc plane en amont du point d'arrêt, l'écoulement devenant subsonique en avail de celle-ci.

Pour expliquer ce phénomène, plaçons nous dans un référentiel lié au fluide. Un objet de ce type ne peut pas pénètrer dans un fluide au repos plus vite que la vitesse de propagation des ondes de pression: ce sont elles qui transportent l'énergie et modifient la distribution des lignes de courant au

- les ondes de choc attachées formées par un obstacle pariétal présentant une paroi à rayon de courbure constant;
- les ondes de choc attachées formées par un obstacle présentant un point d'arrêt singulier à rayon de courbure nulle: angle ou biseau;
 - les ondes de choc détachées apparaissant devant les obstacles

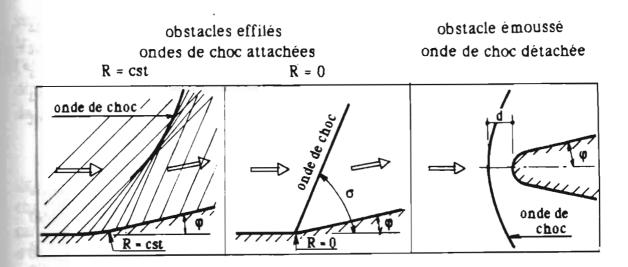


Figure 11 : Les différents types d'ondes de choc.

L'objet arrivant plus vite que la vitesse de propagation de ces ondes nombre de Mach M=V/a > 1), les particules n'auraient logiquement pas le temps de s'écarter avant son arrivée. L'onde de choc réalise alors une adaptation brutale des paramètres thermodynamiques du fluide: la température augmente, et la vitesse diminue de telle sorte que la vitesse de propagation des ondes de pression devient localement supérieure à la vitesse de l'obstacle (M<1).

Pour parvenir à supprimer l'onde de choc en amont d'un obstacle émoussé, il faudra que le champ de force réalise l'adaptation de l'écoulement en créant egalement une zone subsonique en amont de l'obstacle.

Ce mécanisme a été mis en évidence par Petit [6] à travers des expériences en analogie hydraulique autour d'un obstacle émoussé (cylindre) placé dans un écoulement d'eau salée. Cette expérience revêt un caractère fondamental à plusieurs points de vues. Ce fut une expérience de simulation cruciale, car elle permit d'envisager que les ondes de choc puissent être

Pour parvenir à supprimer l'onde de choc en amont d'un obstacle émoussé, il faudra que le champ de force réalise l'adaptation de l'écoulement en créant egalement une zone subsonique en amont de l'obstacle.

Ce mécanisme a été mis en évidence par Petit [6] à travers des expériences en analogie hydraulique autour d'un obstacle émoussé (cylindre) placé dans un écoulement d'eau salée. Cette expérience revêt un caractère fondamental à plusieurs points de vues. Ce fut une expérience de simulation

CHAPITRE I

ETUDE DE CONDITIONS D'INTERACTION MHD EXPERIMENTALEMENT REALISABLES

CHAPITRE I

ETUDE DE CONDITIONS D'INTERACTION MHD EXPERIMENTALEMENT REALISABLES

On utilise des souffleries, appelées tubes à choc, pour obtenir des écoulements supersoniques de gaz ionisé de brève durée. Ces écoulements sont obtenus par la propagation d'une onde de choc dite "onde de choc initiale", qui va jouer le rôle de l'onde d'amorçage de cette "soufflerie à onde de choc". Cette onde se propage dans un milieu basse pression (1 à 10 torrs) constitué ici d'argon. Dans les calculs théoriques envisagés, préfigurant une expérience, la rafale d'argon ionisée qui suit l'onde de choc initiale va être soumise, au niveau de la tuyère, à des variations de section entrainant des ondes de choc secondaires dans la rafale. Ce sont ces ondes de choc secondaires que le champ de force devra modifier et éventuellement supprimer.

Le tube à choc sert de support expérimental à l'étude théorique, et la compréhention des phénomènes liés à la formation des plasmas en tube à choc est donc indispensable. C'est là un des intérêts de cette analyse théorique: elle débouche de fait sur des critères permettant de guider le choix d'une expérimentation en tube à choc.

Ce chapitre est constitué de brefs rappels concernant le fonctionnement des tubes à choc, les caractéristiques des plasmas obtenus, et les différents phénomènes intervenant lors de l'interaction MHD.

I.1 - DESCRIPTION D'UN TUBE A CHOC

Le tube à choc est un dispositif permettant de créer des écoulements

Le tube à choc sert de support expérimental à l'étude théorique, et la compréhention des phénomènes liés à la formation des plasmas en tube à choc est donc indispensable. C'est là un des intérêts de cette analyse théorique: elle débouche de fait sur des critères permettant de guider le

l'électricité. Ceci permet d'éviter les problèmes majeurs des interactions MHD, liés à la très faible conductivité électrique des gaz froids. On peut ainsi utiliser des gaz rares monoatomiques, le plus souvent de l'argon, qui, en dépit de son énergie d'ionisation élevée (E_i=15.7 eV) permet d'obtenir des conductivités électriques de l'ordre de 3000 mhos/mètre (T=10000°K, p=1bar). Les phémonènes radiatifs restent modérés, et le calcul des paramètres du plasma sont simplifiés (conductivité, taux d'ionisation).

Une description schématique d'un tube à choc est proposée sur la figure 12.

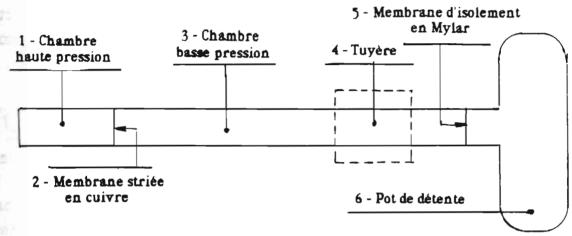


Figure 12: Représentation schématique d'un tube à choc.

Il est composé d'une chambre haute pression (1) qui contient soit un gaz léger sous pression (H₂ ou H_e), soit un mélange détonant, le plus souvent O₂ + 2 H₂ + 8 H_e. Dans ce cas, un ensemble de bougies est disposé hélicoïdalement sur le pourtour de la chambre afin d'assurer une combustion simultanée dans tout son volume.

Une membrane préstriée (2), généralement en cuivre de quelques millimètres d'épaisseur isole initialement la chambre haute pression de la chambre basse pression (3). Celle-ci contient le gaz d'essai (ici de l'argon) au repos sous une faible pression (de 1 à 10 torrs). Sa longueur et celle de la chambre haute pression sont ajustées de sorte que le temps de rafale du gaz d'essai soit maximum.

Cette chambre est prolongée par la tuyère d'essai [4] au piveau de 2 H₂ + 8 He. Dans ce cas, un ensemble de bougies est disposé hélicoïdalement sur le pourtour de la chambre afin d'assurer une combustion simultanée dans tout son volume.

Une membrane préstriée (2), généralement en cuivre de quelques millimètres d'épaisseur isole initialement la chambre haute pression de la

zone d'interaction. L'énergie électrique est fournie aux électrodes et aux bobines magnétiques par des batteries de condensateurs commandées par des ignitrons.

Une membrane en mylar (5) sépare la chambre haute pression du pot de détente (6) d'un volume d'une centaine de litres dans lequel un vide primaire est réalisé (0.1 à 0.01 torr). Ce pot est chargé d'absorber l'onde de choc initiale.

La longueur totale d'un tube à choc est en général d'une dixaine de mètres. La section du tube doit être suffisante pour éviter les problèmes de viscosité générant des effets de paroi (développement d'une couche limite).

Dans la chambre haute pression, on réalise une pression suffisante pour faire éclater la membrane striée soit par augmentation de la pression, soit par combustion du mélange. La rupture de cette membrane met alors brutalement en contact le milieu haute pression avec l'argon raréfié. Une onde de choc se développe très rapidement et va se propager dans la chambre basse pression. Au passage de cette onde de choc, le gaz d'essai acquiert une vitesse supersonique et une température élevée. Si le choc est suffisamment intense, il s'ionise. Puis l'écoulement de gaz ionisé propre est perturbé par l'arrivée des gaz de la haute pression qui se détendent. La durée de l'écoulement du gaz propre devant un point fixe est appelée temps de rafale.

Simultanément, une onde de détente se développe dans la chambre haute pression et va se réfléchir dans le fond de celle-ci. L'onde de détente se propageant plus rapidement que la surface de discontinuité, va très rapidement venir perturber l'écoulement. La longueur de la chambre haute pression détermine donc la longueur optimum du tube d'essai.

La figure 13 représente le diagramme x-t des processus se produisant dans un tube à choc.

Un ensemble d'appareils de mesure est disposé le long du tube à choc. Il s'agit de sondes de pression, de montages interférentiels permettant de mesurer les paramètres du plasma. Au niveau de la tuyère, la formation de perturbé par l'arrivée des gaz de la haute pression qui se détendent. La durée de l'écoulement du gaz propre devant un point fixe est appelée temps de rafale.

Simultanément une onde de détente se dévelonne dans la chambre haute

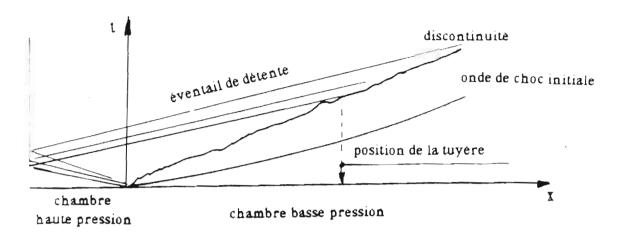


Figure 13: Diagramme x-t d'un tube à choc.

1.2 - DESCRIPTION SOMMAIRE DES CARACTERISTIQUES PRINCIPA-LES D'UN PLASMA.

1 2 1 - Définition d'un plasma.

Un gaz est composé de particules en mouvement. Si le gaz est à l'équilibre thermodynamique, l'énergie cinétique moyenne d'agitation est identique pour chaque espèce, et les fonctions de distribution de vitesses sont marwelliennes [9].

$$f_s = N_s \left(\frac{M_s}{2\pi k T_g}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{M_s c_s^2}{2k T_s}\right)$$
 (I.1)

ou c_s est la vitesse d'une particule d'espèce "s", N_s le nombre de ces particules par mètre cube, M_s leur masse atomique, T_s leur température absolue, et k la constante de Boltzmann. On définit ainsi l'énergie cinétique moyenne et la vitesse moyenne d'agitation:

$$\langle E_g \rangle = \frac{1}{N_g} \iiint E_g f_g du_g dv_g dv_g = \frac{1}{2} M_g \langle c_g^2 \rangle$$
 (1.2)

pour chaque espece, et les lonchons de distribution :

$$f_s = N_s \left(\frac{M_s}{2\pi k T_e}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{M_s c_s^2}{2k T_s}\right)$$
 (I.1)

La vitesse d'agitation est ainsi définie en fonction de la température du gaz:

$$\langle c_{s} \rangle = \sqrt{\frac{8 k T_{s}}{\pi M_{s}}}$$
 (I.4)

La masse volumique est associée au nombre de particules par unité de volume:

$$\rho = \sum_{s} N_{s} M_{s} = \sum_{s} \rho_{s}$$
 (I.5)

La pression correspond à de la densité d'énergie. Dans cette optique, elle peut s'exprimer en Joules par unité de volume.

$$p = \sum_{s} N_{s} k T_{s} \tag{1.6}$$

A l'équilibre thermodynamique, les températures de toutes les espèces sont égales d'où:

$$p = \sum_{S} N_{S} kT = \rho RT \quad \text{avec} \quad R = k \frac{\sum_{S} N_{S}}{\sum_{S} N_{S} M_{S}}$$
 (I.7)

Pour l'argon ionisé, la masse des électrons est négligeable et on obtient R = 207.

L'énergie introduite dans un gaz, si elle est suffisament importante, va entrainer l'apparition de nouvelles espèces à partir des particules neutres: les ions et les electrons. L'équation de réaction s'écrit:

$$\mathbf{n} \iff \mathbf{i}^{+} + \mathbf{e}^{-} \tag{1.8}$$

$$p = \sum_{S} N_{S} kT = \rho RT \quad \text{avec} \quad R = k \frac{\sum_{S} N_{S}}{\sum_{S} N_{S} M_{S}}$$
 (1.7)

$$N = N_n + N_e + N_i = N_a + N_e = N_a (1 + \alpha) = ZN_a$$
 (I.9)

Entre les particules chargées, il existe un champ de force de nature electromagnétique (forces de Coulomb) à long rayon d'action (potentiel variant comme 1/r) qui donne aux plasmas leurs propriétés de conduction électrique et de sensibilité aux champs électriques et magnétiques.

Etant donné le rapport des masses importants, on peut considérer en première approximation que seuls les électrons sont mobiles dans le plasma. Les caractéristiques du plasma dépendront donc essentiellement de la température électronique, dans le cas d'un gaz bi-température.

I.2.2 - Les effets de gaz réels

Les variations de densité de chacune de ces espèces, obéissant à la loi de Le Chatelier, entrainent également des variations des propriétés thermodynamiques du gaz.

Les effets de gaz réels, par opposition aux gaz parfaits, proviennent essentiellement des variations du nombre de particules et de la redistribution de l'enthalpie en énergie interne et en énergie cinétique d'agitation: l'énergie interne d'ionisation et les états excités des particules neutres absorbent l'énergie cinétique des particules les plus rapides, entrainant une augmentation du nombre d'électrons libres et d'ions, et du même coup une modération de la montée en température du gaz. L'énergie introduite dans le plasma, par exemple par effet Joule, se distribue en energie calorifique, et en énergie d'ionisation. On observe également une diminution du rapport des chaleurs spécifiques qui rend compte de laugmentation des degrés de liberté sur lesquels l'énergie se répartie. Dans largon sous 1 bar, ces effets sont sensibles à partir de 8000°K, ce qui correspond également à la température limite au dessus de laquelle le plasma d'argon est coulombien.

Lanalyse des effets de gaz réels a été réalisé par Norman [10]dans le cas de l'argon. Il s'agit d'un modèle simplifié, dans lequel le gaz est supposé une rédistribution de l'énéralisé en l'énérgie interné et en enérgie cinétique d'agitation: l'énergie interne d'ionisation et les états excités des particules neutres absorbent l'énergie cinétique des particules les plus rapides, entrainant une augmentation du nombre d'électrons libres et d'ions, et du

15000°K et pour des pressions comprises entre 0.1 et 10 atmosphères.

L'évolution de γ en fonction de la température pour une pression de 1 Bar d'après Norman [9] est représentée sur la figure 14. Est représentée également l'évolution du facteur $A = (1+Z_t)/(\gamma-1)$ qui joue un rôle important dans la prise en compte des effets de gaz réels.

Tel qu'il apparait au \$ III.1.2, il détermine le rapport entre l'énergie. attribuée à l'ionisation et celle attribuée à l'agitation thermique lors de l'échauffement du plasma par l'effet Joule.

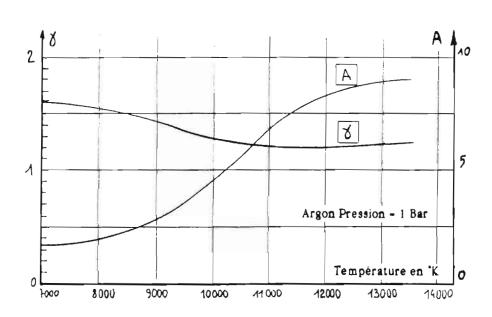


Figure 14 : Evolution de y et de A dans l'argon en fonction de la température sous une pression de 1 bar.

I.2.3 - Plasma collisisonnel et plasma collectif.

La longueur de Debye correspond à la distance sur laquelle l'énergie cinétique d'un électron lui permet de se déplacer librement dans le champélectrostatique créé par l'ensemble des ions. Un électron isolé a théoriquement un rayon d'action infini, et la section efficace de collision électron-ion (Qei) devrait également être infinie.

Dans un plasma neutre (pe-pi), la charge d'espace engendrée par la population ionique est statistiquement compensée par celle des électrons Mais localement l'électron est soumis à un effet d'écran électrostatique

mitant le rayon d'action de sa charge élementaire à la longueur de Debye :

$$Ld = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k T}{N_e e^2}}$$
 (I.10)

👊 🗞 est la constante diélectrique du vide, et "e" la charge d'un électron.

Dans la pratique, la longueur de Debye est comparée au paramètre d'impact b₉₀, paramètre indépendant de la densité électrique. Il correspond à l'écartement entre les trajectoires de deux particules e-i en interaction entrainant une déflection de 90° de l'électron.

$$b_{90} = \frac{e^2}{4\pi \, \mathcal{E}_0 \, m_e < c_e^2}$$
 (1.11)

d'où:

$$\Lambda = \frac{Ld}{b_{90}} = \frac{12 \pi \ E_0^{3/2}}{e^3} \ \frac{(kT)^{3/2}}{N_e^{1/2}} = 1.27 \ 10^7 \ \frac{T^{3/2}}{N_e^{1/2}} \tag{I.12}$$

Quand le plasma est suffisamment dense et ionisé, A devient faible ce qui signifie que les électrons sont alors en interaction avec un grand nombre de charges simultanément. Le plasma a alors un comportement collectif qui est décrit par l'équation de Fokker-Plank.

Pour des valeurs importantes de A les interactions ne se produisent que entre deux particules à la fois. Le plasma est dit collisionnel

Cet aspect a été mis en évidence par Spitzer et Harm [11] et il est admis que si le rapport A est supérieur à 100, le plasma est considéré comme collectif, et pour des valeurs inférieures, il a un comportement collisionnel.

Quand le plasma est suffisamment dense et ionisé, A devient faible ce qui signifie que les électrons sont alors en interaction avec un grand nombre de

1.2.4 - Fréquence de collision.

Dans un plasma, les particules entrent périodiquement en collision. Ces interactions correspondent à un transfert de quantité de mouvement (grandeur vectorielle) et d'énergie cinétique (grandeur scalaire).

Dans un gaz en équilibre thermodynamique global, toutes les populations possèdent la même énergie cinétique moyenne. Les électrons étant beaucoup plus légers que les autres particules (pour l'argon Ma/Me = 7.3 104), on considère en première approximation qu'ils sont seuls en mouvement. Les particules lourdes sont alors fixes par rapport aux électrons. La fréquence de collision est définie par:

$$V_e = \langle c_e \rangle (N_n \langle Q_{en} \rangle + N_i \langle Q_{ei} \rangle)$$
 (1.13)

Pour un plasma une fois ionisé, le nombre d'ions est égal au nombre d'électrons, ce qui correspond, dans le cas de l'argon à une température inférieure à 15000 °K sous une pression de 1 bar.

La difficulté principale du calcul de la fréquence de collision réside dans l'estimation des sections efficaces de collision entre l'électron avec les autres particules. Pour les interactions coulombiennes, la longueur Debye donne une bonne estimation de la limite d'action du champ électrique autour de l'électron, et c'est la valeur de borne supérieure d'intégration couramment admise. La section efficace de collision e-i de l'argon une fois ionisée est alors décrite par:

$$Q_{ed} = \frac{\pi^3 \operatorname{Ln}(\Lambda)}{16} \left(\frac{e^2}{4\pi \, \mathcal{E}_0}\right)^2 \frac{1}{\left(kT\right)^2} = 5.4141 \, 10^{-10} \, \frac{\operatorname{Ln}(\Lambda)}{T^2} \tag{I.14}$$

La section efficace de collision entre les électrons et les atomes neutre d'argon a été déterminé par Dukowicz [12] qui en donne la formulation suivante:

$$Q_{em} = 9.612 \cdot 10^{-21} \left(\frac{T}{11600} \right)^{1.35}$$
 (I.15)

particules. Pour les interactions coulombiennes, la longueur de Debye donne une bonne estimation de la limite d'action du champ électrique autour de l'électron, et c'est la valeur de borne supérieure d'intégration couramment admise. La section efficace de collision e-i de l'argon une fois ionisée est alors

exprime l'équilibre de réaction au sein d'un plasma une fois ionisé (relation (1.8)). Le calcul des fonctions de partition associées à chaque mode d'énergie pour chacune des espèces conduit à l'expression suivante de la loi de Saha (18) p. 227):

$$\frac{N_e N_i}{N_n} = \frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2} = \frac{2 G k T}{p} \left(\frac{2 \pi M_e k T}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{E_i}{kT} \right)$$
 (I.16)

 E_i est le potentiel d'ionisation de l'élément considéré ($E_i/k = 182900$ pour l'argon). "G" est le poids statistique. Il correspond à la dégénérescence des états d'énergie et vaut pour l'argon une fois ionisé:

$$G = 4 + 2 \exp(-\frac{2060}{T})$$
 (I.17)

Après évaluation des constantes, on obtient:

$$\frac{1}{\alpha^2} = 1 + \frac{p}{6.666 \cdot 10^{-2} \,\mathrm{G} \,\mathrm{T}^{5/2} \,\mathrm{exp}(-\frac{182900}{\mathrm{Te}})} \tag{I.18}$$

Le taux d'ionisation est ainsi exprimé en fonction de la température et de la pression qui sont les paramètres intervenant dans l'évaluation des écoulements de plasma.

La loi de Saha peut être étendue à une situation hors d'équilibre thermodynamique, à condition que les fonctions de distribution des différentes espèces soient encore suffisamment proches des formes maxwelliennes, avec $T_e = T_g$. Il s'agit d'un état d'équilibre thermodynamique local (quasi équililibre). Dans un plasma, pour que les électrons réalisent un tel état, il faut que leur nombre ainsi que leur énergie soient suffisants, et l'étude de validité faite par Daniel et Tamor [13] montre que ces conditions sont remplies pour:

$$\begin{array}{c}
T_e > 4000 \text{ K} \\
N_{e} > 10^{20} \text{ } / \text{m}^3 \\
\alpha^2 \qquad 6.666 \text{ } 10^{-2} \text{ G } \text{ } T^{5/2} \exp(-\frac{182900}{\text{Te}})
\end{array} \tag{I.18}$$

Quand un plasma est bi-température, c'est la température électronique qui détermine les caractéristiques du plasma.

I.2.5 -Plasma coulombien et non coulombien.

Les électrons en mouvement dans les plasmas collisionnels sont soumis à des interactions de deux sortes:

- les collisions entre particules chargées e-i ou e-e de type coulombiennes à long rayon d'action (Champ de force variant comme 1/r²);
- les collisions électron-neutre (e-n) de section efficace beaucoup plus faible, de l'ordre de la section de l'atome (1 barn = 10⁻²⁰ m²). En première approche, elles peuvent être schématisées par des forces évoluant comme 1/r⁵.

Un plasma est dit coulombien ou complètement ionisé si les interactions coulombiennes dominent, c'est à dire, en première approche, si la fréquence de collision e-i est plus élevée que la fréquence de collision e-n ($\mathbf{V_{e-n}} \leftrightarrow \mathbf{V_{e-i}}$).

De même, on dira que le plasma est partiellement ou faiblement ionisé si ces fréquences de collision sont du même ordre ou si $V_{e-n} \rightarrow V_{e-i}$.

Le critère de plasma coulombien est donné par:

$$\frac{\mathbf{V}_{e-i}}{\mathbf{V}_{e-n}} = \frac{\alpha}{\alpha \cdot 1} \frac{\langle \mathbf{Q}_{ei} \rangle}{\langle \mathbf{Q}_{en} \rangle} >> 1$$
(I.19)

soit:

$$\alpha \gg \frac{\langle Q_{en} \rangle}{\langle Q_{ei} \rangle + \langle Q_{en} \rangle} \tag{1.20}$$

($V_{e-n} \ll V_{e-i}$).

De même, on dira que le plasma est partiellement ou faiblement ionisé si ces fréquences de collision sont du même ordre ou si V_{e-n} » V_{e-i}.

1.3 - CARACTERISTIQUES D'UN ECOULEMENT DE PLASMA D'ARGON OBTENU EN TUBE A CHOC.

Au passage de l'onde de choc initiale, le gaz basse pression est fortement échauffé et l'écoulement devient supersonique. Cette modification d'état se produit en plusieures étapes.

Au passage de l'onde de choc, les particules du gaz subissent d'abord une impulsion longitudinale, puis, par le jeu des collisions, le gaz se thermalise. L'ionisation n'est pas encore développée et la température est très élevée.

Ce n'est qu'après un certain temps de relaxation que l'énergie cinétique d'agitation des particules lourdes est transformée en énergie d'ionisation et répartie sur les électrons. Ce temps de relaxation d'ionisation dépend des conditions tube à choc et varie de quelques microsecondes à quelques centaines de microsecondes.

L'ionisation se développe par excitations successives des atomes. Le plasma est enfin à l'équilibre thermodynamique.

Simultanément, et pendant toute la durée de la rafale, le gaz se désionise par recombinaison avec une émission radiative. Le bremstrahlung résultant de l'interaction des particules chargées produit également une émission radiative continue.

Cependant, en considérant les résultats des travaux expérimentaux [2] [3] [14] on peut admettre en première approximation que la densité électronique de même que les caractéristiques du plasma restent constantes dans la rafale une fois l'état d'équilibre atteint (en générale, variation de N_e de -20 à -30%), ce qui revient à négliger les pertes par rayonnement.

Le temps de rafale (T_r) mesuré par Fontaine [2] et Forestier [3] est de 150 microsecondes pour un temps de relaxation (t_r) de 30 microsecondes avec les conditions tubes à choc suivante: $M_{oc}=10.5$ p₁=5 torrs. Ils ont obtenu également $T_r=50$ microsecondes et $t_r=5$ micro-secondes pour $M_{oc}=16$ et p₁=1 torr.

Ce temps de rafale est suffisamment long pour permettre de réaliser une expérience de suppression de l'onde de choc secondaire, mais ne permettra radiative continue.

Cependant, en considérant les résultats des travaux expérimentaux [2] [3] [14] on peut admettre en première approximation que la densité

tube à choc ont été calculées en fonction de la température initiale de la chambre basse pression, et de la pression et la température après passage de l'onde de choc d'amorçage. Les détails de ces calculs sont présentés en Annexe 2. Les paramètres de l'écoulement de plasma derrière l'onde de choc sont calculées pour une pression de 1 bar:

M ₂	Mach écoul.	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
Moc		9.4	10	10.5	11	11.7	12.2	12.6
ρ ₁ ρ ₁	bar x 10-3 kg/m ³ x10-3		7.9 13	7 12	6.2 10	5.5 9	4.9 8	4.3 7.2
T_2	° K	8200	8950	9500	10000	10450	10780	11100
V ₂	m/s	2240	2410	2575	2770	2990	3180	3390
ρ2	kg/m³	0.059	0.053	0.050	0.047	0.045	0.043	0.041
σ	Mhos/m	2085	25 4 0	2900	3245	3570	3810	4050
γ		1.50	1.38	1.31	1.27	1.24	1.23	1.22
٧e	/s x 10 ¹⁰	4.9	10.2	16.1	23	31	38	45
αi		0.0021	0.0061	0.012	0.020	0.032	0.044	0.058
Zŧ		0.026	0.070	0.13	0.21	0.31	0.41	0.48

Tableau 1 : Caractéristiques de l'écoulement en tube à choc : argon, $p_2 = 1$ bar

Pour des Mach d'écoulements inférieurs à 1.4, le plasma n'est pas coulombien.

ρ2	kg/m ³	0.059	0.053	0.050	0.047	0.045	0.043	0.041
п	Mhos/m	2085	2540	2900	3245	3570	3810	4050

I.4 - INTERACTION MHD.

En appliquant à l'écoulement de plasma un champ croisé formé d'un champ électrique E et d'un champ magnétique B transversal, les particules chargées sont soumises à deux types de force:

- <u>la force électrostatique</u> créée par le champ électrique : **F** = q **E** . La cathode émet alors des électrons qui sont ensuite accéléré par ce champ vers l'anode.
- la force électromagnétique de Laplace $\mathbf{F} = \mathbf{q} \ \mathbf{V} \mathbf{x} \mathbf{B}$. Celle-ci agit sur les électrons accélérés par le champ électrique et les dévie perpendiculairement à leur trajectoire. Le jeu des collision entraine alors la redistribution de cette énergie cinétique aux espèces lourdes se traduisant par une accélération de l'écoulement ($\mathbf{F} = \mathbf{J} \mathbf{x} \mathbf{B}$). La force de Laplace agit également sur les électrons transportés par l'écoulement de plasma. Il en résulte un champ électrique induit contre-électromoteur ($\mathbf{E}_{cem} = \mathbf{V} \mathbf{x} \mathbf{B}$).

Les principaux phénomènes observés lors de l'interaction MHD sont provoqués par l'énergie cinétique acquise par les électrons dans les divers champs de forces, et les modalités de la redistribution de cette énergie à la population des lourds.

Dans les conditions expérimentales envisagées, l'analyse de l'action du champ électrique $E^x = E + VxB$ sur les électrons fait ressortir principalement trois phénomènes :

- Les électrons accélérés par le champ électrique rentrent périodiquement en collision avec les particules lourdes. Ces collisions successives freinent le passage des électrons et introduisent une résistance électrique, d'où découle la résistivité et la conductivité électrique du plasma.
- Lors des collisions, les électrons transmettent un peu de leur énergie cinétique acquise dans le champ E^{*} à la population des lourds. Cela amène une augmentation de la température du gaz, dépendant de l'intensité du population des lourds.

Dans les conditions expérimentales envisagées, l'analyse de l'action du champ électrique $E^x = E + VxB$ sur les électrons fait ressortir principalement trois phénomènes :

proportionnel au rapport des masses des deux particules en interaction. Ce rapport étant très faible $(M_e/M_s=1.36\ 10^{-5})$, les électrons ne vont redistribuer à la population des lourds que peu de l'énergie cinétique qu'ils ont acquis dans les champs de force, et leur température va augmenter indépendamment de celle du gaz.

La densité et la fréquence de collision des électrons, dépendant de la température électronique, va corrélativement augmenter, et ceci jusqu'à l'établissement d'un nouvel état d'équilibre entre l'énergie acquise et celle redistribuée par les électrons. Par contre, les collisions e-e assurent une répartition maxwellienne de la fonction de distribution électronique, conférent au gaz d'électrons un état d'équilibre thermodynamique local. Le plasma est alors dans un état hors d'équilibre thermodynamique $(T_e z T_g)$

En ce qui concerne l'action du champ magnétique, on observe un phénomène secondaire consécutif à l'enroulement des électrons dans les lignes de force de ce champ: les électrons émis par la cathode ont, entre chaque collision, une trajectoire circulaire de telle sorte que le vecteur lié à la densité de courant J n'est plus collinéaire au champ électrique E^x. Il s'agit de <u>l'effet Hall</u>.

Ces quatres phénomènes (conductivité, effet Joule, hors équilibre et effet Hall), ainsi que le nombre de Reynolds magnétique, vont maintenant être analysés plus en détail,

I.4.1 - Conductivité électrique scalaire du plasma.

La densité de courant électrique correspond à un transfert de charges électriques et est déterminée à partir de la relation générale:

$$J = \sum_{s} N_{s} Z_{s} \Psi_{s}$$
 (I.21)

où V_s est la vitesse acquise par les particules dans le champ électrique et Z_s

Ces quatres phénomènes (conductivité, effet Joule, hors équilibre et effet Hall), ainsi que le nombre de Reynolds magnétique, vont maintenant être analysés plus en détail, .

$$J = -e N_e \nabla_e$$
 (1.22)

D'autre part, la loi d'Ohm s'écrit:

$$\mathbf{J} = \sigma_0 \left(\mathbf{E} + \mathbf{V} \mathbf{x} \mathbf{B} \right) = \sigma_0 \mathbf{E}^+ \tag{1.23}$$

Dans la configuration de la figure 15, elle s'exprime par:

$$J = \sigma_0 (E - VB) = \sigma_0 VB (K-1)$$
 (I.24)

où le coefficient K = E/VB est, par définition, le facteur de charge. Il est supérieur à l'unité pour une accélération et inférieur à l'unité dans le cas de la conversion.

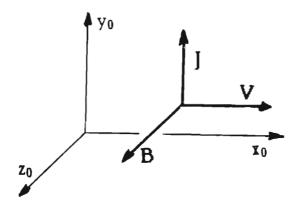


Figure 15 : Représentation des champs dans une configuration unidimensionnelle.

Il en résulte que:

$$\sigma_{0} = \frac{N_{e} e^{2}}{M_{e} V_{e}}$$
(1.25)

Figure 15 : Représentation des champs dans une configuration unidimensionnelle.

Il en réquite que

$$\sigma_0 = \frac{(4\pi \, E_0)^2 \, (2k \, T_e)^{3/2}}{\pi^{5/2} \, M_e \, e^2 \, Ln \, (\Lambda)} = 2.83 \, 10^{-2} \, \frac{T_e^{3/2}}{Ln \, (\Lambda)}$$
 (I.26)

Par ailleurs, Spitzer et Harm [11] proposent une relation dans laquelle ils considèrent la fréquence collision e-e comme étant proportionnelle à la fréquence de collision e-i. Ils obtiennent:

$$\sigma_{SH} = 0.582 \ \sigma_{0} = 1.51 \ \frac{T_{e}^{3/2}}{Ln(\Lambda)}$$
 (1.27)

Ces relations ne sont valables que pour un plasma complètement ionisé, pour lequel la conductivité varie pratiquement linéairement en fonction de la température. Par contre, il est à noter que pour les plasmas faiblement ionisés, la conductivité varie de façon exponentielle en fonction de la température [16] [17].

I.4.2 - L'effet joule.

L'effet Joule résulte des collisions entre les électrons et les particules lourdes qui entrainent un échauffement du gaz et une baisse du rendement de l'interaction MHD.

Dans une formulation unidimensionnelle, la puissance dissipée par effet Joule est exprimée par:

$$P_{J} = J. E^{a} = \frac{J^{2}}{\sigma_{0}} = \sigma_{0} E^{a^{2}}$$
 (1.28)

En première approximation, on peut considérer que l'augmentation de température se produit à volume constant dans la tuyère ce qui correspond à un ΔT maximum. La variation de quantité de chaleur est alors de:

L'effet Joule résulte des collisions entre les électrons et les particules lourdes qui entrainent un échauffement du gaz et une baisse du rendement de l'interaction MHD.

Dans une formulation unidimensionnelle, la puissance dissipée par effet Joule est exprimée par: tuyère et V la vitesse de l'écoulement, les relations (I.28) et (I.29) conduisent

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{J^2 L}{\sigma_0 \rho \, \forall \, C_{\star} T} \tag{I.30}$$

D'autre part, le rendement énergétique est donné par:

$$\eta = \frac{JVB}{JVB + \frac{J^2}{\sigma_0}} \tag{I.31}$$

On constate que l'accroissement de B entraine une montée du rendement, ce qui conduit à envisager des interactions à champ magnétique élevé donc à effet Hall fort.

Des conditions expérimentales mises en œuvre par Fontaine [2] et Fortestier [3] étaient les suivantes:

P = 1 bar T = 10000 °K V = 2500 m/s ρ = 0.05 kg/m³ σ = 3000 mhos/m γ = 1.275 => C_V = 756 J/kg °K B = 1 tesla J = 106 A/m²

En considérant une longueur d'interaction L égale à 0.1 mètre, l'augmentation de température est de :

$$\frac{\Delta T}{T} = 0.035$$

 $\rho = 0.05 \text{ kg/m}^3$ $\sigma = 3000 \text{ mhos/m}$ $\gamma = 1.275 \implies C_v = 756 \text{ J/kg *K}$ B = 1 tesia $J = 106 \text{ A/m}^2$ Le rendement très élevé de l'interaction et la faible augmentation de température provoquée par l'effet Joule justifient le fait que ce dernier soit négligé dans les développements théoriques.

I.4.3 - L'effet d'hors équilibre thermodynamique:

Les électrons sont accélérés par le champ électrique E* dans une direction préférentielle. Cependant à chaque collision, on peut admettre que la quantité de mouvement des électrons soit statistiquement redistribuée dans toutes les directions. Le temps caractéristique de retour à une distribution maxwellienne des vitesses de la population électronique est de l'ordre de l'inverse de la fréquence de collision.

Par contre, le transfert d'énergie est proportionnel au rapport des masses entre les particules en interaction. Ce rapport étant très faible $(2M_c/M_a=2,77\ 10^{-5})$, les électrons vont céder peu d'énergie aux lourds et leur température va s'élever jusqu'à ce que s'établisse un équilibre entre l'énergie acquise par les électrons dans le champ électrique et l'énergie perdue lors des collisions. Cet équilibre énergétique s'écrit :

$$\frac{J^2}{\sigma} = \frac{3}{2} N_e k (T_e - T_g) \sum_s \frac{2 M_e}{M_s} V_{es} \delta_s$$
 (1.32)

Le paramètre δ_3 rend compte des pertes par rayonnement dues aux collisions inélastiques. L'argon étant monoatomique, ce paramètre est de l'ordre de l'unité. Par contre, pour le gaz carbonique, il prend des valeurs très élevées de l'ordre de 3000. Il est alors possible, pour minimiser un état d'hors équilibre indésirable, d'introduire dans le gaz d'essai une faible proportion de dioxyde de carbone.

perque ioi s des comologe.

$$\frac{J^2}{\sigma} = \frac{3}{2} N_e k (T_e - T_g) \sum_{s} \frac{2 M_e}{M_s} V_{es} \delta_s$$
 (I.32)

conductivité ne permet pas de réaliser des régimes de conversion avec un rendement acceptable. On peut par contre envisager un fonctionnement hors d'équilibre en régime coulombien.

Ce saut d'état, mis en évidence expérimentalement par Petit [18] dans des expériences de conversion MHD permet d'éviter dans certaines conditions l'instabilité d'ionisation qui apparaît normalement quand un plasma bitempérature est soumis à un fort champ magnétique. Ce phénomène d'instabilité découvert par Velikhov [19] a bloqué les progrès sur la conversion MHD depuis environ 20 ans.

I.4.4-L'effet Hall.

L'effet Hall se manifeste quand un champ magnétique important est appliqué au plasma. Il est caractérisé par le rapport de la fréquence cyclotronique sur la fréquence de collision.

$$\beta = \frac{e B}{M_e V_e} = \mu_e B \tag{I.33}$$

où µe représente la mobilité électronique.

La loi d'Ohm s'exprime alors avec une conductivité tensorielle et doit être considérée à travers une formulation bidimensionnelle:

$$= J = \sigma (E + \nabla x B)$$
 (I.34)

avec.

$$\overline{\overline{\sigma}} = \frac{\sigma_0}{1+\beta^2} \begin{vmatrix} 1 & -\beta \\ \beta & 1 \end{vmatrix}$$
 (I.35)

La direction de la densité de courant forme par rapport à la direction du où µe représente la mobilité électronique.

La loi d'Ohm s'exprime alors avec une conductivité tensorielle et doit être

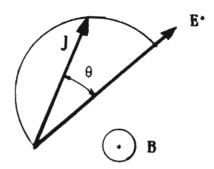


Figure 16 : Action du champ magnétique sur la direction de la densité de courant.

Il en résulte une déformation du potentiel électrique qui entraine une forte intensité de courant à l'une des extrémités des électrodes. ([8] p.366):

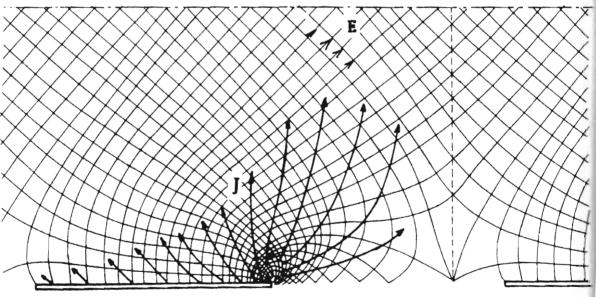
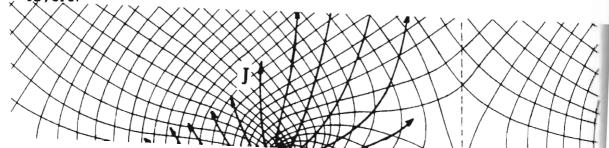


Figure 17 : Allure de la densité de courant au voisinage d'une électrode dans le cas d'un effet Hall fort $(\beta = 1)$.

L'utilisation d'électrodes segmentées permet alors d'obtenir une répartition homogène du champ électrique dans toute la longueur de la tuyère.



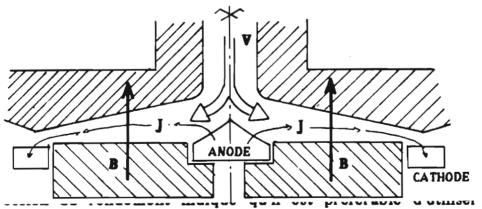
Par ailleurs, quand celui-ci a une action indésirable, il est possible d'en minimiser l'importance par adjonction dans le gaz d'essai d'un certain pourcentage d'un gaz rare à plus bas potentiel d'ionisation, par exemple du rénon ($E_i = 12 \text{ eV}$) et de masse volumique 5.86 kg/m³, au lieu de 1.78 kg/m³ pour l'argon. Pour une température de 10000 $^{\circ}$ K sous 1 bar, le rénon a un taux d'ionisation de 0.17, contre 0.02 pour l'argon, ce qui permet d'augmenter la densité électronique ainsi que la fréquence de collision e-i.

Avec un mélange à 80% d'argon et 20% de xénon, le paramètre de Hall est ramené à 0.4 pour un champ magnétique de 1 tesla, au lieu de 1 avec de l'argon pur. La masse volumique du gaz d'essai est alors augmentée d'un facteur 1.5, ce qui nécessiterait un J d'autant plus intense entrainant une légère situation d'hors équilibre du plasma. Ceci est également favorable à l'abaissement du paramètre de Hall.

Dans des conditions entrainant un effet Hall non négligeable, les pertes ohmiques sont exprimées par:

$$P_{J} = J \cdot E^{+} = \frac{\sigma_{0} E^{+^{2}}}{1 + \beta^{2}} = \frac{J^{2}}{\sigma_{0}}$$
 (I.36)

L'expression du rendement indique qu'il est préférable d'utiliser des champs magnétiques les plus intenses possible. De ce fait, les recherches en conversion MHD se sont orientées vers des tuyères à effet Hall fort [20] [21]. Ce sont des tuyères disques à symétrie de révolution.



champs magnétiques les plus intenses possible. De ce fait, les recherches en conversion MHD se sont orientées vers des tuyères à effet Hall fort [20] [21]. Ce sont des tuyères disques à symétrie de révolution.

Il est fort probable que les recherches sur la suppression des ondes de choc vont être amenées à s'orienter vers de telles géométries d'accélérateurs, du fait de l'utilisation de champs magnétiques de plus en plus importants. Cet accroisement des champs magnétiques va par ailleurs se trouver favorisé par l'apparition de supra-conducteurs à température relativement élevée, et d'un coût de mise en œuvre très accessible.

I.4.5-Le nombre de Reynolds magnétique.

Le nombre de Reynolds magnétique est introduit par l'analyse dimensionnelle de l'équation de Maxwell:

$$\nabla \mathbf{x} \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \tag{1.37}$$

qui donne:

$$Rm = \frac{\Delta B}{B} = \frac{\mu_0 J L}{B} \tag{I.38}$$

La forme classique de ce paramètre est obtenu pour un facteur de charge nul c'est à dire quand $J = -\sigma V B$.

Lorsque K n'est pas nul, comme dans notre cas, on obtient:

$$Rm = \mu_0 \sigma \nabla L(K-1) \tag{I.39}$$

Avec une longueur d'interaction L de 0.1 mètre, les valeurs numériques proposées au § 1.5.2 conduisent à Rm = 0.12. Cette valeur est faible devant l'unité et justifie l'hypothèse du découplage entre le champ magnétique et l'écoulement.

ani doman

CHAPITRE II

EQUATIONS GENERALES ET ANALYSE DES TRAVAUX ANTERIEURS

HISBUT.

CHAPITRE II

EQUATIONS GENERALES ET ANALYSE DE TRAVAUX ANTERIEURS

L'étude des phénomènes liés à la MHD dans les gaz fait intervenir un très grand nombre de paramètres qui sont liés à l'électromagnétisme, à la mécanique des fluides, et à la physique des gaz ionisés. Il est très difficile d'analyser ces phénomènes à partir des équations générales, et des solutions ne peuvent être proposées que moyennant de nombreuses approximations justifiées.

Dans ce chapitre, les équations générales de la MHD sont présentées. Ce sont principalement les équations de conservation et les équations de Maxwell.

Les caractéristiques principales des plasmas et les conditions d'interaction MHD, présentées au chapitre précédent, permettent de situer le cadre de l'étude et d'appliquer les simplifications nécessaires correspondant au cas analysé.

Sur la base de ces équations générales, l'étude en régime quasiunidimensionnel stationnaire pour un gaz parfait, développée par Sutton [8], est présentée à travers les hypothèses simplificatrices quelle nécessitent.

Dans un tout autre aspect, l'expérience de Petit [6] basée sur l'analogie hydraulique des écoulements à surface libre met en évidence le phénomène de suppression des ondes de choc. Cette expérience au caractère fondamental est décrite en fin de ce chapitre.

II.1- EQUATIONS GENERALES.

Sur la base de ces équations générales, l'étude en régime quasiunidimensionnel stationnaire pour un gaz parfait, développée par Sutton [8], est présentée à travers les hypothèses simplificatrices quelle nécessitent.

Dans un tout autre aspect, l'expérience de Petit [6] basée sur l'analogie

- L'électromagnétisme est décrit par les équations de Maxwell. Dans le présent travail, ces équations sont en fait très peu utilisées. L'électromagnétisme apparaît principalement à travers le nombre de Reynolds magnétique. Comme ce critère reste faible, tous les phénomènes liés à la propagation des ondes dans les plasmas sont négligés.
- La physique des gaz ionisés intervient à travers la description des différentes caractéristiques des plasmas. La connaissance de ces caractéristiques permet de prévoir les propriétés et le comportement du gaz lors de son interaction avec un champ croisé. Elles ont été décrites au chapitre I.

Dans cette présentation, nous partirons de la formulation la plus générale des équations afin de bien dégager les hypothèses simplificatrices qui permettent d'établir un système exploitable.

II.1.1 - Les équations de conservation. ([8] p.296)

- Equation de conservation de la masse: elle exprime que le flux de masse est conservatif:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \Psi) = 0 \tag{II.1}$$

- Equation de conservation de la quantité de mouvement:

$$\rho \frac{D \Psi}{D t} = - \Psi p + \Psi + \rho_e E + J x B$$
(II.2)

Dans le membre de droite, le gradient du tenseur de contraintes dynamiques est présenté sous forme de la somme du gradient de la pression statique (Vp) et des forces de viscosité (Y). Ce tenseur rend compte des forces de surface appliquées sur les frontières d'un élément du fluide. Il serit:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \Psi) = 0 \tag{II.1}$$

- Equation de conservation de la quantité de mouvement:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{II.9}$$

$$\nabla x \mathbf{B} = \mu_{o} (\mathbf{J} + \mathbf{E}_{o} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \nabla x \mathbf{M}_{p})$$
(II.10)

OÙ

- ρe est la densité volumique de charges;
- Eo la permitivité du vide;
- μ_O est la perméabilité magnétique du vide.

Le terme ∇ x \mathbf{M}_p rend compte de la magnétisation du plasma induite par le mouvement circulaire des particules chargées dans le champ magnétique appliqué.

En associant à ce système de 7 équations (II.1) (II.2) (II.5) (II.7) (II.8) (II.9) (II.10) la loi d'Ohm (I.23) et l'équation d'état (I.7), ainsi que les relations de détermination des paramètres du plasma (coefficients de transport, densité de particules, fréquence de collision), on obtient un ensemble fermé de 15 équations à 15 inconnues qui sont:

- les variables thermodynamiques décrivant l'écoulement:
 ρ, ρ, Τ, V, e.
- les variables électromagnétiques:
 E, B, J.
- les paramètres décrivant le milieu ionisé:

$$\sigma$$
, K , η , N_e , N_i , N_n , V_e .

Une première série de simplifications peuvent déjà être envisagées immédiatement:

- pour des fréquences d'oscillation du champ électrique inférieures à 10^{12} Hertz, le champ magnétique induit par les variations du champ
 - les variables électromagnétiques:

- les paramètres décrivant le milieu ionisé:

$$\sigma$$
 , K , η , N_e , N_i , N_{n_i} Ve .

la faible densité électronique (ici $N_e \approx 10^{20} / m^3$).

II.2 - MODELE QUASI-UNIDIMENSIONNEL STATIONNAIRE POUR UN GAZ PARFAIT: MODELE DE SUTTON ([8] p.390).

Une première étude théorique de la suppression des ondes de choc a été présentée par Sutton [8] et a débouchée sur des cas particuliers traités par Resler et Sears [22]. Ces études traitent de l'interaction entre un écoulement de plasma confiné dans un canal et un système de champs croisés. Ces études sont à notre connaissance les seules traitant du problème de suppression des ondes de choc.

Il est intéressant de voir rapidement comment elles s'articulent au niveau des hypothèses simplificatrices et de leur mise en forme, afin de pouvoir les comparer avec les études de la thèse.

II.2.1 - Hypothèses simplificatrices: écoulement en régime stationnaire pour un gaz parfait.

Une première série d'hypothèses a été faite par Sutton [8] concernant les paramètres du plasma et de l'écoulement:

- l'écoulement est stationnaire:
- le plasma est un fluide non visqueux;
- le plasma est considéré comme un gaz parsait: il n'est pas tenu compte de la variation des espèces dans l'équation d'état, ni de l'énergie d'ionisation;
- le plasma est globalement neutre, c'est à dire que la longueur de Debye est faible devant les dimensions de l'expérience;
- les phénomènes de transport d'énergie tels que la convection ou la diffusion sont négligeables;
 - le nombre de Reynolds magnétique est faible;
 - l'écoulement est stationnaire;
 - le plasma est un fluide non visqueux;
- le plasma est considéré comme un gaz parfait: il n'est pas tenu

l'écoulement n'est pas isentropique.

L'ensemble des équations devient:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \tag{II.11}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{II.12}$$

$$\nabla \mathbf{x} \mathbf{E} = 0 \tag{II.13}$$

$$\nabla \mathbf{x} \mathbf{B} = 0 \tag{II.14}$$

$$\nabla \cdot (\rho \, \Psi) = 0 \tag{II.15}$$

$$\rho \, \Psi \, . \, (\nabla \otimes \Psi) \, + \, \nabla \, p \, = \, \mathbf{J} \mathbf{x} \, \mathbf{B} \tag{II.16}$$

$$\rho \, \nabla \cdot \nabla \left(e + \frac{\nabla^2}{2} \right) = \mathbb{E} J - p \, \nabla \cdot \nabla \tag{II.17}$$

$$\mathbf{J} = \sigma_0 \; (\mathbf{E} + \mathbf{V} \mathbf{x} \mathbf{B}) \tag{II.18}$$

$$p = \rho R T \tag{II.19}$$

$$de = \frac{1}{\gamma - 1} \left(\frac{dp}{\rho} - \frac{p}{\rho^2} d\rho \right) \tag{II.20}$$

$$\sigma_0 = \sigma_0(\rho, T) \tag{II.21}$$

Le terme (♥ ♥ V) apparaissant dans l'équation (II.16) représente le produit tensoriel de l'opérateur ♥ (nabla) et de V. On obtient ainsi la matrice jacobienne de V.

Ce système d'équations, déjà grandement simplifié comparé aux équations sénérales, est ramené à un problème quasi-unidimensionnel stationnaire en

$$\mathbf{p} = \rho \mathbf{R} \mathbf{T} \tag{II.19}$$

$$de = \frac{1}{\gamma - 1} \left(\frac{dp}{\rho} - \frac{p}{\rho^2} d\rho \right) \tag{II.20}$$

- Le champ électrique est dirigé suivant l'axe y : E = Ey
- Le vecteur vitesse de l'écoulement est dirigé suivant l'axe des x.

En toute rigueur, il faut également négliger les effets de bord, c'est à dire considérer que le rapport (longueur d'interaction / largeur de la tuyère) est grand devant l'unité.

II.2.2 - Modèle quasi-unidimensionnel stationnaire pour un gaz parfait.

Les équations de Maxwell ont été simplifiées définitivement. Les équations de conservation deviennent

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\rho\,\nabla\,\mathbf{A}\right)=0\tag{II.22}$$

$$\rho \, \forall \, \frac{d \, \forall}{d \, x} = - \, \frac{d \, p}{d \, x} + \, J_{y} \, B \tag{II.23}$$

$$\rho \, \forall \, (C_{y} \, \frac{d \, T}{d \, x} + \forall \, \frac{d \, \forall}{d \, x}) = J_{y} \, E \tag{II.24}$$

et la loi d'Ohm s'écrit:

$$J = \sigma_0 \left(E_y - \nabla_x B_z \right) = \sigma_0 \nabla_x B_z \left(K - 1 \right) \tag{II.25}$$

A partir de ce système d'équations, il est possible d'obtenir une solution analytique de l'évolution des écoulements compressibles en soufflerie MHD. Les variations des différentes grandeurs thermodynamiques le long de la tuyère sont exprimées en fonction des variations de section A:

$$\frac{d\nabla}{dx} = \frac{1}{M^2 - 1} \left(\frac{\nabla}{A} \frac{dA}{dx} - \frac{\sigma B^2}{p} (\nabla - \nabla_3) (\nabla - \nabla_1) \right)$$
 (II.26)

V - 1 .

et la loi d'Ohm s'écrit:

$$J = \sigma_0 (E_y - \nabla_x B_z) = \sigma_0 \nabla_x B_z (K-1)$$
 (II.25)

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{1}{M^{2}-1} \left(\frac{\nabla^{2}}{A C_{p}^{2}} \frac{dA}{dx} - (\nabla \cdot \nabla_{3}) \left(\frac{\sigma B^{2} \nabla}{p C_{p}} (\nabla \cdot \nabla_{1}) - \frac{\sigma B^{2} \nabla_{3} (M^{2}-1)}{\rho \nabla C_{p}} \right) (II.28)$$

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{1}{M^2-1} \left(\frac{\rho \nabla^2}{A} \frac{dA}{dx} - (\nabla - \nabla_3) \left(\frac{\gamma \sigma B^2 M}{a} (\nabla - \nabla_1) - \sigma B^2 (M^2-1) \right) \right) \quad (II.29)$$

avec:

$$\nabla_{1} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{E_{y}}{B_{z}} \qquad \nabla_{2} = \frac{1 + \gamma M^{2}}{2 + (\gamma - 1) M^{2}} \nabla_{1} \qquad \nabla_{3} = \frac{E_{y}}{B_{z}} \qquad (II.30)$$

En l'absence d'un champ de force JxB, la convergence de la tuyère entraine l'apparition d'une onde de choc, avec passage à un régime subsonique. Ce phénomène est caractérisé dans les équations (II.26) (II.27) (II.28) (II.29) par le terme en $1/(M^2-1)$, qui introduit une discontinuité pour M=1.

En premier lieu, Sutton [8] considère un champ de force qui maintient la vitesse du gaz constante dans le convergent (dV/dx = 0) et il montre que le terme en $1/(M^2-1)$ disparait des expressions des variations des paramètres thermodynamiques, traduisant la non apparition de l'onde de choc. De la même manière, on montre qu'en maintenant constant les autres paramètres thermodynamiques tels que la pression, la température, ou la masse volumique, le résultat est analogue.

A partir de ces développements, Resler et Sears [22] ont étudié ce type découlement à section constante. Dans le cas général, le ralentissement de l'écoulement jusqu'à un régime subsonique n'est pas possible sans choc. Les termes en 1/(M²-1) subsistent dans les équations quand on applique dA/A=0. Ces auteurs ont montré qu'en considérant une interaction MHD ralentissant l'écoulement sous certaines conditions de vitesse et de facteur de charge, il existait des conditions 'tunnel' qui permettaient le passage d'un écoulement supersonique à un écoulement subsonique sans onde de choc.

U.2.3. Conflusion ters que la pression, la temperature, ou la masse volumique, le résultat est analogue.

A partir de ces développements, Resler et Sears [22] ont étudié ce type d'écoulement à section constante. Dans le cas général, le ralentissement de l'écoulement jusqu'à un régime subsonique n'est pas possible sans choc. Les

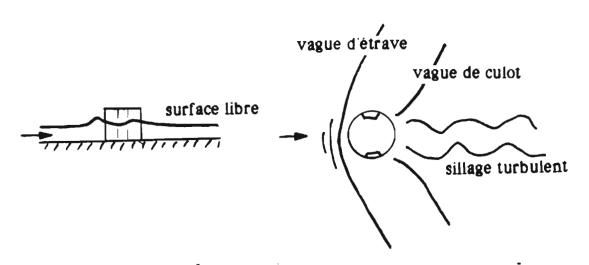
Les conditions prisent en compte ne correspondent pas exactement à des conditions 'tube a choc', pour lesquelles il est difficile de négliger les effets de gaz réel.

L'approche quasi-unidimensionnelle est abordée en considérant le fait que les tubes de courant subissent une légère variation de section dA. En partant de ce modèle, il est impossible de définir ce qui se passe au voisinage d'une paroi présentant une faible variation de direction $d\Phi$ variable. C'est ce que se propose de résoudre le modèle quasi-unidimensionnel présenté dans le chapitre suivant.

II.3 - SIMULATION HYDRAULIQUE DE SUPPRESSION D'ONDES DE CHOC: EXPERIENCE DE PETIT [6].

Petit [6] a réalisé une expérience en écoulement à surface libre où il a obtenu la suppression de la vague d'étrave et du sillage turbulent autour d'un obstacle placé dans un écoulement d'eau salée, au moyen d'un champ de force de Laplace. L'analogie théorique existant entre ce type d'écoulements $(\gamma=2)$ et les écoulements supersoniques nous autorise à en tirer des conclusions pour les écoulements gazeux.

Un obstacle cylindrique a été placé dans un écoulement d'eau salée. En l'absence de tout champ de force, il se forme autour de la maquette une vague d'étrave à l'avant et une vague de culot à l'arrière suivit par le sillage turbulent. L'objet ayant une forme émoussée, la vague d'étrave est assimilable à une onde de choc détachée.



vague d'étrave à l'avant et une vague de culot à l'arrière suivit par le sillage turbulent. L'objet ayant une forme émoussée, la vague d'étrave est assimilable à une onde de choc détachée.

Un champ de force électromagnétique est alors appliqué autour de la maquette. Le champ électrique est réalisé par deux électrodes diamétralement opposées et le champ magnétique de l'ordre du tesla est placé perpendiculairement à l'écoulement. La densité de courant est limitée à 10^4 A/m² du fait de l'électrolyse de l'eau, qui se manifeste par un bouillonnement au voisinage des électrodes et vient alors perturber l'expérience.

Plusieurs phénomènes peuvent être observés en fonction de l'intensité du champ de force appliqué.

Tout d'abord, il se produit le recollement des filets d'eau et la disparition du sillage turbulent en aval de la maquette.

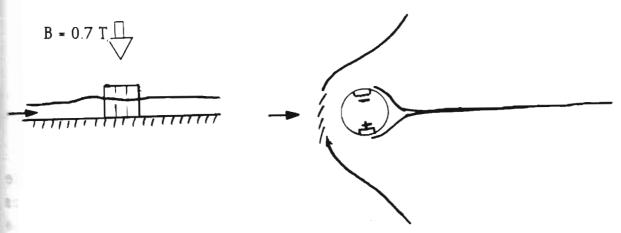
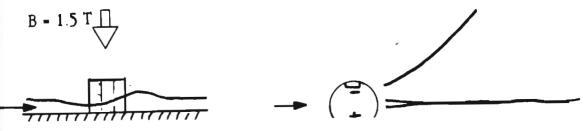


Figure 20: Disparition du sillage turbulent par l'action du champ de force JxB.

Puis, quand la force JxB croît, la vague frontale disparait et l'eau se creuse en amont. La maquette reçoit alors une poussée due à la différence des pressions entre l'amont et l'aval, et se comporte comme un propulseur. Simultanément, l'onde de culot reparait en étant renforcée.



Puis, quand la force JxB croît, la vague frontale disparait et l'eau se creuse en amont. La maquette reçoit alors une poussée due à la différence des pressions entre l'amont et l'aval, et se comporte comme un propulseur. Simultanément, l'onde de culot reparait en étant renforcée.

A partir de la forme des lignes de courant électrique, on peut en déduire la forme du champ de force autour de la maquette:

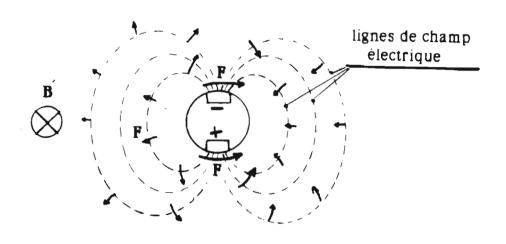


Figure 22 : Allure du champ de force autour du cylindre.

On constate que l'action du champ de force consiste à raientir et écarter le fuide avant son arrivée sur la maquette. Celui-ci se substitue ainsi aux forces de pression. Pour des intensités suffisantes, le choc disparait, indiquant que la pression reste sensiblement constante en amont de la maquette. Puis, le fluide est accélèré pour passer l'obstacle sans que les forces de pression ne soient sollicitées, et le champ de force referme les lignes de courant en aval de la maquette, empêchant ainsi la formation du régime dissipatif turbulent.

Tout se passe comme si le champ de force se substituait aux forces de pression pour compenser les forces d'inertie et diriger l'écoulement. C'est effectivement la conclusion à laquelle nous conduisent les études menées en régime quasi-unidimensionnel stationnaire et bidimensionnel stationnaire qui sont présentées dans les chapitres suivants. La suppression des ondes de choc passe par l'uniformisation de la pression autour de l'obstacle à l'aide du champ de force JxB. Ces résultats théoriques sont obtenus pour un profil d'obstacle effilé, et l'expérience hydraulique laisse supposer qu'il en est de même autour des obstacles émoussés.

la pression reste sensiblement constante en amont de la maquette. Puis, le fluide est accélèré pour passer l'obstacle sans que les forces de pression ne soient sollicitées, et le champ de force referme les lignes de courant en aval

est ralenti de la vitesse V à la vitesse nulle au point d'arrêt, sur une distance d'orrespondant à la distance de détachement de l'onde. Le ralentissement est associé à un saut de pression Δp qui est de l'ordre de:

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho \, \nabla^2 \tag{II.31}$$

On fait ainsi apparaître une force caractéristique:

$$F_{e} = \frac{\Delta p}{d} \tag{II.32}$$

Le champ de force aura une action sur le système d'onde si son intensité satisfait à:

$$F_1 = JB \ge \frac{\Delta p}{d} = \frac{\rho \nabla^2}{2 d} \tag{II.33}$$

D'où le paramètre d'interaction:

$$S = \frac{2JBd}{\rho V^2} \ge 1 \tag{II.34}$$

Si S est grand devant l'unité, l'onde de choc sera affectée par le champ de force. Ce critère est bien vérifié par l'expérience où les conditions étaient :

> B = 1.5 teslas $J = 10^4 \text{ A/m}^2$ d = 0.002 m $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ V = 0.08 m/s

S est de l'ordre de 10 et l'onde frontale disparait.

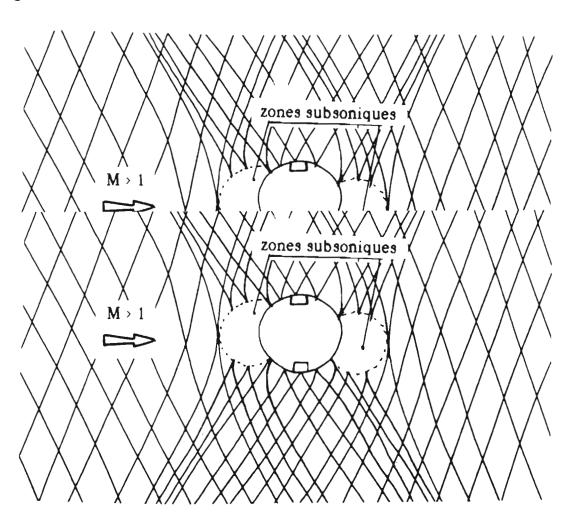
Cette expérience est riche sur le plan fondamental et montre les avantages que peut présenter un écoulement guidé par les forces de Laplace. Elle met en évidence la possibilité de diminuer de facon notable la force de trainée à

Si S est grand devant l'unité, l'onde de choc sera affectée par le champ de force. Ce critère est bien vérifié par l'expérience où les conditions étaient :

$$B = 1.5 \text{ teslas}$$

$$J = 10^4 \text{ A/m}^2$$

Il est possible d'imaginer la forme du champ de caractéristiques (Fig.15) équivalent à l'expérience réalisée par Petit [6]. Ce type d'écoulement doit présenter deux zones subsoniques pour les raisons énoncées dans l'introduction: une en amont et une en aval de la maquette. Sur la ligne de raccordement entre l'écoulement subsonique et l'écoulement supersonique, les faisceaux des deux familles de caractéristiques montantes et descendantes se rejoignent en un point de rebroussement (nombre de Mach égal à 1)



CHAPITRE III.

MODELE QUASI-UNIDIMENSIONNEL STATIONNAIRE

POUR UN GAZ REEL

L'étude qui va être développée maintenant correspond également à une approche quasi-unidimensionnelle stationnaire, mais l'approche diffère de celle de Sutton [8]. Les hypothèses sont d'abord plus générales, les effets de gaz réels et l'effet Hall étant pris en compte. D'autre part, la mise en forme de ce modèle passe par l'établissement d'un système d'équations en régime bidimensionnel stationnaire établi dans le repère lié aux directions caratéristiques, système qui est linéarisé ensuite pour aboutir au modèle quasi-unidimensionnel. L'annihilation des ondes de choc est alors supposée être obtenue à l'aide d'un champ de force JxB conservant le parallèlisme des caractéristiques. Cette étude a fait l'objet d'une publication au Journal de Mécanique Théorique et Appliquée [23].

Au cours des développements, l'effet Joule est négligé, car la complexité qu'il introduit dans les calculs n'est pas en corrélation avec son importance. Les résultats des calculs montrent en effet à postériori que lors d'expériences en tubes à choc, il est négligeable. Mais il serait tout à fait possible de le prendre en compte dans des études ultérieures à partir des bases du modèle présenté ici.

La simplicité des résultats sur lesquels débouchent ces calculs est remarquable. Tout d'abord, on démontre la condition utilisée comme hypothèse par Sutton [8], à savoir que, dans le cas d'un gaz parfait, la suppression des ondes de choc passe par la constance de certains paramètres thermodynamiques tels que la pression, la température et la masse volumique. Ensuite, une utilisation insoupsonnée de l'effet Hall est mis en évidence. Ce phénomène permet d'obtenir une composante du champ de force perpendiculaire à la paroi et on montre que cette composante semble pouvoir jouer un rôle important dans l'annihilation des ondes de choc. Ces calculs débouchent sur une relation très simple permettant de déterminer l'internation des developpements, l'ellet joule est neglige, cai la compleance.

qu'il introduit dans les calculs n'est pas en corrélation avec son importance. Les résultats des calculs montrent en effet à postériori que lors d'expériences Pour finir, cette étude permet d'aborder le problème du blocage thermique qui se produit lorsque l'effet Joule est suffisamment important pour créer une onde de choc au sein de l'écoulement. Ce phénomène a essentiellement été mis en évidence par Fontaine [2] et Forestier [3] lors d'expériences réalisées à l'Institut de Mécanique des Fluides de Marseille (IMFM) dans les années 1970.

III.1 - DEVELOPPEMENT DES EQUATIONS A TRAVERS UNE APPROCHE BIDIMENSIONNELLE STATIONNAIRE.

III.1.1 - Hypothèses de travail.

Le modèle développé ici reprend les conditions de définition de l'écoulement proposées par Sutton [7], à savoir:

- l'écoulement est supposé stationnaire;
- le plasma est un fluide non visqueux;

Lors de son étude, cet auteur n'a pas posé le problème de l'obtention du plasma ni du calcul et de l'évolution de ses caractéristiques. Dans la présente approche, ces paramètres vont être pris en compte, et notamment en ce qui concerne les effets de gaz réels. Ils interviennent principalement au niveau de l'équation d'état, de la conservation de l'énergie, et du calcul de la vitesse de son.

Ces effets, présentés au chapitre I, ont été étudiés par Normann [9] (voir Annexe 1) dans le cas de l'argon et c'est son modèle qui est utilisé ici.

Ces conditions correspondent à celles mises en œuvre par Fontaine [2] et Forestier [3] lors de leurs expériences en tube à choc. En s'appuyant sur les travaux de ces auteurs et en envisageant des conditions similaires d'expérimentation, les hypothèses simplificatrices suivantes sont justifiées:

- les plasmas d'argon sont collisionnels et coulombiens;
- la longueur de Debye est faible devant les dimensions caractéristiques de l'expérience. On peut donc considérer le plasma comme un milieu électriquement neutre;
- concerne les effets de gaz réels. Ils interviennent principalement au niveau de l'équation d'état, de la conservation de l'énergie, et du calcul de la vitesse de son.

Ces effets, présentés au chapitre I, ont été étudiés par Normann [9] (voir

- l'ionisation peut être déduite de la loi de Saha
- les processus d'excitation/ désexcitation radiative peuvent être négligées au sein du plasma;
- les phénomènes de transport d'énergie tels que la convection ou la diffusion sont négligeables.

Il n'est pour l'instant fait aucune supposition quant à l'importance de l'effet Hall.

III.1.2- Equations générales en régime bidimensionnel.

Les équations de Maxwell (II.11) (II.12) (II.13) (II.14) sont maintenant définitivement simplifiées. Moyennant les hypothèses précédemment définies, les équations de la mécanique des fluides deviennent :

Equation de conservation de la masse:

$$\nabla \cdot (\rho \nabla) = 0 \tag{III.1}$$

Equation de conservation de la quantité de mouvement:

$$\rho \, \Psi \, . \, (\nabla \, \otimes \, \Psi) \, + \, \nabla \, p \, = \, J \, x \, B \tag{III.2}$$

L'équation de l'énergie est formulée à partir de l'expression de l'énergie interne proposée par Fontaine [2], qui a établi ses propres calculs thermodynamiques sur la base des travaux théoriques de Norman [9]:

Ces calculs, présentés en Annexe 3, conduisent à:

$$a^{2} \nabla \cdot \nabla - \nabla \cdot (\nabla \cdot (\nabla \otimes \nabla)) = TS \nabla^{3} \tag{III.3}$$

Pour des raisons pratiques, on introduit "TS" qui représente les Termes Sources produits par l'interaction MHD. Ce sont l'effet Joule et le travail du champ de force JzB:

Equation de conservation de la quantité de mouvement:

$$\rho \Psi \cdot (\nabla \otimes \Psi) + \nabla p = JxB \tag{III.2}$$

E* est le champ électrique appliqué aux électrons. Les termes J et F sont de la dimension de l'inverse d'une longueur.

- J.L correspond au rapport du travail des forces de Laplace comparé à l'énergie cinétique de l'écoulement;
- F.L représente le rapport entre la puissance introduite par effet Joule et transformée en chaleur comparée au flux d'énergie cinétique.

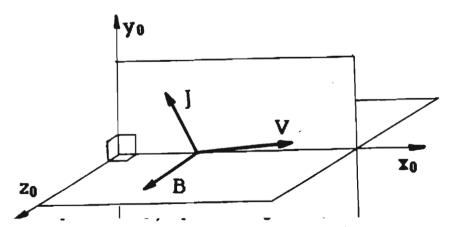
Les effets de gaz réels apparaisssent dans l'expression de "A" qui s'écrit :

$$A = \frac{1 + Z_t}{\gamma - 1} \quad \text{avec} \quad Z_t = \frac{\alpha_i}{2} (1 - \alpha_i) (\frac{5}{2} + \frac{E_t}{kT})$$
 (III.5)

Le paramètre α_i représente le taux d'ionisation, et E_i le potentiel d'ionisation de l'élément considéré ($E_i/k = 182900$ pour l'argon). Z_t est défini comme étant le rapport de compressibilité à température constante [9].

III.1.3 - Equations dans un repère lié au laboratoire.

Une première formulation des équations de conservation est faite en considérant un repère fixe R_0 , représenté figure 24, d'axes de coordonnées x_0 , y_0 , z_0 , liés au laboratoire. Le champ magnétique B est placé perpendiculairement au plan formé par V et J.



 z_0 , y_0 , z_0 , liés au laboratoire. Le champ magnétique B est placé perpendiculairement au plan formé par V et J.

Les équations deviennent:

$$\rho \left(\frac{\partial u_0}{\partial x_0} + \frac{\partial v_0}{\partial y_0} \right) + u_0 \frac{\partial \rho}{\partial x_0} + v_0 \frac{\partial \rho}{\partial y_0} = 0$$
 (III.6)

$$u_0 \frac{\partial u_0}{\partial x_0} + v_0 \frac{\partial u_0}{\partial y_0} + \frac{1}{0} \frac{\partial p}{\partial x_0} = \frac{Jy_0 B}{0}$$
(III.7)

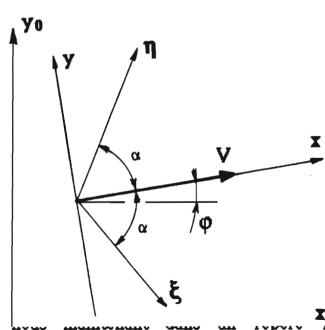
$$\mathbf{u}_{0} \frac{\partial \mathbf{v}_{0}}{\partial \mathbf{x}_{0}} + \mathbf{v}_{0} \frac{\partial \mathbf{v}_{0}}{\partial \mathbf{y}_{0}} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{y}_{0}} = -\frac{J\mathbf{x}_{0} B}{\rho} \tag{III.8}$$

$$\frac{\partial u_0}{\partial x_0} \left(a^2 - u_0^2 \right) - u_0 v_0 \left(\frac{\partial u_0}{\partial y_0} + \frac{\partial v_0}{\partial x_0} \right) + \frac{\partial v_0}{\partial y_0} \left(a^2 - v_0^2 \right) = TS \left(u_0^2 + v_0^2 \right)^{3/2}$$
 (III.9)

Dans ce repère, le vecteur vitesse V a deux composantes (u_0, v_0) , et "a" représente la vitesse du son dans un gaz réel (Annexe 1 - Relation (21)).

III.1.4 - Equations dans un repère lagrangien.

Plaçons nous maintenant dans un repère Lagrangien R(x,y,z). L'hypothèse de stationnarité étant faite, ce repère est lié aux lignes de courant, x étant dirigé suivant une ligne de courant comme le montre la figure 25.



L'hypothèse de stationnarité étant faite, ce repère est lié aux lignes de courant, x étant dirigé suivant une ligne de courant comme le montre la figure 25.

Soit ϕ l'angle entre les directions \mathbf{x}_0 et \mathbf{x} . Dans ces conditions, on montre que:

$$\mathbf{u} = \mathbf{V}$$
 $d\mathbf{u} = d\mathbf{V}$ (III.10)
 $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ $d\mathbf{v} = \mathbf{V} d\mathbf{\Phi}$

et les équations de conservation deviennent:

$$\rho \left(\frac{\partial \nabla}{\partial x} + \nabla \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \nabla \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \tag{III.11}$$

$$\rho \nabla \frac{\partial \nabla}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} = J_y B \qquad (III.12)$$

$$\rho \nabla^2 \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} = -J_x B \tag{III.13}$$

$$\frac{\partial \nabla}{\partial x} (a^2 - \nabla^2) + \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial y} a^2 = Ts \nabla^3$$
 (III.14)

III.2 - ETABLISSEMENT DU MODELE QUASI-UNIDIMENSIONNEL STATIONNAIRE.

III.2.1 - Linéarisation des équations de la mécanique des fluides.

Pour finir, ces équations peuvent être exprimées dans un repère lié aux directions caractéristiques η et ξ , qui sont respectivement les caractéristiques montantes et descendantes (Fig. 25). Ce changement de coordonnées s'effectue en remarquant que, pour toute variable thermodynamique H donnée, on a:

$$dx = \cos \alpha (d\eta + d\xi)$$

$$dy = \sin \alpha (d\eta - d\xi)$$

$$= \frac{\partial H}{\partial \eta} = \cos \alpha \frac{\partial H}{\partial x} + \sin \alpha \frac{\partial H}{\partial y}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \eta} = \cos \alpha \frac{\partial H}{\partial x} - \sin \alpha \frac{\partial H}{\partial y}$$
(III.15)
$$= \cos \alpha \frac{\partial H}{\partial x} - \sin \alpha \frac{\partial H}{\partial y}$$
STATIONNAIRE.

III.2.1 - Linéarisation des équations de la mécanique des fluides.

A partir du système formé par les équations (III.11), (III.12), (III.13), (III.14) et (III.15), il est possible de passer à un modèle quasiunidimensionnel.

La condition de quasi-unidimensionnalité consiste à imposer à une quelconque variable thermodynamique "H" de rester constante le long d'une caractéristique montante n c'est à dire

$$\frac{\partial H}{\partial \eta} = 0$$
 d'où $dH = \frac{\partial H}{\partial \xi} d\xi$ (III.16)

Les caractéristiques montantes sont alors des droites. Dans ces conditions, l'équation de conservation de l'énergie donne:

$$\frac{1}{\nabla} \frac{\partial V}{\partial \xi} = -\frac{2 \text{ Ts}}{\cos \alpha} - \text{ tg } \alpha \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}$$
(III.17)

La conservation de la masse conduit alors à:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial \dot{\xi}} = -\frac{1}{\nabla} \frac{\partial \nabla}{\partial \dot{\xi}} + \frac{1}{\nabla \alpha} \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\xi}}$$
(III.18)

La relation caractérisant les variations de pression est obtenue en combinant les deux équations de conservation de quantité de mouvement (III.12) et (III.13) à travers:

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy = \frac{dp}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial p}{\partial \eta} d\eta \qquad (III.19)$$

On obtient alors une relation déterminant les variations de la pression lors d'un déplacement suivant t:

$$\frac{\partial p}{\partial \xi} = \int_{\gamma} B \cos \alpha + \int_{\gamma} B \sin \alpha + \frac{\rho \nabla^{2}}{\cos \alpha} T_{0} + \rho \nabla^{2} \chi \alpha \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}$$
 (III.20)

ainsi qu'une condition sur le champ de force imposée par la condition d'unidimensionnalité:

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \eta} = 0 \tag{III 21}$$

III.2.2 - Condition de régime quasi-unidimensionnel imposé par la pression.

Le calcul des variations de la pression à partir des équations de conservation de la quantité de mouvement entraîne une condition sur la direction de la densité de courant.

$$\frac{\partial p}{\partial \eta} = 0 \implies \frac{J_x^2}{\sigma_0 \nabla A \cos \alpha} \cdot J_x B \sin \alpha \cdot J_y B \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} + \frac{J_y^2}{\sigma_0 \nabla A \cos \alpha} = 0 \quad (III.22)$$

Du fait que Jy soit positif par définition (Fig. 24), cette équation du second degré n'admet qu'une seule solution physique qui est:

$$J_{x} = (-B \sin \alpha + \sqrt{\Delta}) \frac{\sigma_{0} \nabla A \cos \alpha}{2} = f(J_{y})$$
 (III.23)

avec:

$$\Delta = B^2 \sin \alpha + 4 \frac{J_y B \sin^2 \alpha}{\sigma_0 \forall A \cos \alpha} - 4 \frac{J_y^2}{(\sigma_0 \forall A \cos \alpha)^2} > 0$$
(III.24)

Ces équations étant établies, on suppose à priori que l'effet joule est régligeable, ce qui revient à considérer l'interaction MHD à entropie constante. Le terme source TS de la relation (III.4) se simplifie pour donner:

$$Ts = -\frac{J_y B}{\rho \nabla^2} \qquad (III.25)$$

* la condition (III.22) devient:

$$\frac{\partial p}{\partial \eta} = 0 \implies \frac{J_{y}}{J_{z}} = -\frac{1}{g \alpha} = -\sqrt{M^{2} \cdot 1}$$
(III.26)

Cela revient à imposer un vecteur densité de courant perpendiculaire aux caractéristiques montantes η , donc un champ de force parallèle à cette direction. Dans le cas d'un effet Joule non négligeable, la relation (III.23) indique que le champ de force doit compenser le gradient de pression dû à l'échauffement par effet Joule. Cela se traduit par une composante F_x du champ de force plus importante que sans effet Joule (voir Fig. 26). Dans la suite des développements, nous supposerons que l'effet Joule est négligeable.

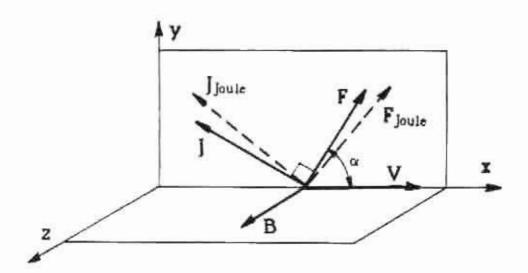


Figure 26 : Orientation du vecteur densité de courant en régime quasi-unidimensionnel stationnaire avec et sans effet Joule.

La condition sur la pression amène deux remarques importantes:

Remarque 1:

- Le champ de force doit agir en accélérant et en écartant l'écoulement de la paroi dans un convergent, et en freinant et en resserrant l'écoulement vers la paroi dans un divergent. L'étude bidimensionnelle à pression constante présentée au chapitre IV conduit également à cette conclusion, tout en explicitant le rôle joué par ces deux composantes du champ de force.

Remarque 2:

Pour réaliser un champ de densité de courant électrique qui ne soit

pas perpendiculaire à la surface de la paroi des électrodes, c'est à dire non colinéaire au champ électrique, il faut que l'effet Hall intervienne. Ce phénomène, résultant de l'enroulement des électrons libres dans les lignes de force du champ magnétique, est caractérisé par le facteur de Hall:

$$\beta = \frac{e B}{M_e V_e} = \mu_e B \tag{III 27}$$

La fréquence de collision électronique est représentée par V_e , "e" est la charge électrique et m_e la masse de l'électron, μ_e est la mobilité électronique. L'orientation de la densité de courant par rapport au champ électrique forme alors l'angle θ tel que tg θ = β (Fig. 16 Ch I).

Pour obtenir une telle orientation du vecteur densité de courant J, il convient donc de prendre une valeur de B telle que:

$$g \alpha = \beta \Rightarrow B = \frac{M_e V_e}{e \sqrt{M^2 - 1}} = \frac{g \alpha}{\mu_e}$$
 (III.28)

La valeur du champ magnétique est donc conditionnée par les paramètres de l'écoulement et du plasma

III.2.3 - Variation des paramètres thermodynamiques en présence d'un champ de force JzB quelconque.

Les conditions (III.17) (III.18), (III.19), et (III.25), associées à un déplacement suivant x défini par:

$$\frac{\partial \mathbf{t}}{\partial \mathbf{x}} = \cos \alpha$$
 (III.29)

conduisent aux expressions finales des variations des paramètres thermodynamiques:

(111.30

(III 32

$$\frac{d \, \nabla}{\nabla} = \frac{1}{\sqrt{M^2 - 1}} \cdot \left(\frac{2 \, M^2}{\sqrt{M^2 - 1}} \cdot \frac{J_y \, B}{\rho \, \nabla^2} \, dx - d \, \Phi \right)$$

$$\frac{d\rho}{p} = \frac{M^2}{\sqrt{M^2 - 1}} \left(-\frac{2}{\sqrt{M^2 - 1}} \frac{J_y B}{\rho V^2} dx + d\Phi \right)$$
(III.31)
$$\frac{dp}{p} = \frac{\gamma M^2}{(1 + Z_1) \sqrt{M^2 - 1}} \left(-\frac{2}{\sqrt{M^2 - 1}} \frac{J_y B}{\rho V^2} dx + d\Phi \right)$$
(III.32)

D'après [10], l'équation d'état pour un gaz réel s'écrit:

$$\frac{dT}{T} = \frac{dP}{P} \frac{1 + Z_p}{1 + Z_i} - \frac{d\rho}{\rho} \frac{1}{1 + Z_i}$$
 (III.33)

avec Z_p = α_i/2 (1-α_i), le facteur de compressibilité à pression constante, α qui donne l'expression suivante pour les variations de température:

$$\frac{dT}{T} = \frac{M^2(\gamma \cdot 1)}{(1+Z)\sqrt{M^2-1}} \left(-\frac{2}{\sqrt{M^2-1}} \frac{J_y B}{\rho V^2} dx + d\Phi\right)$$
 (III.34)

Le système d'équations (III.30), (III.31), (III.32) et (III.34) permet d décrire le comportement du gaz lorsqu'il est soumis à une légère variation d la direction de la paroi do, ainsi qu'à un champ de force [xB]. On remarqu que l'on retrouve, si on supprime le champ de force, les expressions de variations des paramètres dans le cas d'une détente de Prandit-Mayer [4]

III.2.4 - Condition de suppression des ondes de choc: parallèlism des caractéristiques.

La suppression de l'onde de choc est obtenue en conservant le parallèlism des caractéristiques montantes issues de la paroi. Celui-ci est conservé si d est égal à -dφ, comme le montre la figure 27, ce qui s'écrit en différentia la relation (2):

$$\frac{dM}{M} = \sqrt{M^2 - 1} d\Phi \qquad (III.35)$$

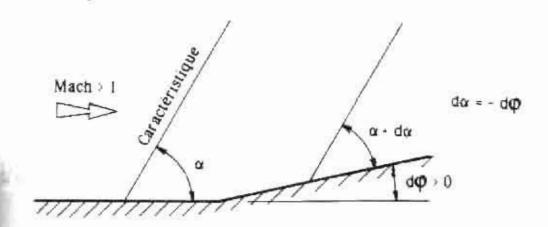


Figure 27 : Parallèlisme des caractéristiques issues d'un convergent infinitésimal.

D'autre part, la vitesse du son dans un gaz réel est d'après Norman [9] :

$$a = \sqrt{\frac{\gamma R T}{1 + Z_p}}$$
 (III.36)

Les effets de gaz réels se caractérisent par des variations de γ et Z_p , ce associé aux relation (1) et (111.36) differenciées, entraine:

$$\frac{dM}{M} = \frac{dV}{V} - \frac{1}{2} \left(\frac{dT}{T} + \frac{dY}{Y} - \frac{dZ_p}{1 + Z_p} \right) \tag{III.37}$$

$$\frac{dM}{M} = \frac{M^{2}(\gamma + 2Z_{1} + 1)}{(M^{2}-1)(1+Z_{1})} \frac{J_{y}B}{\rho V^{2}} dx - (\frac{M^{2}(\gamma - 1)}{2(Z_{1} + 1)} + 1) \frac{d\phi}{\sqrt{M^{2}-1}} - \frac{1}{2}(\frac{d\gamma}{\gamma} - \frac{dZ_{y}}{1+Z_{y}}) \quad (III.38)$$

Les variations relatives de Z_p (0 < Z_p < 0.02 pour une température d'argon mérieure à 12000 °K) peuvent être négligées devant celles de γ (5/3 < γ <

1.275) Appliquons la condition de parallélisme (III.35) pour déterminer le critère sur le champ de force à appliquer au voisinage de la paroi pour supprimer l'onde de choc:

$$\frac{J_{y}B}{\rho v^{2}} dx = \frac{\sqrt{M^{2}-1}}{2} d\phi + \frac{\sqrt{M^{2}-1}}{2M^{2}(\gamma+2Z_{1}+1)} \frac{d\gamma}{\gamma}$$
(III.39)

En remarquant que:

$$J = \sqrt{J_y^2 + J_z^2} = J_y \frac{M}{\sqrt{M^2 - 1}}$$
 (III.40)

et que dφ/dx correspond à l'inverse du rayon de courbure de la paroi R, la relation (III.39) devient:

$$\frac{JBR}{\rho V^{2}} = \frac{M}{2} + \frac{R\sqrt{M^{2}-1}(Z_{1}+1)}{2\gamma M(\gamma+2Z_{1}+1)} \frac{d\gamma}{\gamma}$$
(III.41)

C'est une expression permettant le calcul de l'intensité du champ de force à appliquer au fluide en fonction des paramètres du plasma et de la paroi. La densité de courant J doit être orientée perpendiculairement à la direction des caractéristiques montantes, ces droites étant toutes maintenues parallèles par ce champ de force. On obtient:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{Z_1 + 1}{Z_p + 1} \frac{d\gamma}{\gamma + 2Z_1 + 1}$$
 (III.42)

$$\frac{dT}{T} = -\frac{Z_1+1}{Z_p+1} \frac{\gamma \cdot 1}{\gamma + 2Z_1+1} \frac{d\gamma}{\gamma}$$
(III.43)

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{Z_1+1}{\gamma+2Z_1+1} \frac{d\gamma}{\gamma} \tag{III.44}$$

$$\frac{d Y}{Y} = \sqrt{M^2 - 1} d \phi + \frac{Z_t + 1}{Y + 2Z_t + 1} \frac{d Y}{Y}$$
(III.45)

Les variations des paramètres doivent intervenir uniquement pour compenser les modifications du milieu qu'entrainent l'effet Joule et les effets de gaz réel. Pour les conditions envisagées au paragraphe III.4, ces effets restent modérés, avec un rapport des chaleurs spécifiques sensiblement constant dans la zone d'interaction.

III.2.5 - Expression de la variation des paramètres thermodynamiques dans le cas d'un gaz parfait.

Dans le cas d'un gaz parfait, la valeur du champ de force à appliquer pour supprimer les ondes de choc est telle que:

$$\frac{JBR}{\rho \nabla^2} = \frac{M}{2} \tag{III.46}$$

Dans ce cas, les variations des paramètres thermodynamiques de l'écoulement sont finalement nulles:

$$\frac{dT}{T} = \frac{dP}{P} = \frac{d\rho}{\rho} = 0 \tag{III.47}$$

$$\frac{d \nabla}{\nabla} = \frac{d M}{M} = \sqrt{M^2 \cdot 1} d \Phi \qquad (III.48)$$

On retrouve ainsi la condition proposée par Sutton [8], à savoir que pour supprimer les ondes de choc, il faut maintenir un des paramètres de l'écoulement constant.

Dans cette présente étude, l'hypothèse d'isentropie entraine la constance des paramètres p. T et p pour un gaz parfait. Il est à remarquer que la condition de constance des paramètres n'est pas posée ici comme hypothèse, mais est le résultat de la condition de parallèlisme des caractéristiques. La simplicité de ces résultats est remarquable.

Une des incidences, et non des moindres de ce maintien de la constance des paramètres thermodynamique est <u>l'annulation</u> de la trainée d'onde

III. 3 - ETUDE DU BLOCAGE THERMIQUE.

Le blocage thermique se manifeste lorsque les intensités de courant sont très importantes et que le plasma est très fortement chaussé par esset Joule. Fontaine [2] a effectué des décharges avec des intensités atteignant 107 ampères/m² dans la zone d'interaction d'un tube à choc à argon de section de 5 10-3 m², ce qui lui a permis de saire apparaître le blocage de tuyère lors de la rafale.

A partir de l'étude théorique précédente, il est possible d'établir un critère simple de non-blocage thermique. Pour obtenir une accéleration notable de l'écoulement par le champ de force JxB, il faut que FL soit de l'ordre de l'unité. Par contre, pour éviter le blocage thermique, l'échauffement doit rester faible donc J.L doit être petit devant l'unité. Plaçons nous dans le cas d'un effet Hall modéré mais non négligeable:

$$J_y = J \cos \theta$$
 (III.49)

$$F L = \frac{J_y B L}{\rho V^2} \approx 1$$
 (III.50)

$$J L = \frac{J^2 L}{\sigma_0 \rho \nabla^3 A} \ll 1$$
 (III.51)

La loi d'Ohm s'écrit:

$$J = \frac{\sigma_0}{1+\beta^2} \begin{vmatrix} 1 & -\beta \\ \beta & 1 \end{vmatrix} \quad (E + \forall xB) \tag{III.52}$$

Pour une configuration des champs croisés tels qu'ils sont représentés figure 24, et en considérant un montage où E est perpendiculaire à B, on obtient:

$$|\mathbf{J}| = \frac{\sigma_0 \, \forall \, \mathbf{B}}{\sqrt{1+\beta^2}} \, (K-1) = \sigma_0 \, \forall \, \mathbf{B} \, (K-1) \cos \theta \tag{III.53}$$

où K désigne le facteur de charge. En remplaçant J dans la relation (111.52) par des expressions de J obtenues à partir de (111.50) et (111.53), on obtient un critère sur le facteur de charge caractérisant la non apparition du blocage thermique.

$$K \ll A + 1 = K_L$$
 (III.54)

Ce critère est indépendant de l'effet Hall. On peut d'autre part introduire dans la relation (III.51) deux fois l'expression de J obtenue à partir de (III.50) On obtient alors un critère mettant en valeur les paramètres favorables à la non apparition du blocage thermique:

$$\mathbf{N} = \frac{\sigma_0 B^2 L(Z_t + 1)}{\rho \nabla (\gamma - 1)(1 + \beta^2)} \gg 1$$
(III.55)

Il faut donc une conductivité électrique élevée, une dimension taractéristique importante, un γ faible. L'effet Hall et le champ magnétiques interviennent en sens inverse. La figure 28 montre l'évolution de B²/(1+β²) en fonction de B.

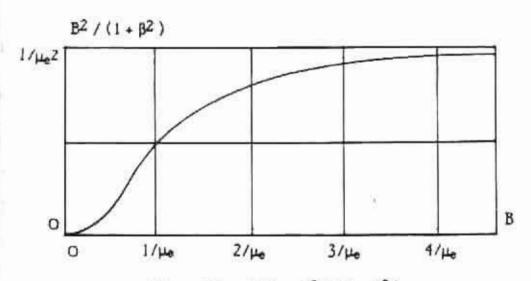


Figure 28: $f(B) = B^2/(1+\beta^2)$

On voit que ce terme tend asymptotiquement vers $(1/\mu_e)^2$ pour les fortes valeurs de B et s'annule pour B faible:

- B faible

$$\mathbf{N} = \frac{\sigma_0 B^2 L(Z_t + 1)}{\rho \Psi(\gamma - 1)}$$
(III.56)

- B fort .

$$\mathbf{H} = \frac{\sigma_0 L(Z_t + 1)}{\rho \nabla (Y \cdot 1)} \mathbf{M}_e \mathbf{V}_e$$
 (III.57)

Nous pouvons donc en déduire que dans une configuration de champs croisés telle qu'elle est décrite plus haut l'accroissement de B n'est pas déterminant pour éviter le blocage thermique.

On constate également que pour de grandes valeurs de B, le critère N varie comme N_eV_e. Dans le cas d'un plasma coulombien, c'est à dire complètement ionisé, N variera comme N_e², et dans le cas d'un plasma faiblement ionisé, donc non coulombien, N variera comme N_e. Sachant que N_e varie exponentiellement en fonction de la température dans la plage non coulombienne [7] (T < 6000 °K pour de l'argon sous l bar), on en déduit que le blocage thermique doit être très sensible aux variations de température dans cette plage.

Par contre, dans la plage coulombienne où Ne varie linéairement en fonction de la température, le blocage thermique sera moins sensible aux variations de température.

Les effets de gaz réels, qui se concrétisent par une diminution de γ ont une action favorable et le champ de force agit d'autant mieux qu'il est dirigé suivant la direction de la vitesse (J_x nul).

Deux cas particuliers sont donc intéressants à développer:

- 1 perpendiculaire à la direction de l'écoulement (θ = 0):

$$K \ll \frac{1+Z_1}{\gamma-1} = K_L$$
 of $N = \frac{\alpha_0 B^2 L(1+Z_1)}{\rho V(\gamma-1)} >> 1$ (III.58)

- J perpendiculaire aux caractéristiques (θ = α):

$$K \ll \frac{1+Z_1}{\gamma + 1} = K_L \text{ et } N = \frac{M^2 - 1}{M^2} \frac{\sigma_0 B^2 L (1+Z_1)}{\rho V (\gamma - 1)} >> 1$$
(III.59)

Le cas envisagé dans les développements théoriques correspond à la deuxième solution

On constate une bonne confirmation de ces résultats théoriques dans les travaux de Forestier [3], lequel a calculé différemment la valeur limite du facteur de charge K_L . Il a obtenu K_L = 4.5 pour γ = 1.275, tandis que le critère (III.54) donne K_L = 4.6.

II.4 - RESULTATS NUMERIQUES ET CONDITIONS EXPERIMENTALES.

Envisageons tout d'abord le problème de l'effet Hall. Nous avons vu que pour obtenir un champ de force parallèle aux caractéristiques montantes, il fallait $\theta = \alpha$.

On peut ensuite calculer le champ de force JxB à appliquer au fluide en fonction des caractéristiques de l'écoulement du plasma obtenu en tube à choc, pour une pression constante p=1 bar et un rayon de courbure de 0.2 m. Le plasma d'argon est en régime coulombien. J est calculé en accord avec la relation (III.46). A partir des conditions plasma définies dans le tableau 1 (\$1.4), on obtient:

Tableau 2 : Paramètres d'interaction MHD en tube à choc pour une pression de 1 bar

Mach		1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
В	Testa	0.28	0.51	0.73	0.96	1.2	1.3	1.6
j	A/m2x 10-6	4.8	3	2.4	2.1	2	2	2.1
JΒ	N/m3 x 10-6	1.3	1.5	1.7	2	2.4	2.6	3.4
β		1	0.89	0.8	0.73	0.66	0.62	0.58
KL		3	3.7	4.6	5.5	6.5	7.2	7.8
K		4.6	1.9	1.4	1.2	1.16	1.1	1.1
FL		0.40	0.50	0.53	0.57	0.60	0.63	0.66
1 L		0.80	0.17	0.055	0.031	0.018	0.013	0.01

On constate tout d'abord que les valeurs du champ magnétique, de l'ordre du tesla, ainsi que celles de la densité de courant, de l'ordre de 2106 A/m², sont relativement faibles et ne présentent pas de difficultées majeures de mise en œuvre Ces intensités ont déjà été réalisées par Fontaine [2] et Forestier [3]

Ensuite, on remarque que du fait des faibles valeurs de B aux nombres de Mach faibles, J doit être important, et de ce fait l'effet Joule est fort. Il y a même risque de blocage thermique pour un écoulement à Mach 14, comme le montrent les valeurs du facteur de charge K (K = J/oVB + 1) comparées à K_L.

Par contre pour les écoulements plus rapides, l'effet Joule devient très faible et le blocage thermique n'est pas à craindre. On constate ainsi que l'énergie introduite pas effet Joule est négligeable devant le travail des forces de volume.

Ces conditions permettent de définir une expérience de suppression d'ondes de choc réalisable en soufflerie à rafale. La figure 29 montre le schéma d'un tel montage, composé d'un coude simple. Les conditions tube à choc devront se situer de préférence autour d'un écoulement de Mach 1.6, afin de réaliser des conditions où l'effet Joule est peu important avec un champ magnétique relativement faible.

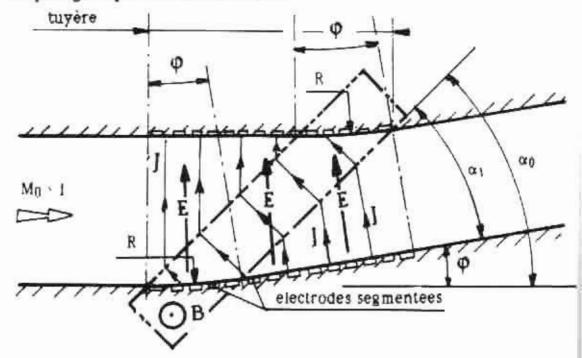


Figure 29 : Montage expérimental de suppression d'onde de choc pour soufflerie à rafale.

Dans une optique plus générale, le redressement des caractéristiques autour d'un obstacle pariétal de faible épaisseur relative en forme de bosse, conduit à distinguer trois zones autour du profil, comme le montre la figure 30 il s'agit des deux zones amont et avai qui sont convergentes, et dans lesquelles le champ de force doit accélérer le fluide, et de la zone centrale, divergente, dans laquelle l'écoulement doit être ralenti.

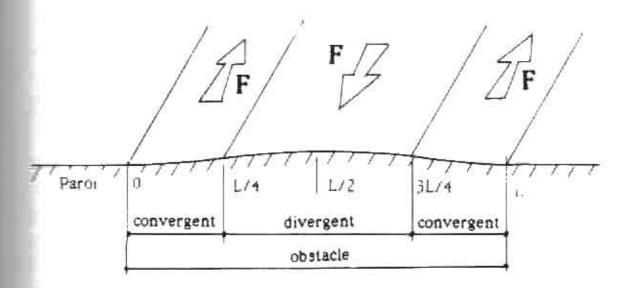


Figure 30 : Redressement des caractéristiques autour d'un profil de faible épaisseur relative.

CHAPITRE IV

MODELES BIDIMENSIONNELS STATIONNAIRES POUR UN GAZ PARFAIT

CHAPITRE IV

MODELES BIDIMENSIONNELS STATIONNAIRES

POUR UN GAZ PARFAIT

Dans ce chapitre, deux études indépendantes sont présentées. La première, relativement courte, concerne une étude bidimensionnelle stationnaire à pression constante qui complète en quelque sorte l'étude en régime quasi-unidimensionnel. Elle permet d'expliciper le rôle de chacune des deux composantes du champ de force mises en évidence dans ces premiers développement.

Dans la seconde partie sont présentés les développements d'un modèle de calcul bidimensionnel stationnaire des écoulements supersoniques en présence de forces de Laplace, basé sur la méthode générale des caractéristiques. L'approche quasi-unidimensionnelle a nécessité le développement d'un premier modèle bidimensionnel, qui a été mené en correspondance avec la réalité physique des phénomènes. C'est ainsi, par exemple que les directions caractéristiques ont été présentées comme les directions de propagation des perturbations de pression, ou ondes de Mach.

L'approche bidimensionnelle qui va maintenant être développée s'appuie uniquement sur la résolution mathématique de systèmes d'équations différentielles, sans faire le lien avec les phénomènes physiques. Cette résolution va être abordée dans le cas d'écoulements plans ou à symétrie de révolution, en interaction MHD non isentropique. Cela signifie que l'effet Joule est pris en compte dans ces développements théoriques. Ce phénomène restant malgré tout négligeable, il ne sera plus pris en compte dans l'étude numérique.

Cette étude conduit à l'établissement d'un critère 'anti-choc' basé sur la condition de parallélisme des caractéristiques. Ce critère permet d'évaluer la géométrie du champ de force à appliquer en fonction des dimensions caractéristiques de l'obstacle pariétal, et des paramètres de l'interaction.

Enfin une étude de simulation numérique est développées pour des écoulements isentropiques, permettant d'approcher les phénomènes à prendre en compte pour d'éventuelles expériences en tube à choc. Deux types d'écoulements sont ainsi simulés

- l'écoulement dit interne qui correspond à un écoulement arrivant dans la tuyere convergente d'un tube à choc;
- l'écoulement dit externe, qui correspond à l'écoulement autour d'une aile mince entièrement plongé dans le fluide

IV.1 - ETUDE EN REGIME BIDIMENSIONNEL STATIONNAIRE ISEN-TROPIQUE A PRESSION CONSTANTE.

Dans l'étude quasi-unidimensionnelle stationnaire, nous avons montré que le champ de force doit être dirigé suivant la direction des caractéristiques montantes et qu'il admettait deux composantes F_{χ} et F_{ψ} . Dans cette première étude bidimensionnelle, le rôle de chacune de ces composantes est explicité.

IV.1.1 - Système d'équations générales pour un régime bidimensionnel stationnaire dans un repère lié à l'écoulement.

Dans un écoulement maintenu à pression constante par un champ de force [1B], les ondes de choc qui correspondent à la focalisation des ondes de pression dans un écoulement supersonique, ne peuvent pas apparaître. Associée à cette condition, l'hypothèse d'isentropie, justifiée du fait d'un effet Joule négligeable, entraîne également la constance de la température et de la masse volumique. Les conclusions de l'étude quasi-unidimensionnelle sont ainsi reconstituées. Les équations de conservation s'écrivent donc:

$$\rho \nabla \frac{\partial x}{\partial x} + \rho \nabla^2 \frac{\partial \phi}{\partial y} + \nabla^2 \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0$$
 (IV.1)

$$\rho \, \forall \, \frac{\partial \, \forall}{\partial \, x} \, + \, \frac{\partial \, p}{\partial \, x} \, = \, J_{p} \, B \, = \, F_{z} \tag{IY.2}$$

$$\rho \nabla^2 \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} = -J_x B = F_y \tag{IV 3}$$

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{J}}{\rho \, \nabla \, \mathbf{T}} = 0 \tag{IV.4}$$

L'équation de l'entropie remplace celle de l'énergie

IV 1.2 - Cas d'un écoulement à pression constante.

En remarquant que

$$V^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} = M^2 \frac{\partial p}{\partial x} \tag{IV 5}$$

et en introduisant (IV.1) dans (IV.2), on obtient;

$$J_{y}B = -\rho \nabla^{2} \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \langle M^{2} - 1 \rangle \frac{\partial P}{\partial x}$$
 (IV 6)

$$J_{A}B = -\rho \nabla^{2} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial y} \tag{IV.7}$$

Dans le cas d'un écoulement à pression constante, le résultat final est :

$$J_z B = -\frac{\gamma p}{\sin^2 \alpha} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \tag{IV.8}$$

$$J_{y}B = -\frac{\gamma p}{sm^{2}\alpha} \frac{\partial \Phi}{\partial y}$$
 (IV 9)

Il apparait ainsi que le champ de force est directement lié à la forme des tubes de courant, lesquels sont déterminés à partir de leur courbure, λΦ/λα, et de leur variation de section, correspondant à λΦ/λγ

IV.1.3 - Etudes de deux écoulements particuliers.

Deux études analytiques simples permettent alors d'étudier l'écoulement et le champ de force correspondant pour chacune de ces deux conditions aux limites.

C1 - Dans un convergent-divergent simple.

La première considére un écoulement tel que les lignes de courant forment un faisceau de droites concourantes. Cet écoulement est décrit sur la figure 31 . Le point fosal est un point singulier auquel ne correspond pas de solution physique.

Dans le repère Ro lié au laboratoire, l'équation des lignes de courant est

$$y_0 = m x_0 - m x_y + y_y$$
 (IV.10)

où le paramètre "m" correspond à la pente des droites et décrit l'ensemble des réels, x_F et y_F sont les coordonnées du point focal F. L'angle ϕ formé par la direction de l'écoulement et l'axe x_0 du repére se déduit de:

$$\Phi = \operatorname{Arcw}\left(\frac{\mathrm{d}y_0}{\mathrm{d}x_0}\right) \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial \Phi}{\partial \cdot} = \frac{\partial}{\partial \cdot} \left(\frac{\mathrm{d}y_0}{\mathrm{d}x_0}\right) \frac{1}{1 + \left(\frac{\mathrm{d}y_0}{\mathrm{d}x_0}\right)^2} \tag{IV.11}$$

ce qui conduit à:

$$\frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial \cdot \cdot \cdot} = \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \cdot \cdot \cdot} \frac{1}{1 + \mathbf{m}^2} \tag{IV.12}$$

d'ou

$$\frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial \mathbf{x}_0} = \frac{\sin(\mathbf{\Phi})}{1}$$
 et $\frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial \mathbf{y}_0} = \frac{\cos(\mathbf{\Phi})}{1}$ (IV.13)

T' représente la distance entre le point consideré et le point focal. T'est positif dans le divergent et négatif dans le convergent.

Les relations de passage du repère R₀ au repère R lié aux lignes de courants sont les suivantes:

$$\frac{\partial x_0}{\partial x} = \cos(\phi) \qquad \frac{\partial x_0}{\partial y} = -\sin(\phi) \qquad (IV.14)$$

$$\frac{\partial y_0}{\partial y} = \sin(\phi) \qquad \frac{\partial y_0}{\partial y} = \cos(\phi)$$

Après changement d'axes, les variations de l'angle Φ deviennent

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{1}{1} \qquad (19.15)$$

Le champ de force se réduit alors à:

$$F_{x} = -\frac{\rho \, \nabla^{2}}{1}$$
 et $F_{y} = 0$ (IV 16)

On trouve que champ de force est dirigé suivant les lignes de courant.

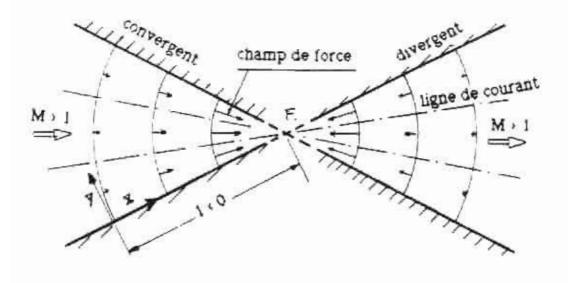


Figure 31 : Allure des lignes de courant et du champ de force dans un écoulement convergent-divergent à pression constante.

C2- Dans un coude circulaire.

Dans la deuxième étude, l'écoulement n'est plus soumis à des variations de section, mais uniquement à des changements de direction, comme décrit sur la figure 32. Pour cela, les lignes de courant sont assimilées à des cercles concentriques de rayon "r", et d'équations dans le repère R₀:

$$\mathbf{r}_0 = -r \sin(\mathbf{\Phi}) \tag{IV 17}$$

De façon similaire au paragraphe précédant, nous obtenons la valeur du champ de force à appliquer

$$F_z = 0$$
 et $F_{\psi} = -\frac{\rho \, \nabla^2}{I}$ (IV 18)

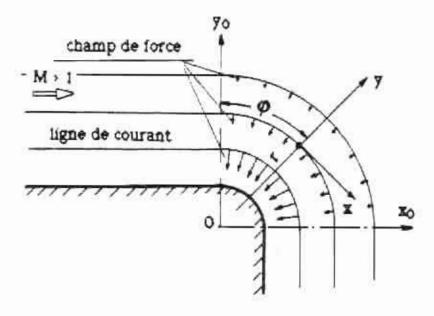


Figure 32. Allure des lignes de courant et du champ de force dans un écoulement circulaire à pression constante.

Le champ de force est alors dirigé perpendiculairement au vecteur vitesse.

Cette étude bidimensionnelle permet d'expliciter, en accord avec l'étude quasi-unidimensionnelle, le rôle des deux composantes du champ de force. Considérons un élément de volume 'dv' d'un fluide compressible. Il est soumis à trois types de forces si on tient pas compte des forces de gravitation les forces d'inertie, les forces de pression, et les forces électromagnétiques. Pour éviter les variations de pression, et donc la formation des ondes de choc, le champ de force JxB doit équilibrer exactement les forces d'inertie comme le montrent (IV.16) et (IV.17). Pour se faire, la composante Fx du champ de force doit compenser les effets des accélérations rectilignes dues aux variations de section des tubes de courant et la composante Fy doit compenser les accélérations centripètes dues aux changements de direction de l'écoulement.

IV.2 - ETUDE D'UN ECOULEMENT SUPERSONIQUE BIDIMENSIONNEL PLAN OU A SYMETRIE DE REVOLUTION NON ISENTROPIQUE EN REGIME STATIONNAIRE: METHODE DES CARACTERISTIQUES.

Cette nouvelle approche nécessite de reprendre entièrement les développements théoriques à partir des équations de conservation. La prise en compte de l'effet Joule conduit alors à une formulation particulière des equations de Crocco et de St Venant qui sont ainsi établies

Cependant, la correspondance entre cette approche et des expériences menées en tube à choc n'est pas parfaite, et entraîne un certain nombre d'hypothèses simplificatrices qui vont tout d'abord être abordées

IV.2.1 - Hypothèses simplificatrices: effet Hall et champ électrique induit.

- L'effet Hall;

La complexité des calculs nous ont amené en premier lieu à restreindre le champ d'application du modèle à des interactions MHD à effet Hall faible. Les paramètres de l'interaction pour une expérience en tube à choc décrits aux Chapitres I et III indiquent que pour des expériences de ce type, un champ magnétique de l'ordre du tesla conduit à un effet Hall de l'ordre de l'unité $(\beta \approx 1)$, ce qui, tout en n'étant pas un effet Hall important, n'est cependant pas négligeable.

Ce modèle de calcul ne s'applique donc pas strictement aux conditions d'expériences définies au Chapitre I.

Cependant, on a également montré qu'une adjonction d'un faible pourcentage de xénon dans le gaz d'essai pouvait conduire à une augmentation de la fréquence de collision électronique et ainsi entrainait une diminution de la valeur du paramètre de Hall. (§ 1.5.4 : pour un mélange à 20% de xénon, β diminue d'un facteur 2.5)

Dans les expériences faites par Fontaine [2] et Forestier [3], les densités de courant importantes (J = 107 A/m²) entraînaient une mise en situation d'hors équilibre thermodynamique du plasma, conduisant également à une augmentation de la fréquence de collision d'où une diminution du paramètre

de Hall (β = 0.4)

Avec un mélange au xénon, la densité volumique du gaz étant plus importante que pour de l'argon pur, les forces appliquées devront être plus importantes, et en augmentant la valeur de J, on peut envisager également une mise en situation d'hors équilibre du plasma entrainant encore une diminution de B

Il doit être ainsi possible de trouver des conditions plasma et champ croisé en tube à choc conduisant à un effet Hall négligeable

Dans le cas de l'analogie hydraulique résultant de l'écoulement d'eau salée, l'effet Hall est négligeable. La conductivité électrique de l'eau est créée par le déplacement des ions dans le champ électrique, et du fait de leur masse importante, le champ magnétique les dévie peu de leur trajectoire rectiligne

- Le champ électrique induit

Un autre phénomène d'une certaine importance n'est également pas pris en compte. Il s'agit du champ contre électromoteur ViB qui intervient à travers la loi d'Ohm. La prise en compte de ce phénomène réclamerait de très longs temps de calcul sur ordinateurs du fait des nombreuses itérations que nécessiterait le calcul du champ électrique modifié en chaque point de l'écoulement par ce champ contre-électromoteur.

Dans le cas d'expériences en analogie hydraulique, la faible conductivité électrique de l'eau salée, entrainant l'application de champs électriques relativement importants, associée à des vitesses d'écoulement lentes (V = 10-1 m/s), font que le champ contre-électromoteur est effectivement négligeable. Dans ce cas, on obtient un VxB négligeable quelque soit la direction de l'écoulement.

Pour des écoulements d'argon en tube à choc, si la tension aux bornes des électrodes est constante tout le long de la zone d'interaction, la longueur sur laquelle le plasma subit une accélération est limitée. L'augmentation de la vitesse entraîne une augmentation du ViB qui vient équilibrer la tension appliquée aux électrodes (K=1). Forestier [3] (pl.3.27) qui a étudié plus particulièrement l'accélération des écoulements d'argon obtenus en tube à choc par un champ de force JiB a montré que cette accélération était limitée à une longueur de 0.04 in dans sa tuyère, pour des conditions de plasma

équivalentes à celles de Fontaine [2] et décrites au $$1.5.2 (M_{00}=10.5, p_1=5)$ torr .B=1.3 testa .E=9880 V/m , longueur de la tuyére L=0 .Im)

Pour compenser l'effet du champ électrique induit, on peut alorsalimenter les paires d'électrodes opposées à l'aide d'un montage de puissance fonctionnant en générateur de courant et non en générateur de tension Dans ces conditions, la tension entre chaque paire d'électrodes est adaptée automatiquement de manière à délivrer un courant constant dans toute la longueur de la tuyère, pratiquement indépendamment de la vitesse Ce montage peut être réalisé en équipant le circuit de puissance d'une Torte résistance (environ 1 Ohm).

Dans le cas des simulations numériques décrites sur les figures 44 et 45, le champ ViB et le champ E sont quasiment colinéaires, rendant la situation proche des conditions quasi-unidimensionnelles. Entre les électrodes, le circuit électrique en régime stationnaire est le suivant:

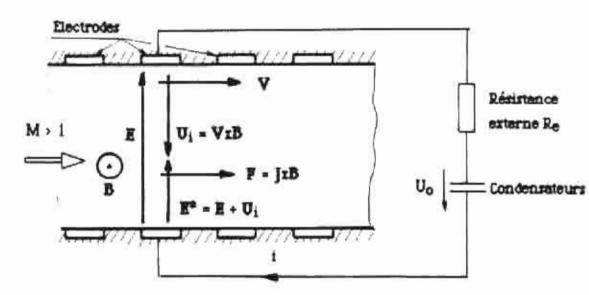


Figure 33 : Circuit d'alimentation des électrodes en montage générateur de courant.

La loi d'Ohm décrivant ce circuit est:

$$U_0 - VBh = (R_e + R_p) I \qquad (IV.19)$$

et on obtient en dissérentiant:

$$\frac{dI}{dV} = -\frac{Bh}{(R_0 + R_p)} \tag{IV.20}$$

Les condition du tube à choc peuvent être les suivantes

- B = I tesla
- Section de la tuyère h x l = 0 l x 0 05 m2
- longueur d'interaction L = 0 l m
- σ = 2900 mhos/m

Elles donnent une résistance du plasma de Rp= h/o s = 7 10-2 Ohm.

Pour que la vitesse intervienne faiblement sur l'intensité (Al/AV + -0 1).

Il faut, en accord avec la relation (IV 20), équiper le circuit de puissance d'une résistance Re de l'ordre de 1 Ohm.

Dans le cas où le champ induit VrB ne serait pas compensé par un montage en générateur de courant, il se comporterait comme un régulateur sur la vitesse de l'écoulement. Dans les régions convergentes, où l'écoulement est raienti par la paroi, E* augmenterait, entraînant une augmentation de l'action de IrB

Par contre, dans les régions divergentes où la vitesse augmente, on obtiendrait une augmentation du VxB On pourrait même envisager le cas où l'accélération due au divergent serait telle que VxB devienne supérieur à E. L'interaction passerait alors en mode convertisseur, et l'écoulement serait ralenti par le champ de force. On voit ainsi que le champ de force peut jouer un rôle favorable dans la suppression des ondes de choc, en agissant comme régulateur du champ de force, limitant de ce fait les variations de pression.

Dans les cas où le champ électrique induit n'est pas colinéaire au champ électrique appliqué, comme dans les solutions de type externes (Fig.46), la non prise en compte de VxB est difficilement justifiable pour les conditions d'interaction du tube à choc. De même que pour l'effet Hall, l'action du champ induit doit entraîner une déformation du potentiel électrique, rendant la géométrie du champ de force asymétrique.

Ces hypothèses ne conviennent donc pas exactement pour décrire une interaction du type externe avec les conditions d'écoulement obtenus en tube à choc et décrites au chapitre I, mais elles sont satisfaisantes pour tous les cas où VxB est soit négligeable, soit compensé par les variations du champ électrique appliqué, et que l'effet Hall est faible.

Néanmoins, cet avertissement étant fait, le courant contre-électromoteur a

été négligé dans les calculs d'écoulements autour de l'aile et les résultats obtenus avec cette hypothèse doivent être considéré comme une approche qualitative de ce type d'écoulements.

IV.2.2 - Etablissement des équations générales pour un gaz parfait en régime stationnaire.

IV.2.2.1 Les équations de conservation en régime stationnaire.

Au chapitre II, les équations de la mécanique des fluides ont été développées puis simplifiées. Rappellons rapidement ces résultats en régime stationnaire:

- conservation de la masse:

$$\nabla \cdot \rho \nabla = 0 \tag{IY.21}$$

- conservation de la quantité de mouvement:

$$\nabla \cdot \nabla \otimes \nabla + \frac{\nabla p}{\rho} = \frac{J \times B}{\rho}$$
 (IV.22)

- conservation de l'énergie : cette équation prend deux formes équivalentes : L'expression générale qui vaut d'après Sutton [7] p.121:

$$\rho \nabla \cdot \nabla e + p \nabla \cdot \nabla = \mathbf{E}^{+} \cdot \mathbf{J}$$
 (IY.23)

L'équation de Bernouilli obtenue en remplaçant ∇ .V à travers l'équation de conservation de la masse puis en introduisant la quantité de mouvement . Elle s'écrit, en régime stationnaire (h = e + p/p):

$$\rho \, \nabla \cdot \nabla \, (h + \frac{v^2}{2}) = J \cdot E \qquad (IV.24)$$

VI.2.2.2 - Formulation non isentropique de dp/dx.

ICHICO . L'EXPIESSION BEHELOIE QUI TOUC & après successi (1) p. 10 1.

$$\rho \nabla \cdot \nabla e + p \nabla \cdot \nabla = \mathbf{E}^{+} \cdot \mathbf{J}$$
 (IY.23)

L'équation de Bernouilli obtenue en remplaçant V.V à travers l'équation de conservation de la masse puis en introduisant la quantité de mouvement.

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_{s = cst} \frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial s}\right)_{p = cst} \frac{ds}{dx}$$
 (IV.25)

L'effet Joule fait apparaître une variation d'entropie qui vaut d'après Sutton [8]: -

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{JE^*}{\rho YT} \tag{IY.26}$$

Il faut alors expliciter le terme $(\partial \rho/\partial s)_p$. Pour cela, prenons le cas général d'un gaz réel. L'équation d'état s'écrit d'après Norman [10]:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{p} (1 + Z_p) - \frac{dT}{T} (1 + Z_t)$$
 (IV.27)

Les coefficients Z_p et Z_t sont respectivement les facteurs de compressibilité à pression et à température constante. Exprimons la loi d'état (IV.27) en fonction de la pression 'p' et de l'entropie 's' :

$$\rho = \rho(p,s) \implies d\rho = \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_s dp + \left(\frac{\partial \rho}{\partial s}\right)_p ds \tag{IV.28}$$

$$T = T(p,s) \Rightarrow dT = (\frac{\partial T}{\partial p})_s dp + (\frac{\partial T}{\partial s})_p ds$$
 (IV.29)

donc:

$$\frac{d\rho}{\rho} = dp \left(\frac{1+Zp}{p} - \frac{1+Zt}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_s \right) - \frac{1+Zt}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial s} \right)_p ds \qquad (IV.30)$$

C'est à dire que :

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_{s} = \rho \left(\frac{1+Z_{p}}{p} - \frac{1+Z_{t}}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{s}\right) = \frac{1}{a^{2}}$$
 (IV.31)

et surtout:

$$T = T(p,s) \Rightarrow dT = (\frac{\partial T}{\partial p})_s dp + (\frac{\partial T}{\partial s})_p ds$$
 (IV.29)

donc:

rechercher une formulation explicite. Une des expressions les plus générale de l'entropie est :

$$T ds = dh - \frac{dp}{\rho}$$
 (IV.33)

et pour un gaz réel, dh vaut d'après [9] :

$$dh = C_p dT - Z_t \frac{dp}{\rho}$$
 (IV.34)

La combinaison de ces deux expressions conduit à :

$$dT = \frac{T}{C_p} ds + \frac{1+Z_t}{\rho C_p} dp$$
 (IV.35)

d'où l'expression recherchée :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_{p} = \frac{T}{C_{p}}$$
 et en même temps $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{s} = \frac{1+Z_{t}}{\rho C_{p}}$ (IV.36)

Introduisons dans la relation (IV.25) les relations (IV.26), (IV.31), (IV.32) et (IV.36) pour obtenir finalement les variations de la masse volumique :

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{J^2 (1+Z_t)}{\sigma \nabla C_p T}$$
(IY.37)

Les coefficients Z_p et Z_t qui apparaissent dans les relations précédentes sont nuls pour un gaz parfait, donc :

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{J^2}{\sigma \nabla C_p T}$$
 (IY.38)

Quand l'effet Joule est négligeable, l'écoulement peut être considéré comme isentropique, et les équations décrivant ce type d'écoulements sont obtenues en posant simplement :

introduisons dans la relation (IV.25) les relations (IV.26), (IV.31), (IV.32) et (IV.36) pour obtenir finalement les variations de la masse volumique :

Ces considérations thermodynamiques étant faites, revenons aux équations de conservation: à l'origine d'un repère lagrangien (u=V, v=0), l'équation de continuité s'écrit donc en régime bidimensionnel:

$$- \rho a^{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + V \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{J^{2} a^{2}}{\sigma C_{p} T}$$
(IV.40)

IV.2.2.3 - Equation de Crocco pour un écoulement en interaction MHD.

L'équation de Crocco s'obtient en explicitant le gradient de l'enthalpie . V h est obtenu à partir de l'équation de Bernouilli qui s'écrit en régime stationnaire, avec effet Joule et champ de force:

$$\rho \ \nabla \cdot \nabla \left(h + \frac{v^2}{2} \right) = J \cdot E^* + \nabla \cdot J x B \tag{IV.41}$$

On voit qu'il est nécessaire de faire apparaître le produit scalaire par V dans le terme Joule. Pour cela, remarquons que l'énergie Joule introduite dans l'écoulement est exprimée par :

$$W_{J} = JE^* dt = JE^* \frac{dx}{V}$$
 (IV.42)

Considérons un déplacement 'ds' (dx, dy) quelconque dans l'écoulement, indépendant du fluide. L'énergie Joule transmise au le fluide reste proportionnelle au déplacement parallèle au vecteur vitesse, ce qui s'écrit :

$$W_{J} = JE^{*} \frac{\Psi \cdot ds}{V^{2}}$$
 (IV.43)

Le coefficient significatif faisant intervenir la vitesse dans le terme d'énergie Joule est donc V.ds. L'équation de Bernouilli peut alors s'écrire (expression scalaire):

$$W_{J} = JE * dt = JE * \frac{dx}{\nabla}$$
 (IV.42)

ce qui donne le gradient de l'enthalpie 'h' (expression vectorielle) .

$$\nabla (h) = -\nabla (\frac{\nabla^2}{2}) + J \cdot E * \frac{ds}{\rho \nabla \cdot ds} + \frac{J \times B}{\rho}$$
 (IY.45)

L'entropie 's' est introduite à partir de l'équation (IV.33) qui permet d'écrire :

$$T \nabla s = \nabla h - \frac{\nabla p}{\rho}$$
 (IY.46)

Transformant dans (IV.45) ∇ h avec (IV.45) ainsi que ∇ p avec (IV.22) et en remarquant que :

$$\nabla \left(\frac{\mathbf{v}^2}{2}\right) - \nabla \cdot \left(\nabla \otimes \nabla\right) = \nabla \mathbf{x} \text{ rot } \nabla \tag{IV.47}$$

l'équation de Crocco incluant l'effet Joule est finalement:

$$\rho T \nabla s + \nabla x \operatorname{rot} \nabla = \frac{J_{\perp} E^{+}}{\rho \nabla_{\perp} ds} ds$$
 (IV.48)

Nous constatons que l'effet Joule agit sur l'entropie et sur le rotationnel, c'est à dire sur la courbure des lignes de courant.

Le long d'une ligne de courant, où le déplacement ds (dx,dy) dans un repère lié au laboratoire est tel que dy/dx = v/u, cette relation devient :

$$T \nabla s + \nabla x \operatorname{rot} \nabla = \frac{J \cdot E^*}{\sigma \cdot (n^2 + \sigma^2)} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$
 (IY.49)

et à l'origine d'un repère lagrangien (u = V, v = 0), on obtient :

$$T \nabla s + \nabla x \operatorname{rot} \nabla = \frac{J \cdot E^*}{0 \cdot T^2} \begin{pmatrix} \nabla \\ 0 \end{pmatrix}$$
 (IY.50)

On remarque que le champ de force n'apparait pas dans l'équation de Crocco. Seul l'effet Joule intervient, et cette expression est valable pour un écoulement non isentropique avec ou sans champ de force.

Nous constatons que l'effet Joule agit sur l'entropie et sur le rotationnel.

IV.2.2.4 - Equation de St Venant pour un écoulement en interaction MHD.

Cette équation permet de déterminer la vitesse du son 'a' en un point quelconque de l'écoulement en interaction avec le champ croisé. Le point de départ est la relation (IV.45) qui s'écrit, en considérant un déplacement ds le long d'une ligne de courant et en se localisant à l'origine d'un repère lagrangien :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h + \frac{y^2}{2} \right) = \frac{J \cdot E^*}{\rho y} + \frac{F_x}{\rho} \tag{IY.51}$$

Pour un gaz parfait, on a alors:

$$h = Cp T = \frac{1}{\gamma - 1} a^2 \qquad (IV.52)$$

ce qui donne, le long d'une ligne de courant :

$$\frac{2 a da}{\gamma - 1} + V dV = \left(\frac{J^2}{\sigma \rho V} + \frac{J_y B}{\rho}\right) dx$$
 (IV.53)

L'intégration de cette expression le long d'une ligne de courant, avec a_0 et V_0 respectivement les vitesses du son et de l'écoulement en amont de la zone d'interaction, s'écrit :

$$\frac{1}{\gamma - 1} a^2 + \frac{v^2}{2} = \frac{1}{\gamma - 1} a_0^2 + \frac{v_0^2}{2} + \int_{M_C} \frac{J^2}{\sigma \rho v} dx + \int_{M_C} \frac{F_x}{\rho} dx$$
 (IV.54)

Cette équation permet, connaissant la vitesse locale et la distribution du champ de force et de l'effet Joule, de calculer la vitesse du son. Les caractéristiques du champ de force sont déterminées par la position des électrodes et la géométrie du champ magnétique, la vitesse est déterminée par la résolution du systèmes hyperbolique formé par les équations (IV.21) et (IV.22).

$$\frac{1}{\gamma - 1} + \gamma \, d\gamma = \left(\frac{1}{\sigma \rho \, V} + \frac{\gamma}{\rho} \right) \, dx \qquad (IV.53)$$

IV.2.3 - Méthode des caractéristiques appliquée à un écoulement supersonique bidimensionnel plan ou à symétrie de révolution, en interaction avec un champ croisé JxB.

La méthode consiste à écrire une combinaison linéaire des équations de conservation, et à rechercher ensuite les directions le long desquelles les différentielles des variables sont totales. Ce sont les directions caractéristiques, qui réintroduites dans la relation formée par la combinaison linéaire donne les conditions sur les variables relatives à chacune de ces directions. La conservation de l'énergie conduisant à la détermination de la vitesse du son, il reste un système de trois équations ((IV.21) et (IV.22)) à trois inconnues qui sont la pression "p" la vitesse V ainsi que sa direction Φ .

La prise en compte de la symétrie de révolution est obtenue en considérant une formulation tridimensionnelle stationnaire de ces équations (IV.21) et (IV.22) dans un repère cylindrique R_0 (x_0 , y_0 , z_0) lié au laboratoire, le vecteur vitesse V ayant trois coordonnées (u_0 , v_0 , w_0), et en imposant ensuite les conditions :

$$\frac{\partial}{\partial z_0} = 0 \quad \text{et} \quad \mathbf{v}_0 = 0 \tag{IY.55}$$

Plaçons nous ensuite à l'origine d'un repère R (x,y,z) lié à l'écoulement (v = 0 et u = V). La combinaison de (IV.34) et (IV.55) conduit à:

$$\rho a^{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v_{0}}{v_{0}} \right) + u \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{J^{2} a^{2}}{\sigma C_{D} T} = 0$$
 (IY.56)

où v_0 est la projection de la vitesse suivant l'ordonnée y_0 du repère R_0 . On obtient ensuite avec l'équation (IV.22), toujours dans le repère R:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{0} \frac{\partial p}{\partial x} = J_y B_z - J_z B_y = F_x \qquad (14.57)$$

$$n \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{d^2 z_0} \frac{\partial p}{\partial x} = J B - J B = F_{max}$$

Plaçons nous ensuite à l'origine d'un repère R (x,y,z) lié à l'écoulement (v = 0 et u = V). La combinaison de (IV.34) et (IV.55) conduit à:

On remarque que les équations de conservation de la quantité de mouvement sont inchangées par rapport aux expressions bidimensionnelles. La seule modification se trouve dans l'équation de continuité (IV.56) qui contient le terme supplémentaire v_0/y_0 . Pour traiter les deux cas simultanément, nous introduisons un coefficient δ devant ce terme (δ v_0/y_0) qui vaut 0 dans le cas d'un écoulement plan et 1 dans le cas d'un écoulement à symétrie de révolution.

L'équation de l'énergie est traduite par l'équation de St Venant qui peut s'écrire en remarquant que a = V/M:

$$\frac{dM}{M} - \frac{dV}{V} (M^2 (\frac{\gamma - 1}{2}) + 1) = - (J_y B + \frac{J^2}{\sigma V}) \frac{M^2 (\gamma - 1)}{2 \sigma V^2} dx$$
 (IV.60)

La combinaison linéaire des relations (IV.56), (IV.57), et (IV.58), et la décomposition de $(\partial_x/\partial x = d_x/\partial x - \partial_x/\partial x)$ faisant apparaître les différentielles totales conduit à:

$$\frac{d\mathbf{u}}{d\mathbf{x}}(\lambda_{1}\rho\mathbf{v}^{2}+\lambda_{2}\mathbf{v})+\frac{d\mathbf{v}}{d\mathbf{x}}(\lambda_{3}\mathbf{v})+\frac{d\mathbf{p}}{d\mathbf{x}}(\lambda_{1}\mathbf{v}+\frac{\lambda_{2}}{\rho})+\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{y}}(-\lambda_{1}\rho\mathbf{a}^{2}\frac{d\mathbf{y}}{d\mathbf{x}}-\lambda_{2}\mathbf{v}\frac{d\mathbf{y}}{d\mathbf{x}})+\\ \frac{d\mathbf{v}}{d\mathbf{y}}(-\lambda_{3}\mathbf{v}\frac{d\mathbf{y}}{d\mathbf{x}}+\lambda_{1}\rho\mathbf{a}^{2})+\frac{\partial\mathbf{p}}{\partial\mathbf{y}}(-\lambda_{1}\mathbf{v}\frac{d\mathbf{y}}{d\mathbf{x}}-\frac{\lambda_{2}}{\rho}\frac{d\mathbf{y}}{d\mathbf{x}}+\frac{\lambda_{3}}{\rho})+(\lambda_{1}(\frac{\delta\rho\mathbf{a}^{2}\mathbf{v}_{0}}{\mathbf{y}_{0}}-\frac{J^{2}\mathbf{a}^{2}}{\sigma\mathbf{C}_{0}T})-\lambda_{2}\frac{F_{\mathbf{x}}}{\rho}-\lambda_{3}\frac{F_{\mathbf{y}}}{\rho})=0$$
 (IV.61)

Les coefficients λ_1 , λ_2 , λ_3 doivent être tels que les facteurs des dérivées partielles $\partial_-/\partial x$ soient nuls. On obtient un système de Cramer qui, pour accepter une solution $(\lambda_1, \ \lambda_2, \ \lambda_3)$ différente de $(0, \ 0, \ 0)$ doit avoir un déterminant principal nul. Cette condition conduit à trois directions particulières dites directions caractéristiques qui sont, avec $a^2=V^2\sin^2\alpha$,

$$\frac{dy}{dx} = 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{dy}{dx} = \pm \sqrt{\frac{a^2}{v^2 - a^2}} = \pm tg \alpha \qquad (IV.62)$$

La première direction entraı̂ne λ_1 et λ_2 nuls, et λ_3 indéterminé, donc :

$$\nabla du + \frac{dp}{\rho} = \frac{J_y B}{\rho} dx \qquad (IV.63)$$

Les coefficients λ_1 , λ_2 , λ_3 doivent être tels que les facteurs des dérivées partielles $\partial t/\partial x$ soient nuls. On obtient un système de Cramer qui, pour accepter une solution $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ différente de (0, 0, 0) doit avoir un

$$\frac{dY}{V}\frac{dx}{dy} + \frac{dp}{\rho V^{2}}\frac{1}{v^{2}\alpha} = (-\delta \frac{v_{0}}{V y_{0}} + \frac{J^{2}}{\sigma \rho V C_{x}T} - \frac{F_{x}}{\rho V^{2}} + \frac{dx}{dy}\frac{F_{y}}{\rho V^{2}}) dx \qquad (IY.64)$$

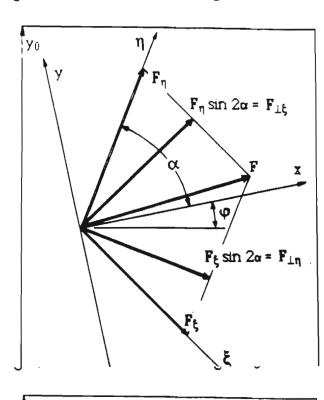
En conclusion, les conditions de compatibilité sur les directions caractéristiques sont les suivantes:

$$\frac{dy}{dx} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad V du + \frac{dp}{\rho} = \frac{J_y B}{\rho} dx \qquad (IV.65)$$

$$\frac{dy}{dx} = + tg \alpha \implies \frac{dp}{dx} = \cos \alpha + \frac{dv}{v} = \left(-\delta \frac{v_0}{v_y} \sin \alpha + \frac{J^2 \sin \alpha}{\sigma \rho v C_n T} - \frac{F_x \sin \alpha}{\rho v^2} - \frac{F_y \cos \alpha}{\rho v^2}\right) \frac{dx}{\cos \alpha} \quad (IV.6)$$

$$\frac{dy}{dx} = + tg \alpha \implies \frac{dp}{dx} = \sin \alpha \cos \alpha - \frac{dv}{v} = \left(-\delta \frac{v_0}{v_y} \sin \alpha + \frac{J^2 \sin \alpha}{\sigma \rho v C_n T} - \frac{F_x \sin \alpha}{\rho v^2} + \frac{F_y \cos \alpha}{\rho v^2}\right) \frac{dx}{\cos \alpha} \qquad (IV.67)$$

Reprenant les notations de Carrière [4], nous noterons η la direction caractéristique correspondant à (+tg α) et ξ la direction caractéristique correspondant à (-tg α) comme décrit sur la Figure 34.



On peut toujours introduire le nombre de Busemann P défini par:

$$d \mathbf{P} = dp \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\gamma p}$$
 (IV.72)

Mais ce paramètre ne dépend plus uniquement de l'angle de Mach a, car l'équation de St Venant (IV.60) combinées à la relation (IV.64) conduit à :

$$d \alpha = d P \frac{\gamma - \cos \alpha}{2 \cos^2 \alpha} - (J_y B + \frac{J^2 (\gamma - 1)}{\sigma V \sin^2 \alpha}) \frac{vg \alpha}{\rho V^2} dx \qquad (IV.73)$$

En l'absence d'interaction MHD, on retrouve ainsi l'expression permettant d'intégrer P en fonction de α , suivant la méthode de Busemann [4] qui donne alors:

$$\mathbf{P} = -\alpha - \sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \quad \text{Arctg} \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}}} \right)$$
(IV.74)

Dans la zone d'interaction, et après celle-ci, le nombre de Mach n'est plus lié au nombre de Busemann P, et doit être calculé par intégration de l'équation de St Venant le long de la ligne de courant.

Dans tous les cas, P et ϕ restent liés aux coordonnées épicycloïdales par l'intégration des relations (IV.70) et (IV.71). En un point quelconque de l'écoulement, on écrira donc :

$$\Phi = \mu - \lambda \tag{IY.75}$$

$$\mathbf{P} = \mu + \lambda \tag{IV.76}$$

En considérant les équations (IV.70) et (IV.71), on constate que pour que l'effet Joule soit négligeable, la densité de courant doit être telle que :

Dans tous les cas, P et ϕ restent liés aux coordonnées épicycloïdales par l'intégration des relations (IV.70) et (IV.71). En un point quelconque de l'écoulement, on écrira donc :

$$\mathbf{\phi} = \mu - \lambda \tag{IY.75}$$

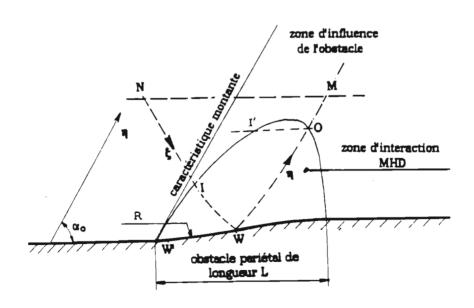
isentropique (]/]c ≈ 10⁻¹).

IV.2.4 - Critère de maintient du parallélisme des caractéristiques.

Un obstacle pariétal placé dans un écoulement supersonique va induire le redressement et le recoupement des caractéristiques issues de la paroi, générant ainsi une onde de choc. Un champ de force appliqué alors dans cette région doit permettre d'agir localement sur le fluide et de reconstituer le parallélisme des caractéristiques loin de la paroi.

C'est cette condition, proposée par Petit qui sert de base aux développements du critère anti-choc. Elle revient à considérer ϕ + α constant dans tout l'écoulement non perturbé.

Considérons dans l'écoulement le cheminement suivant, décrit sur la figure 35: partons d'un point N situé en amont de l'obstacle, et suivons la caractéristique descendante ξ passant par ce point, pénétrant dans la zone d'interaction en I (In), se réfléchissant sur la paroi en W (Wall), repartant en caractéristique montante η , et sortant de la zone d'interaction en O (Out) pour arriver en M dans l'écoulement aval .



Fimira 35 - Critàra de cumprección des ondes de choc



champ de force est nul, de l'écoulement perturbé, où le champ de force agit. On peut, en première estimation, considérer que c'est la géométrie du champ magnétique, perpendiculaire au plan de l'écoulement, qui délimité le champ de force. Dans le cas d'un champ de force évanescent, l'écoulement passe insensiblement de la zone non perturbé à la zone perturbée, sans que l'on puisse déterminer de frontière précise. Dans ce cas, les point I et 0 ne sont pas définis.

L'écoulement autour de l'obstacle doit être exempt d'ondes de choc, ce qui entraîne que dans toute la zone non perturbée, qui est notée ∞, les caractéristiques soient parallèles. On écrira alors à la frontière du champ de force en 0 :

$$\alpha + \Phi = Cst$$
 (IY.78)

et la direction de l'écoulement en 0 et le nombre de Busemann sont déterminée par :

$$\Phi_0 = \mu_0 - \lambda_0 \tag{IV.79}$$

$$\mathbf{P}_0 = \mu_0 + \lambda_0 \tag{IV.80}$$

On supposera tout d'abord que la caractéristique descendante ξ pénètre dans la zone d'interaction en O. Cela permet d'écrire :

$$\lambda_{H} = \lambda_{N} = \lambda_{I} = \lambda_{O} = \lambda_{OO}$$
 (IY.81)

La coordonnée épicycloïdale λ vaut au point W de la paroi, en suivant la caractéristique descendante de I à W :

$$\lambda_{\Psi} = \lambda_{I} + \int_{I}^{\Psi} \frac{\partial \lambda}{\partial \xi} d\xi = \lambda_{I} + \Delta \lambda_{I\Psi}$$
 (IV.82)

De même, on écrit en 0, en suivant la caractéristique montante de W à 0:

$$\mu_{\circ} = \mu_{\mathbf{W}} + \int_{\mathbf{W}}^{\bullet} \frac{\partial \mu}{\partial \eta} d\eta = \mu_{\mathbf{W}} + \Delta \mu_{\mathbf{W}}$$
 (IV.83)

On supposera tout d'abord que la caractéristique descendante ξ pénètre

paroi ($\phi_{W} = \mu_{W} - \lambda_{W}$), et on obtient la valeur de μ_{0} en fonction du chemin parcouru le long des caractéristiques, en combinant les relations (IV.82) et (IV.83):

$$\mu_{O} = \lambda_{\infty} + \Phi_{\mathbf{w}} + \Delta \lambda_{\mathbf{I}\mathbf{w}} + \Delta \mu_{\mathbf{w}O}$$
 (IV.84)

ce qui conduit à :

$$\Phi_{0} = \Phi_{\mathbf{w}} + \Delta \lambda_{\mathbf{i}\mathbf{w}} + \Delta \mu_{\mathbf{w}0}$$
 (IY.85)

$$\mathbf{P}_{0} = \mathbf{P}_{\infty} - \boldsymbol{\phi}_{\infty} + \boldsymbol{\phi}_{\mathbf{W}} + \Delta \lambda_{\mathbf{IW}} + \Delta \mu_{\mathbf{W}0}$$
 (IV.86)

Maintenant, considérons l'évolution de l'angle de Mach le long de la ligne de courant passant par 0. Son évolution est définie de l' à 0 par la relation (IV.73) qui s'écrit alors, en première approximation:

$$\alpha_0 - \alpha_{\infty} = (P_0 - P_{\infty}) \frac{\gamma - \cos 2\alpha}{2 \cos^2 \alpha} + (\frac{J_{\gamma}^B}{\rho v^2} v \alpha + \frac{J^2(\gamma - 1)}{\sigma \rho v^3}) \Delta x_{10} = \phi_{\infty} - \phi_0$$
 (IV.87)

La combinaison des relations (IV.85), (IV.86), et (IV.87) aboutit alors à :

$$\phi_{\infty} - \phi_{\mathbf{W}} = \Delta \lambda_{\mathbf{IW}} + \Delta \mu_{\mathbf{W}0} - \left(\frac{J_{\mathbf{y}}^{\mathbf{B}}}{\rho V^{2}} \mathbf{w} \alpha + \frac{J^{2}(\gamma - 1)}{\sigma \rho V^{3}}\right) \frac{2 \cos^{2} \alpha}{\gamma + 1} \Delta x_{\mathbf{I} \cdot 0}$$
 (IV.88)

Ceci correspond au critère général de suppression d'ondes de choc. Pour que le champ de force soit parfaitement adapté à l'obstacle, il faut qu'il vérifie ce critère.

Tout le problème de la suppression des ondes de choc revient donc à trouver un champ de force réaliste vérifiant ce critère. Dans le cas d'un champ de force non évanescent, il est toujours possible de jouer sur la forme de la frontière, pour obtenir un tel champ de force, dès l'instant où il se trouve confiné dans la zone d'influence de l'obstacle, comme indiqué sur la figure 35.

Sous la forme générale (IV.88), le critère ne permet pas de déterminer de facon explicite l'intensité du champ de force, ni sa géométrie. Il est La combinaison des relations (IV.85), (IV.86), et (IV.87) aboutit alors à :

indispensable d'avoir recours aux simulations numériques. Pourtant, sous certaines hypothèses simplificatrices, il est possible de dégager des formulations simples du critère mettant en évidence le caractère pariétal du champ de force.

Considérons un point W' proche de la limite amont de la zone d'influence comme indiqué sur la Figure 35. On peut admettre que dans cette région :

$$\Delta \lambda_{NW} < < \Delta \mu_{WH}$$
 et $\Delta x_{IO} < < \Delta \mu_{WH}$ (IV.89)

et en prenant un champ de force F = JxB d'orientation quelconque 8 par rapport à l'axe 'x', et tel que $F_{L\eta}/\rho V^2$ soit constant, on peut écrire:

$$F_{\chi} = J_{\gamma} B = F \cos \theta \qquad (IV.90)$$

$$F_{y} = -J_{x}B = F \sin \theta \qquad (IV.91)$$

En accord avec la relation (IV.69), l'expression de F_{in} devient :

$$F_{11} = F \sin(\alpha - \theta)$$
 (IV.92)

Pour un champ de force possédant une frontière, la caractéristique montante franchit cette frontière en O. On peut alors définir en première approximation la hauteur de la zone d'interaction 'h' par:

$$\Delta \eta_{\Psi 0} = \frac{h}{\sin \alpha} \tag{IV.93}$$

Introduisons les relations (IV.89), (IV.92) et (IV.93) dans la relation (IV.88) pour aboutir à un critère permettant de déterminer la hauteur de la zone d'interaction en fonction de l'angle à la paroi, des conditions d'écoulement et des champs croisés. Près de la paroi, sinΦ/yo=1/R d'où:

$$\frac{\int B h}{\rho V^2} = 2 \frac{\sin \alpha}{\sin (\alpha - \theta)} \left(\Phi_{\Psi} + \frac{\int^2 h}{\sigma \rho V C_{P} T} - \delta \frac{h}{R} \right)$$
 (IV.94)

Trois cas d'orientation du champ de force sont particulièrement intéressants à développer dans le cas d'un écoulement plan isentropique.

Pour un champ de force possédant une frontière, la caractéristique

- F parallèle à l'axe des x ($\theta = 0$):

$$\frac{JBh}{\rho V^2} = 2 \Phi_{W}$$
 (IY.95)

Cette orientation du champ de force correspond pratiquement aux conditions d'interaction dans une tuyère symétrique telle qu'elle est décrite au § IV.5.3. Cette version simplifiée du critère permet de déterminer les dimensions de la tuyère en fonction des paramètres MHD désirés: pour un rayon de courbure de la paroi convergente R de 0.2 m sur une longueur de 0.03 m, l'angle maximal de la paroi est de 8,5°. Par ailleurs la densité de courant J doit être de l'ordre de 2 106 A/m² et le champ magnétique de l'ordre du Tesla. Dans les conditions correspondant à Mach 1.6, on obtient la demi hauteur de la tuyère h de l'ordre de 0.05 m. Il faut donc que la tuyère ait une hauteur minimale de 10 cm pour pouvoir agir avec un tel champ croisé.

- F parallèle à la direction des caractéristiques montantes ($\theta = \alpha$).

Cette condition introduit l'étude quasi-unidimensionnelle comme un cas particulier de l'étude bidimensionnelle. Elle entraı̂ne automatiquement la constance des paramètres le long des caractéristiques montantes.

$$\frac{JBh}{\rho V^2} = \infty \tag{IV.96}$$

La hauteur d'interaction est effectivement, dans ce cas, théoriquement illimitée.

- F perpendiculaire à la direction des caractéristiques montantes : $(\theta = \alpha - \pi/2)$:

$$\frac{JBh}{\rho V^2} = \frac{2}{M} \Phi_{\Psi} \tag{IV.97}$$

Il est à noter que la hauteur d'interaction minimale est obtenue pour cette orientation du champ de force. Cette conclusion parait logique étant donné que les variations de vitesse se font perpendiculairement aux parattimes de recotéritionnes commentére la constance des paramètres le long des caractéristiques montantes.

$$\frac{dV}{V} = -\frac{1}{\sqrt{M^2 - 1}} d\Phi$$
 (IV.98)

Il est normal que le champ de force perpendiculaire aux caractéristiques ait une action optimale sur l'écoulement.

Cette approche permet également de dégager un critère indiquant la valeur minimale du champ de force à appliquer en fonction du rayon de courbure de l'obstacle. Ce critère est applicable dans le cas de l'écoulement externe. En effet, en se plaçant toujours sous la condition (IV.89), la longueur maximale d'interaction est, d'après la figure 35:

$$\Delta \eta_{\text{Maxi}} = \frac{L}{\sin \alpha} = L M \tag{IV.99}$$

où L désigne la longueur de l'obstacle. Il faut donc, pour supprimer les chocs, que sur cette longueur An_{Maxi} le critère (IV.94) soit vérifié, c'est à dire que :

$$\Phi_{\Psi} \leq \int_{\Psi}^{0} \frac{F_{11}}{2 \rho V^{2}} d \eta$$
 (IY.100)

En prenant encore une fois un champ de force F d'orientation quelconque θ par rapport à l'axe des 'x', et tel que $F_{\perp q}$ / ρV^2 soit constant, on obtient :

$$\frac{JBL}{\rho V^2} \geq 2 \Phi_{\Psi} \frac{\sin \alpha}{\sin (\alpha - \theta)}$$
 (IY.101)

En première approximation, on peut admettre que L/ϕ est de l'ordre du rayon de courbure R . On obtient finalement, en considérant un champ de force parallèle à la paroi :

$$\frac{\text{JBR}}{\rho \, \text{V}^2} \, \geq \, 2 \tag{IV.102}$$

Si l'intensité du champ de force n'est pas suffisante et que ce critère n'est pas satisfait, alors les ondes de choc ne seront pas supprimées autour

En prenant encore une fois un champ de force F d'orientation quelconque 8 par rapport à l'axe des 'x', et tel que $F_{\perp\eta}$ / ρV^2 soit constant, on obtient :

IV.3 - METHODE DE RESOLUTION NUMERIQUE.

ie

r

Le champ de force correspond à une distribution de courant électrique combinée à un champ magnétique transversal B supposé constant, dans une lue configuration décrite sur la figure 24.

Le champ électrique est créé par des électrodes pariétales segmentées. Il a été calculé en résolvant l'équation de Poisson sur un maillage hexagonal ou carré suivant le cas. Les détails de la détermination des champs électriques sont donnés au § IV.4. La conductivité électrique est prise constante dans tous les cas.

L'interaction est supposée isentropique. Tous les termes faisant apparaître l'effet Joule sont alors négligés. L'écoulement peut être calculé de proche en proche, en accord avec les équations de compatibilités sur les directions caractéristiques, et en fonction des conditions initiales et des conditions aux limites.

La détermination de l'écoulement est ainsi résolu à travers un schéma numérique du second ordre qui nécessite plusieurs itérations pour le calcul des paramètres en chacun des points du maillage.

IV.3.1 - Calcul d'un point courant de l'écoulement (Fig. 36).

Supposons qu'aux points courants I et K, tous les paramètres soient connus: position, pression, angle de déviation ϕ , ainsi que la valeur des coordonnées épicycloïdales $\lambda_{\rm I}$, $\mu_{\rm I}$, $\lambda_{\rm K}$, $\mu_{\rm K}$. (voir Fig. 36). La caractéristique descendante issue de I et la caractéristique montante issue de K se coupent au point H, fixant ainsi les déplacements $\Delta \eta_{\rm KH}$ et $\Delta \xi_{\rm IH}$.

On détermine d'abord les coordonnées du point d'intersection H, suivant la méthode proposée par Carrière [4] pour les schémas du second ordre:

$$S_{IH} = \sin\left(\frac{(\phi_I - \alpha_I) + (\phi_H - \alpha_H)}{2}\right) \qquad t_{IH} = \psi\left(\frac{(\phi_I - \alpha_I) + (\phi_H - \alpha_H)}{2}\right) \qquad (IV.103)$$

$$\mathbf{S}_{\mathbf{K}\mathbf{H}} = \sin\left(\frac{(\mathbf{\Phi}_{\mathbf{K}} + \mathbf{\alpha}_{\mathbf{K}}) + (\mathbf{\Phi}_{\mathbf{H}} + \mathbf{\alpha}_{\mathbf{H}})}{2}\right) \qquad \mathbf{t}_{\mathbf{K}\mathbf{H}} = \mathbf{w}\left(\frac{(\mathbf{\Phi}_{\mathbf{K}} + \mathbf{\alpha}_{\mathbf{K}}) + (\mathbf{\Phi}_{\mathbf{H}} + \mathbf{\alpha}_{\mathbf{H}})}{2}\right)$$

Puis:

$$I = y_{I} - t_{IH} x_{I}$$

$$K = y_{K} - t_{KH} x_{K}$$

$$X_{H} = \frac{I - K}{t_{KH} - t_{K}}$$

$$y_{H} = \frac{I t_{KH} - K t_{IH}}{t_{KH} - t_{K}}$$

$$I$$

$$\Delta \xi_{IH} \Rightarrow [C_{1}]$$

$$L$$

$$\Delta \chi_{LH} \Rightarrow [C_{3}] \text{ et } [C_{4}]$$

$$C_{3} \text{ et } p_{H} \Rightarrow V_{H}$$

$$C_{4} \text{ et } p_{H} \Rightarrow M_{H}$$

$$C_{4} \text{ et } p_{H} \Rightarrow M_{H}$$

Figure 36 : Graphe du mode de résolution numérique pour un point courant.

On obtient finalement la valeur des déplacements suivant les caractéristiques:

$$\Delta \xi_{\underline{IH}} = \frac{\underline{y_H} - \underline{y_I}}{\underline{s_{IH}}} \qquad \Delta \eta_{\underline{KH}} = \frac{\underline{y_H} - \underline{y_K}}{\underline{s_{KH}}}$$
 (IV.105)

Ensuite, les composantes du champ de force sont déterminées à partir du champ de potentiel électrique.

$$F_{\mathbf{x}} = F_{\mathbf{x}_0} \cos \Phi + F_{\mathbf{y}_0} \sin \Phi \qquad F_{\pm \xi} = F_{\mathbf{x}} \sin \alpha - F_{\mathbf{y}} \cos \alpha \qquad (IV.106)$$

$$F_{\mathbf{y}} = -F_{\mathbf{x}_0} \sin \Phi + F_{\mathbf{y}_0} \cos \Phi \qquad F_{\pm \xi} = F_{\mathbf{x}} \sin \alpha - F_{\mathbf{y}} \cos \alpha \qquad (IV.106)$$

On obtient finalement la valeur des déplacements suivant les

(IV.70) et (VI.71), les coordonnées épicycloïdales valent en H:

$$\lambda_{H} = \lambda_{I} - \frac{1}{4} \left\{ \frac{\sin^{2} \alpha_{I}}{\gamma p_{I}} F_{I\xi_{I}} + \frac{\sin^{2} \alpha_{H}}{\gamma p_{H}} F_{I\xi_{H}} \right\} \Delta \xi_{IH}$$
 (IV.107)

$$\mu_{\mathbf{H}} = \mu_{\mathbf{K}} - \frac{1}{4} \left\{ \frac{\sin^2 \alpha_{\mathbf{K}}}{\gamma p_{\mathbf{K}}} F_{1 \eta_{\mathbf{K}}} + \frac{\sin^2 \alpha_{\mathbf{H}}}{\gamma p_{\mathbf{K}}} F_{1 \eta_{\mathbf{H}}} \right\} \Delta \eta_{\mathbf{K} \mathbf{H}}$$
 (IV.108)

Les conditions (IV.70) et (IV.71) suivant les directions caractéristiques η et ξ se simplifient et deviennent :

[C1]
$$\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\gamma_p} \frac{\partial p}{\partial \eta} + \frac{\partial \phi}{\partial \eta} = -\frac{F_{\perp \eta}}{\rho v^2} = 2 \frac{\partial \mu}{\partial \eta}$$
 (IV.109)

[C2]
$$\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\gamma_p} \frac{\partial p}{\partial \xi} - \frac{\partial \phi}{\partial \xi} = -\frac{F_{L\xi}}{\rho v^2} = 2\frac{\partial \lambda}{\partial \xi}$$
 (IV.110)

Les valeurs de λ et μ sont ainsi déterminés en fonction du champ de force, pour de petits déplacements successifs suivant les directions de η et ξ . Ensuite, les valeurs de la pression et de la direction de l'écoulement sont obtenus en discrétisant les conditions [C1] et [C2] :

$$\Phi_{H} = \frac{\Phi_{I} + \Phi_{K}}{2} - \frac{P_{I} - P_{K}}{2} \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\gamma P_{H}} + \Delta \mu_{KH} - \Delta \lambda_{IH}$$
 (IV.111)

$$p_{H} = \frac{p_{I} + p_{K}}{2} + \left(-\frac{\phi_{I} - \phi_{K}}{2} + \Delta \mu_{KH} + \Delta \lambda_{IH}\right) \frac{\gamma p_{H}}{\sin \alpha \cos \alpha}$$
 (IV.112)

La position du point L est déterminée par:

$$x_{L} = \frac{y_{H} - y_{K} + x_{K} \psi \theta - x_{H} \psi (\phi_{H} - \phi_{K})}{\psi \theta - \psi (\phi_{H} - \phi_{K})}$$
(IV.113)

Iorce, pour de Peuis de partenents successifs surrant les condement sont obtenus en discrétisant les conditions [C1] et [C2]:

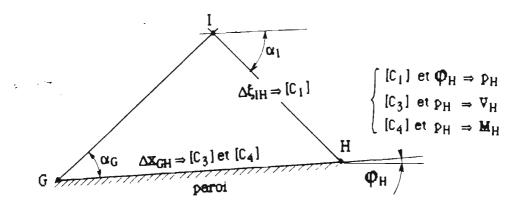


Figure 37 : Graphe du mode de résolution numérique pour un point du profil.

Ensuite, les coordonnées du point H et les déplacements sont déterminés en posant:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{IH}} = \sin\left(\frac{(\boldsymbol{\phi}_{\mathbf{I}} - \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{I}}) + (\boldsymbol{\phi}_{\mathbf{H}} - \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{H}})}{2}\right) \qquad \mathbf{t}_{\mathbf{IH}} = \mathbf{g}\left(\frac{(\boldsymbol{\phi}_{\mathbf{I}} - \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{I}}) + (\boldsymbol{\phi}_{\mathbf{H}} - \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{H}})}{2}\right)$$

$$\mathbf{S}_{\mathbf{GH}} = \sin\left(\frac{\boldsymbol{\phi}_{\mathbf{G}} + \boldsymbol{\phi}_{\mathbf{H}}}{2}\right) \qquad \mathbf{t}_{\mathbf{GH}} = \mathbf{g}\left(\frac{\boldsymbol{\phi}_{\mathbf{G}} + \boldsymbol{\phi}_{\mathbf{H}}}{2}\right)$$

$$(1\forall .120)$$

puis:

$$H = y_I - t_{IH} x_I$$

$$G = y_G - t_{GH} x_G$$

$$(I \forall .121)$$

$$x_H = \frac{H - G}{t_{GH} - t_{IH}}$$

$$y_H = \frac{H t_{GH} - G t_{IH}}{t_{GH} - t_{IH}}$$

$$\Delta \xi_{IH} = \frac{y_H - y_I}{s_{IH}}$$
 (IV.122)

$$\mathbf{S}_{GH} = \sin\left(\frac{\boldsymbol{\phi}_{G} + \boldsymbol{\phi}_{H}}{2}\right) \qquad \qquad \mathbf{t}_{GH} = \mathbf{g}\left(\frac{\boldsymbol{\phi}_{G} + \boldsymbol{\phi}_{H}}{2}\right)$$

puis:

$$\lambda_{\mathbf{H}} = \lambda_{\mathbf{I}} - \frac{1}{4} \left(\frac{\sin^2 \alpha_{\mathbf{I}}}{\gamma p_{\mathbf{I}}} F_{\mathbf{I}\xi_{\mathbf{I}}} + \frac{\sin^2 \alpha_{\mathbf{H}}}{\gamma p_{\mathbf{H}}} F_{\mathbf{I}\xi_{\mathbf{H}}} \right) \Delta \xi_{\mathbf{I}\mathbf{H}}$$
 (IV.123)

L'angle à la paroi est calculé à partir de la fonction de la paroi f(x):

$$\Phi_{\mathbf{H}} = \operatorname{acrtg} \left(\frac{d f}{d \mathbf{x}} (\mathbf{x}_{\mathbf{H}}) \right)$$
 (IY.124)

La pression est calculée uniquement à partir de la condition [C2] (IV 110) et la vitesse et la Mach à partir de [C3] et [C4] de L à H.

IV.4 - DETERMINATION DU CHAMP DE FORCE DANS LA TUYERE CONVERGENTE ET AUTOUR DU PROFIL D'AILE MINCE.

Le plasma est un milieu neutre, le paramètre de Hall est supposé faible, et la conductivité électrique du plasma constante.

Les champ de force sont obtenus en combinant un champ magnétique transversal $\mathbf{B} = \mathbf{B}\mathbf{z}$ et un champ électrique \mathbf{E} créé par une différence de potentiel entre deux électrodes comme indiqué sur les figures 40 et 41. Au sein de l'écoulement, les électrons subissent l'action du champ électrique appliqué \mathbf{E} et du champ contre-électromoteur $\mathbf{V}\mathbf{x}\mathbf{B}$.

$$\mathbf{E}^* = \mathbf{E} + \mathbf{Y}\mathbf{x}\mathbf{B} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}^* \tag{IY.125}$$

Les variations du champ contre électromoteur étant négligées, tout se passe comme si le champ \mathbf{E}^* appliqué aux électrons dérivait d'un potentiel $\mathbf{\Psi}^*$. On écrira alors:

$$\Delta \Psi^* = 0 \tag{IV.126}$$

Cette équation est numérisée par un schéma du second ordre sur un maillage carré pour la tuyère, et sur un maillage hexagonal pour l'aile. Les surfaces de calcul correspondent à une zone entourant les profils de taille suffisante pour que les effets des bords soient peu sensibles dans la zone potentiel entre deux électrodes comme indiqué sur les figures 40 et 41. Au sein de l'écoulement, les électrons subissent l'action du champ électrique appliqué E et du champ contre-électromoteur VxB.

conditions aux limites:

- les isolants, caractérisés par la perpendicularité des isopotentielles à la frontière;
- les électrodes positives et négatives, de potentiel constant fixé à plus ou moins 10000, caractérisées par le parallélisme des isopotentielles à la frontière.

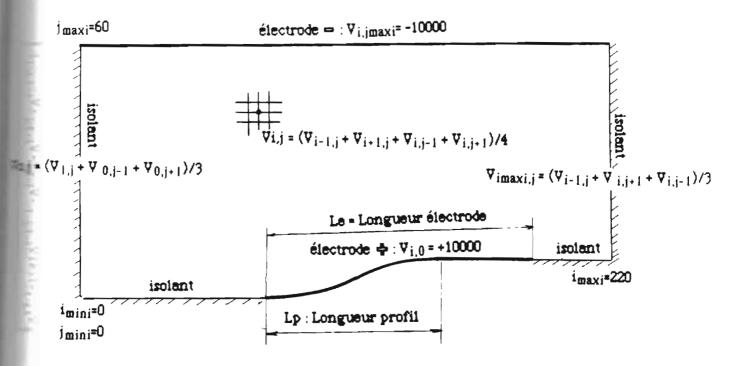


Figure 38 : Définition du maillage de calcul du champ de potentiel dans la tuyère.

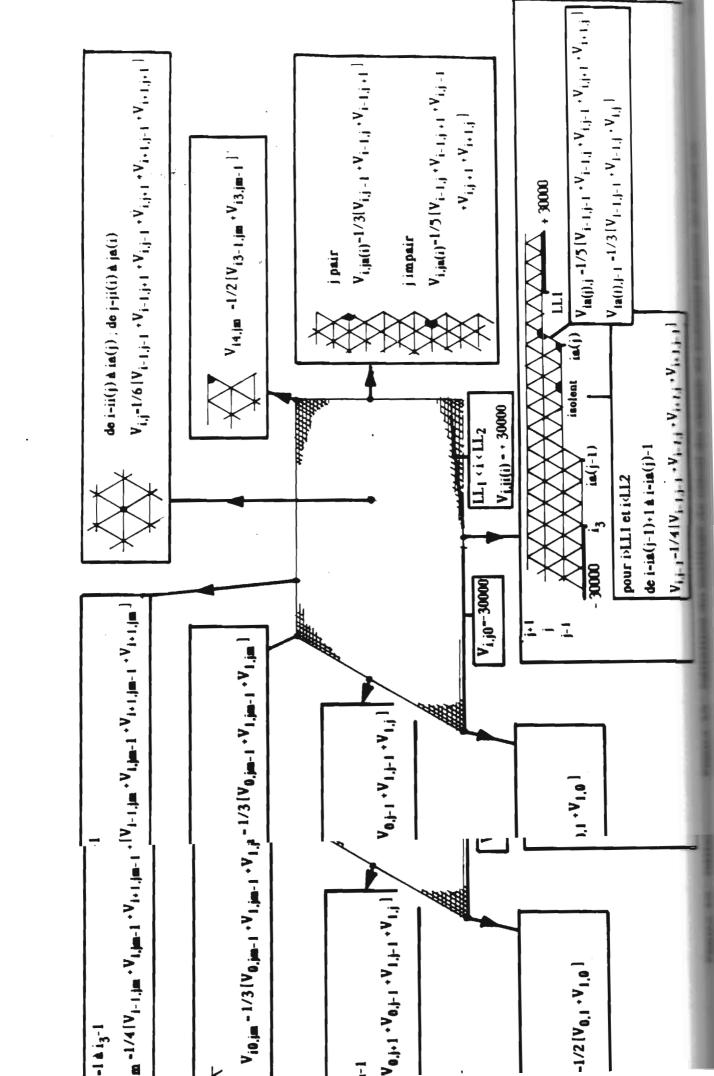
Le calcul consiste à faire un nombre important d'itérations sur toute la surface, jusqu'à convergence du champ de potentiel.

La direction et l'intensité du champ électrique sont alors obtenues de la

Figure 38 : Définition du maillage de calcul du champ de potentiel dans la tuyère.

Le calcul consiste à faire un nombre important d'itérations sur toute la surface, jusqu'à convergence du champ de potentiel.

La direction et l'intensité du champ électrique sont alors obtenues de la façon suivante sur quatre points:



$$E_{c} = \frac{\sqrt{2} (V_{2} - V_{4})}{\cos \theta} = \frac{\sqrt{2} (V_{3} - V_{1})}{\sin \theta} = \frac{\Delta V}{\Delta x}$$
 (IV =7)

et alors:

$$\text{tg }\theta := \frac{V_3 - V_1}{V_2 - V_4} \qquad \text{et} \qquad E_C = \frac{\sqrt{2} \left(V_2 + V_3 - V_4 - V_1 \right)}{\sin \theta + \cos \theta} \tag{IV.128}$$

L'orientation de E par rapport au maillage vaut donc $(\theta+\pi/2)$ et celle de J, perpendiculaire à E est de $(\theta-\pi/2)$. J vaut alors :

$$J = \sigma E_e kE$$
 (IV.129)

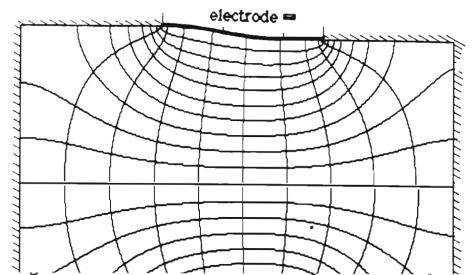
avec kE une constante dépendante des conditions de calcul et de l'écoulement.

$$kE = \frac{Jo}{\sigma} \frac{jmaxi}{20000}$$
 (IY.130)

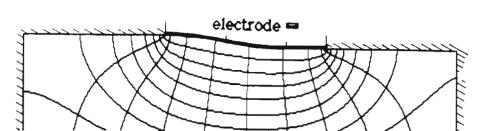
Pour le calcul sur le maillage exagonal, la démarche est identique.On obtient alors le tracé suivant pour :

Rayon de courbure R = 150 mmLongueur du profil $L_p = 60 \text{ mm}$ Longueur des électrodes $L_e = 70 \text{ mm}$

Les figures suivantes 40 et 41 sont représentés les profil avec les électrodes ainsi que les isopotentielles et les lignes de courant électrique.



électrodes ainsi que les isopotentielles et les lignes de courant électrique.



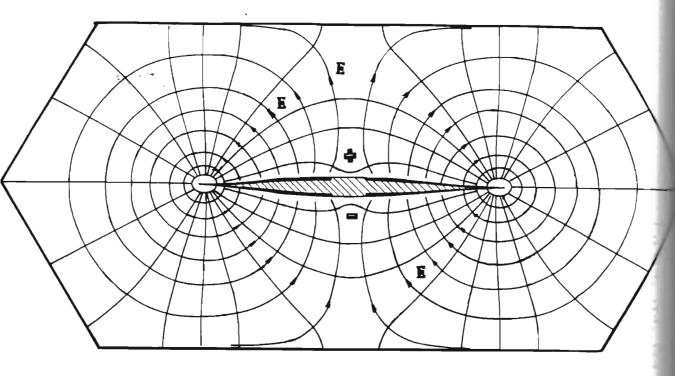


Figure 41 : Allure du champ électrique autour de l'aile (écoulement externe). Lignes de potentiel , lignes de champ électrique.

On remarquera la correspondance entre ce champ électrique et celui mis en œuvre par Petit [6] lors de ses expériences en analogie hydraulique.

Pour plus de détails, on se reportera aux programmes de calcul qui sont présentés en Annexes 4 et 5 : programmes 'Champ électrique' et Ecoulement interne - procédure d'utheta'.

IV.5 - RESULTATS NUMERIQUES.

IV.5.1 - Conditions de simulation.

œuvre par Petit (b) lors de ses experiences en analogie hydraulique.

Pour plus de détails, on se reportera aux programmes de calcul qui sont présentés en Annexes 4 et 5 : programmes 'Champ électrique' et Ecoulement interne - procédure dytheta'.

qu'il est réalisé dans un tube à choc. Les conditions aux limites sont déterminées par la géométrie des parois.

- le cas de l'écoulement externe, où l'obstacle, de type aile mince, est plongé dans un écoulement libre.

Les paramètres de l'écoulement de plasma du milieu amont correspondent aux conditions optimales déterminées par l'étude quasi-unidimensionnelle. Il s'agit d'une rafale à Mach 1.6 :

Tg = 9500 °K Pg = 1 bar M = 1,6 V = 2570 m/s σ = 2800 mhos/m ρ = 0.05 kg/m³ γ = 1.31

Le champ électrique est calculé par résolution de l'équation de Poisson, le champ magnétique est pris constant dans la surface d'interaction. Il sert à limiter la géométrie du champ de force.

IV.5.2 - Ecoulements en l'absence de champ de force JxB.

Les figures 42 et 43 montrent l'allure des réseaux des deux familles de caractéristiques pour ces deux types d'écoulements en l'absence de forces de volume.

Les lieux de naissance des ondes de choc, correspondant aux caustiques d'intersection, sont bien apparents. Ces représentations n'ont pas à proprement parlé de réalité physique, car l'onde de choc modifie de façon très importante les paramètres du milieu. Il s'agit d'un phénomène non linéaire. L'intersection des caractéristiques n'indiquent pas la position exacte des ondes de choc mais permettent seulement de mettre en évidence leur existence.

Pour les simulations correspondant à l'écoulement interne, l'obstacle est constitué par deux arcs de cercle de rayon R=0.2 m, convergent, divergent,

IV.5.2 - Ecoulements en l'absence de champ de force [xB].

du profil ainsi obtenu. L'intersection des caractéristiques en entrée du convergent correspond à la formation d'une onde de choc bloquant la tuyère. Après le choc, l'écoulement serait subsonique.

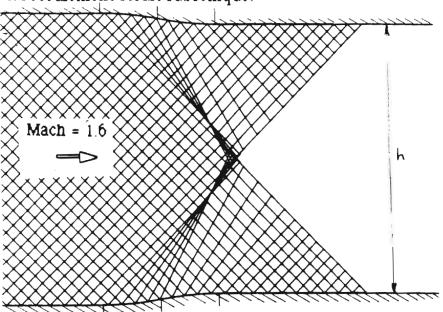


Figure 42 : Ecoulement dans une tuyère bidimensionnelle convergente en l'absence de champ de force JrB. Intersection des caractéristiques. Mach amont = 1.6.

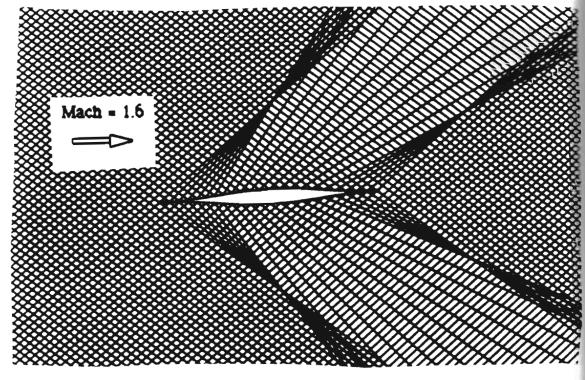


Figure 43: Ecoulement externe autour de l'aile roisse

Pour l'écoulement externe, le profil symétrique est réalisé par trois courbes de rayon de courbure constant R=0.2 m (Fig.43). On distingue deux zones d'ondes de choc, correspondant chacune aux parties convergentes du profil et une zone centrale de détente. Par analogie avec les écoulements à surface libré, le choc en amont du profil correspondait à la vague d'étrave, et le choc aval à la vague de culot.

IV.5.3 - L'écoulement interne.

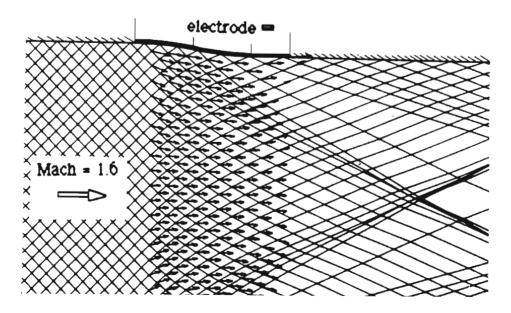
Le déblocage de tuyère a été simulé pour deux configurations du champ de force:

- champ de force présent sur toute la largeur de la tuyère;
- champ de force pariétal dont la hauteur d'action est déterminée par la relation (IV.41).

Le champ de force est représenté à l'intersection des caractéristiques par les petits traits fléchés. Dans les deux cas, il a une valeur moyenne de 2 106 N/m². Il peut être créé par un champ magnétique de 1 Tesla et une densité de courant d'une valeur moyenne de 2 106 A/m², ces conditions correspondant à un effet Joule négligeable.

Le rayon de courbure des parties circulaires est pris égal à 0.2 m pour une hauteur de tube à choc de 0.12 m.

Ces deux solutions sont représentées sur les figures 44 et 45.



Ces deux solutions sont représentées sur les figures 44 et 45.



Dans ce premier cas (Fig. 44), le champ de force étant localisé dans toute la tuyère, l'écoulement est fortement accéléré. Il en sort à Mach 2,5 pour un Mach d'entrée de 1.6. Avec ce type de configuration du champ de force, le décroisement des caractéristiques est difficile à négocier, car l'écoulement se trouve accéléré en amont de la zone de dépendance du convergent, dans la région centrale, ce qui aurait plutôt tendance déplacer et amplifier l'onde de choc. Si le champ magnétique est appliqué de manière quelconque sur la longueur de la tuyère, le croisement des caractéristiques est seulement déplacé vers l'aval sans être supprimé. Cela montre bien la nécessité d'appliquer le champ de force uniquement dans la zone de dépendance du convergent.

C'est donc cette solution qui a été adoptée pour calculer l'écoulement présenté sur la figure 45.

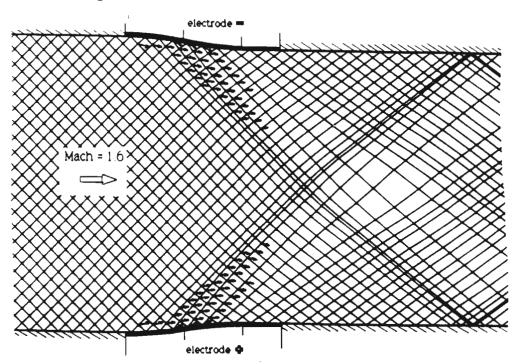


Figure 45: Ecoulement dans une tuyère bidimensionnelle convergente.

Champ de force pariétal. Mach amont = 1.6.

Dans ce second cas, le champ de force est pariétal, et la hauteur d'interaction est déterminée à partir de la relation (IV.41). Le Mach de l'écoulement reste pratiquement inchangé, les effets du convergent étant exactement compensés par le champ de force. Cette solution se rapproche des solutions externes car elle permet de conserver le parallélisme des

caractárictiquae an dabore da la zona norturbia

Dans ces deux types de solutions, du fait de la géométrie des électrodes et de l'écoulement, le courant reste pratiquement constant et perpendiculaire aux lignes de courant dans la zone d'interaction.

IV 5 4 - L'écoulement externe.

Le champ électrique est supposé être obtenu à l'aide d'électrodes segmentées disposées de part et d'autres du profil symétrique (Voir § IV.4). Le champ de force varie alors de manière importante en intensité et en direction dans la zone d'interaction.

La figure 46 montre un tracé typique d'un écoulement calculé en accord avec le critère (IV.78).

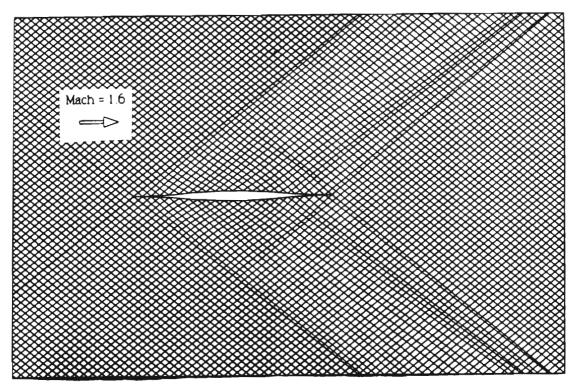


Figure 46: Ecoulement externe autour de l'aile mince. Action du champ de force JxB. Mach amont = 1.6.

En comparaison avec la figure 43 représentant le tracé sans champ de force, on constate nettement le redressement des caractéristiques et leur retour vers le parallélisme au fur et à mesure quelles s'eloignent de la paroi. L'intensité du champ de force dans les zones proches des électrodes est de

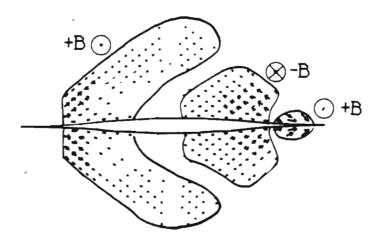


Figure 47: Allure de la géométrie du champ de force. Mach = 1.6; $J_{moyen} = 4 \cdot 106 \text{ A/m}^2$; B = +/- 1.5 Tesla.

On remarque tout d'abord que la suppression des ondes de choc est obtenu par trois zones d'interactions, correspondant aux deux parties convergentes et à la partie divergente du profil, et situées dans les domaines de dépendance de chacune de ces zones. En comparaison avec l'étude quasi-unidimensionnelle présentée au chapitre I, la suppression des ondes de choc autour d'un profil identique nécessitait également trois zones, mais le champ de force était appliqué tout le long des caractéristiques montantes. Les différences entre ces deux approches vient de la prise en compte par l'étude bidimensionnelle de l'orientation du champ de force.

Une deuxième remarque peut être faite concernant la géométrie du champ de force ainsi obtenu : la forme de la frontière n'est pas une forme simple et est difficilement réalisable expérimentalement. Il serait à priori plus réaliste d'étudier l'écoulement uniquement autour d'une la première moitié amont du profil (plaque biseautée)

IV.6 - Calcul de la trainée.

Une deuxième remarque peut être faite concernant la géométrie du champ de force ainsi obtenu : la forme de la frontière n'est pas une forme simple et est difficilement réalisable expérimentalement. Il serait à priori plus réaliste d'étudier l'écoulement uniquement autour d'une la première moitié amont du profil (plaque biseautée)

propulsive. On approche ainsi les résultats expérimentaux de Petit [6], réalisés autour d'un obstacle émoussé.

La valeur de la traînée est calculée à partir de la projection des forces de pressions le long de l'obstacle sur l'axe x_0 :

$$Tr = \int_{\text{profil}} p \cos(\phi - \pi t 2) dx$$
(IY.131)

d'où il découle que :

$$\frac{d Tr}{d x} = p \sin \phi \implies \frac{d^2 Tr}{d x^2} = \frac{dp}{dx} \sin \phi + p \cos \phi \frac{d\phi}{dx}$$
 (IY.132)

soit:

$$\frac{d^2 Tr}{dx^2} - \frac{d Tr}{dx} \frac{1}{R \times \Phi} = + \frac{d p}{dx} \sin \Phi$$
 (IV.133)

Les variations de pression sont liées aux variations du nombre de Busemann P par la relation (IV.72). Calculons P à la paroi, d'après la figure 35:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{w}} = \lambda_{\mathbf{w}} + \mu_{\mathbf{w}} = 2 \lambda_{\mathbf{w}} + \Phi_{\mathbf{w}} \tag{IV.134}$$

et, en remarquant également que 2 λN = PN - ΦN, on obtient :

$$\mathbf{P}_{\mathbf{w}} - \mathbf{P}_{\infty} = \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{w}} - \boldsymbol{\varphi}_{\infty} + 2 \int_{\mathbf{H}}^{\mathbf{w}} \frac{\partial \lambda}{\partial \xi} \, \mathrm{d} \, \xi \tag{IY.135}$$

En remarquant que :

$$\left(\frac{\partial \lambda}{\partial \eta}\right)_{\Psi} = \int_{\Psi} \frac{\partial^2 \lambda}{\partial \eta \, \partial \zeta} \, d\zeta$$
 (IV.136)

on peut écrire pour un déplacement 'dx' le long de la paroi:

et, en remarquant egalement que 2 kg =
$$\frac{\partial P}{\partial p} + \frac{1}{\partial p} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial p} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{w}} - \mathbf{P}_{\infty} = \boldsymbol{\Phi}_{\mathbf{w}} - \boldsymbol{\Phi}_{\infty} + 2 \int_{\mathbf{w}}^{\mathbf{w}} \frac{\partial \lambda}{\partial \xi} \, \mathrm{d} \, \xi \tag{IY.135}$$

$$\frac{d^2 Tr}{dx^2} - \frac{d Tr}{dx} \frac{1}{R tg \Phi} = \frac{\rho V^2}{\sqrt{M^2 - 1}} \sin \Phi \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\cos \alpha} \left(\int_{\mathbf{N}}^{\mathbf{W}} \frac{\partial^2 \lambda}{\partial \eta} d\xi + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \xi} \right)_{\mathbf{W}} \right) \right) \quad (IV.138)$$

Faire le calcul de la traînée en intégrant la relation (IV.131) le long du profil revient en fait à intégrer la relation (IV.138) dans tout le domaine d'interaction. On montre ainsi que la valeur de la traînée dépend :

- de la géométrie de l'obstacle;
- du champ de force à la paroi ;
- de la géométrie du champ de force dans le domaine de dépendance de la paroi, c'est à dire en AMONT de cette paroi.

Le point important est que la traînée ne dépend pas du champ de force placé sous le domaine d'influence de la paroi. Cette remarque justifie le fait que, pour un même écoulement autour d'un obstacle effilé, il puisse exister, pour la même géométrie des lignes de champ électrique J, plusieurs solutions de géométrie du champ de force, donnant des valeurs de traînée différentes.

En quelque sorte, la suppression des ondes de choc dépend de Δμ, Δλ et ΔM tandis que la traînée ne dépend que de Δλ.

Nous avons donc montré que la valeur de la traînée est indépendante du phénomène de suppression des ondes de choc. Il s'en suit qu'elle peut varier en fonction de l'intensité et de la géométrie du champ de force, et peut devenir propulsive.

Plusieurs simulations ont donc été faites pour obtenir les variations de la trainée en fonction de l'intensité du champ de force et du nombre de Mach, pour des valeurs situées autour de Mach 1.6. Ces résultats sont rassemblés sur la figure 48.

Pour le profil symétrique, la valeur de la traînée calculée sur une paroi et

En quelque sorte, la suppression des ondes de choc dépend de Δμ, Δλ et ΔM tandis que la traînée ne dépend que de Δλ.

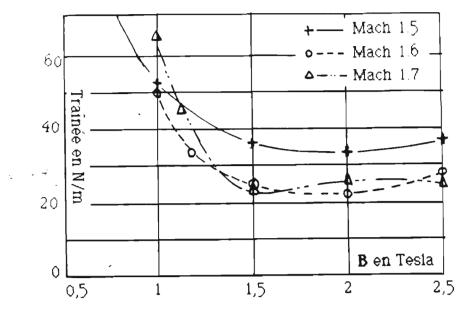


Figure 48 : Évolution de la traînée autour du profil en fonction de la valeur du champ magnétique et du Mach.

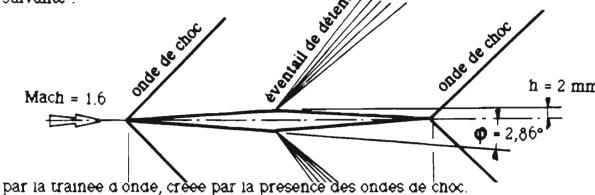
La traînée décroit tout d'abord en fonction de l'intensité du champ de force pour se stabiliser ensuite vers une valeur sensiblement constante.

IV.6 - ESTIMATION DE LA PUISSANCE ELECTRIQUE CONSOMMEE.

Il est intéressant de comparer la puissance électrique mise en jeu pour obtenir la suppression des ondes de choc par rapport à la puissance dissipée par la traînée d'onde, créée par la présence des ondes de choc.

Pour cela, nous considérerons un dièdre de même épaisseur relative que l'obstacle courbe dans un écoulement identique (M=1.6).

Les caractéristiques du profil cylindrique sont R = 0.2 m et L = 0.08 m, ce qui donne une épaisseur de 2 10^{-3} m. Le profil est alors défini de la manière suivante :



Pour cela, nous considérerons un dièdre de même épaisseur relative que l'obstacle courbe dans un écoulement identique (M=1.6).

Les caractéristiques du profil cylindrique sont R = 0.2 m et L = 0.08 m, ce qui donne une épaisseur de 2 10^{-3} m. Le profil est alors défini de la manière

Les résultats des calculs des variations des paramètres thermodynamiques [4] sont résumés sur la figure suivante:

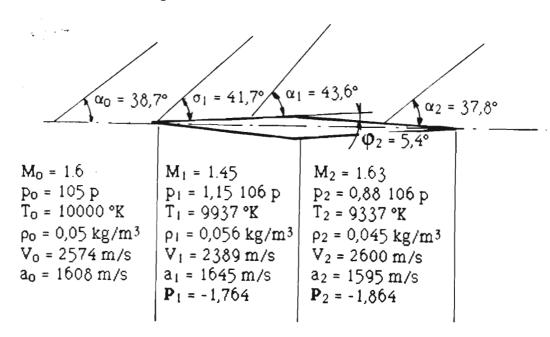


Figure 49 : Evolution des paramètres thermodynamiques le long de l'obstacle dièdre.

Avec la valeur des pressions de part et d'autre du profil, on obtient la valeur de la traînée à laquelle serait soumise l'obstacle dièdre:

$$T_d = 107 \text{ N/m}$$

La puissance consommée par la traînée d'onde est alors de :

$$P_T = T. V = 0.27 10^6 W$$

Par ailleurs, la puissance électrique consommée peut être établie par un calcul rapide:

- l'intensité du courant est en moyenne de 4 106 A/m² aux électrodes, ce qui conduit à un ampérage de 240 103 A, pour un profil de 1 m de longueur;

valeur de la traînée à laquelle serait soumise l'obstacle dièdre:

$$T_d = 107 \text{ N/m}$$

forme cylindrique dans une zone proche de la paroi. Dans ces conditions, on obtient une tension de l'ordre de 90 Volts. Il n'est pas tenu compte des chutes de potentiel aux électrodes qui s'élèvent à environ 40 Volts par électrode dans les plasmas d'argon pour des électrodes en cuivre [2] [3]. La tension s'élèverait alors à 170 V entre les électrodes.

La puissance électrique consommée qui en découle vaut:

$$P_E = U.I = 40 \cdot 10^6 \text{ W}$$

La résistance électrique du plasma est alors de l'ordre de 4 10-4 0hm.

Malgré un rendement d'interaction MHD correct (η = 0.7), la puissance électrique nécessaire à la suppression des ondes de choc reste très supérieure à la puissance consommée par le système d'ondes de choc, d'un facteur 150 environ. Cela provient essentiellement de la faible valeur du champ magnétique. La puissance électrique variant comme l'inverse du carré du champ magnétique, pour un champ magnétique appliqué de 12 Teslas, P_E doit devenir du même ordre de grandeur que P_T .

IV.7 - Conclusion.

Ces développements théoriques et numériques apportent finalement plusieurs résultats importants.

Tout d'abord, il s'agit d'un premier modèle de calcul des écoulements bidimensionnel supersoniques en interaction MHD exempts d'ondes de choc La méthode des caractéristiques permet de dégager un critère 'anti-choc' pour les écoulements autour d'obstacles effilés.

Ensuite, elle permet de fixer les ordres de grandeur et de déterminer la géométrie des champs électrique et magnétique à appliquer en fonction des caractéristiques de l'écoulement et de l'obstacle effilée pour des expériences en tube à choc.

Ensin, une première estimation théorique de la traînée autour du prosil mince_montre_gue_la valeur de celle-ci varie en fonction des paramètres

Ces développements théoriques et numériques apportent finalement

qu'elle devienne négative, c'est à dire propulsive, en accord avec les simulations hydrauliques de Petit [7] qui a montré que ce phénomène était réalisable. Il serait donc possible de créer des conditions d'écoulements et d'interaction MHD telles que le champ de force JxB puisse simultanément propulser un objet effilé dans un écoulement supersonique tout en supprimant le système d'ondes de choc qui se formerait normalement dans l'écoulement.

Le calcul des puissances consommées indique que le rendement propulsif MHD ne devient intéressant qu'à partir de fortes valeurs du champ magnétique (B > 10 Teslas).

CHAPITRE V

SIMULATION HYDRAULIQUE D'UN TUBE A CHOC

CHAPITRE V

SIMULATION HYDRAULIQUE D'UN TUBE A CHOC

Lors des expériences en tube à choc, des phènomènes liés à l'instationnarité de l'écoulement vont se produire. Pour tenter l'évaluer leur action au niveau de la tuyère sur la formation de l'onde de choc secondaire, une manipulation hydraulique légère a été mise au point, simulant le fonctionnement d'un tube à choc.

Elle permet à la fois de simuler un écoulement instationnaire semblable à celui obtenu en tube à choc, et un écoulement stationnaire mettant en évidence analogiquement différents systèmes d'ondes de choc.

I.1 - SIMULATION HYDRAULIQUE DU TUBE A CHOC: ECOULEMENT INSTATIONNAIRE

L'analogie entre les écoulements à surface libre et les écoulements de gaz compressibles permet de réaliser une expérience simulant le fonctionnement d'un tube à choc. En effet, les variations de hauteur d'eau sont assimilables aux variations de pression dans les gaz. On peut ainsi obtenir des informations qualitatives intéressantes permettant de prévoir le comportement de l'onde de choc dans le convergent du tube à choc.

Ce dispositif permet essentiellement d'appréhender les phénomènes instationnaires inhérents au tube à choc. Mais on peut également réaliser des expériences en régime stationnaire. Plusieurs conditions expérimentales peuvent ainsi être testées rapidement : par exemple, on peut jouer sur la géométrie des parois convergentes (droites ou courbes), ainsi que sur la forme du convergent (simple ou symétrique).

Ces informations doivent permettre de déterminer de façon précise les conditions expérimentales à mettre en œuvre sur le tube à choc pour réaliser des expériences concluantes.

informations qualitatives intéressantes permettant de prévoir le comportement de l'onde de choc dans le convergent du tube à choc.

Ce dispositif permet essentiellement d'appréhender les phénomènes instationnaires inhérents au tube à choc. Mais on peut également réaliser des expériences en régime stationnaire. Plusieurs conditions expérimentales

On a ainsi reconstitué le tube à choc avec la membrane séparant la chambre haute pression et la chambre basse pression, avec le pot de détente.

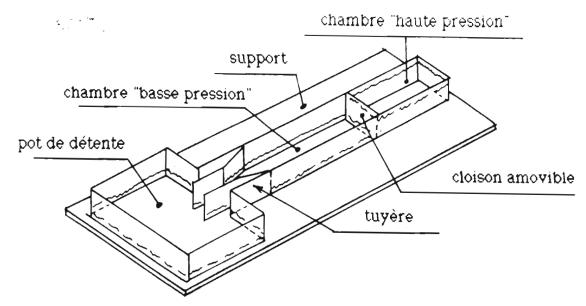


Figure 50: Montage expérimental de simulation hydraulique d'un tube à choc.

De part et d'autre de la cloison amovible, on met de l'eau: quelques millimètres dans la "chambre basse pression", et à raz bord dans la "chambre haute pression". On peut faire varier la différence de hauteur d'eau entre les deux compartiments, ainsi que la longueur de la chambre haute pression, correspondant à des conditions initiales différentes. La cloison est alors relevée d'un geste très rapide, simulant l'éclatement de la membrane. Une onde de choc, caractérisée par une vague déferlante, se propage alors dans la partie basse pression.

Le fond du canal est peint en blanc et l'expérience doit être éclairée par une source de lumière ponctuelle, assez puissante et étalée. Les variations de hauteur d'eau dessinent alors des ombres sur le fond, lesquelles peuvent facilement photographiées ou même filmées (ombroscopie).

V.1.2 - Onde de choc. Temps de rafale.

millimètres dans la "chambre basse pression", et à raz bord dans la "chambre haute pression". On peut faire varier la différence de hauteur d'eau entre les deux compartiments, ainsi que la longueur de la chambre haute pression,

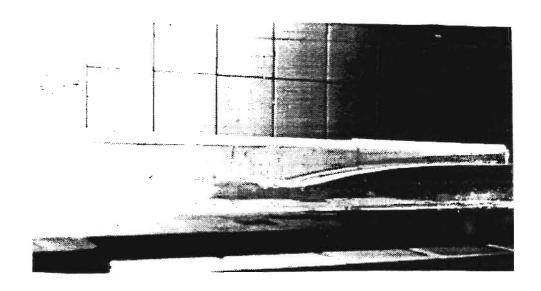


Figure 51: Simulation hydraulique. Onde de choc initiale.

Cela correspond à l'ouverture de la membrane et à la création de l'onde de choc initiale. On distingue très nettement l'onde de choc qui se forme et déferle dans la chambre "basse pression", ainsi que l'éventail de détente qui va se réfléchir dans le fond du canal.

Sur la photo suivante (Fig. 52), l'eau contenue dans la chambre "haute pression" a été colorée avec de l'encre. On visualise ainsi très bien ce que l'on appelle la rafale de gaz propre.

La partie transparente agitée correspond à cette rafale de gaz propre. Elle est train de prénétrer dans le convergent. C'est dans ces conditions que se réalisera l'expérience en tube à choc. Il faudra agir avec le champ de force MHD sur l'écoulement propre à cet instant et à cet endroit pour compenser les effets du convergent.

L'écoulement teinté correspond aux gaz contenus initialement dans la chambre "haute pression". Cet écoulement pousse la rafale devant lui, et va très rapidement atteindre à son tour le convergent, arrêtant l'expérience. En tube à choc on peut compter sur un temps de rafale de l'ordre de 100 microsecondes [2] [3].

En réalisant des expériences avec une chambre "haute pression" de faible pression" a été colorée avec de l'encre. On visualise ainsi très bien ce que l'on appelle la rafale de gaz propre.

La partie transparente agitée correspond à cette rafale de gaz propre. Elle est train de prénétrer dans le convergent. C'est dans ces conditions que se réalisera l'expérience en tube à choc. Il faudra agir avec le champ de force

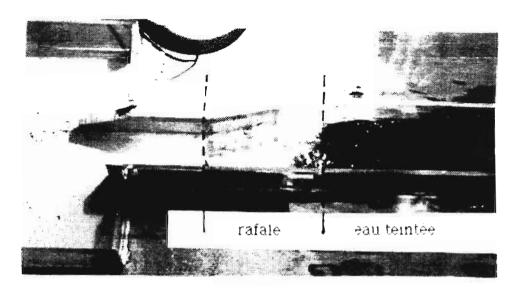


Figure 52: Simulation hydraulique. Rafale.

V.1.3 - Formation de l'onde de choc secondaire en régime instationnaire.

La tuyère est réalisée par deux plaques de PVC taillés en biseau et formant un convergent symétrique. Sur les deux photos suivantes, on distingue nettement l'arrivée de l'onde de choc initiale dans le convergent et la formation de l'onde de choc dans à la tuyère.

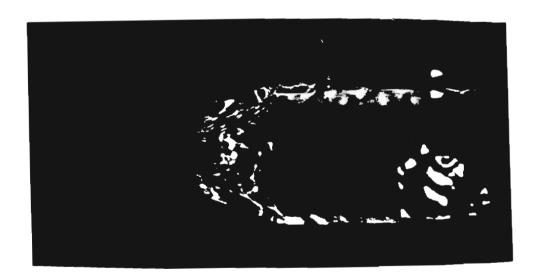


Figure 53 : Simulation hydraulique. Arrivée de la rafale dans

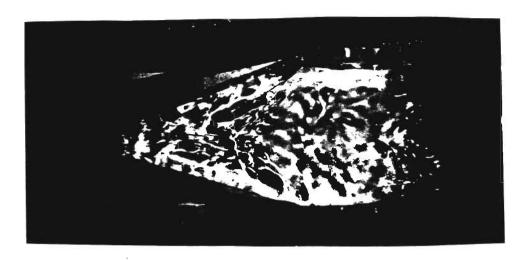


Figure 54 : Simulation hydraulique. Onde de choc secondaire pleinement développée.

On voit donc, à partir de cette expérience hydraulique, que le blocage de tuyère apparaît pendant le temps de passage de l'onde de choc initiale dans le convergent. Le nombre de Mach de la rafale est proche de 1, et conduit à un blocage immédiat de la tuyère. Pour les expériences en tube à choc, on peut estimer le temps de formation de l'onde de choc secondaire (M-1.5, V=2500 m/s, Temps de rafale 100 microses.) à 100 microsec, soit du même ordre de grandeur que la durée de la rafale.

Pour améliorer cette expérience hydraulique instationnaire, il faudrait:

- Visualiser l'écoulement au passage d'un convergent circulaire;
- Faire la visuatisation avec une caméra (super8, 24 images/s), pour avoir un film de l'évolution de l'écoulement;
- Complèter l'ombroscopie par un enregistrement de la déformation de l'image d'une mire quadrillée tapissant tout le fond de la cuve;
- Augmenter la longueur du canal qui limite la longueur de la chambre haute pression et du même coup, la longueur de la rafale.

V.2 - ECOULEMENT EN REGIME STATIONNAIRE.

V.2.1 - Montage expérimental.

- Visualiser l'écoulement au passage d'un convergent circulaire;
- Faire la visuatisation avec une caméra (super8, 24 images/s), pour avoir un film de l'évolution de l'écoulement;
 - Complèter l'ombroscopie par un enregistrement de la défor-

surface peut être facilement mesure, car les ondes correspondant aux caractéristiques issues des parois sont parfaitement visibles.

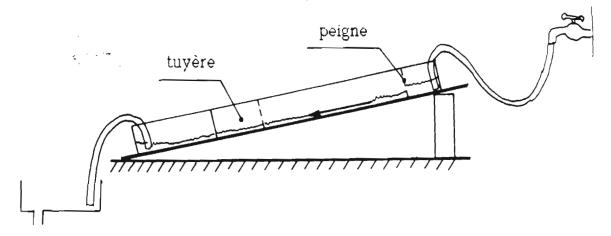


Figure 55: Montage expérimental en régime stationnaire.

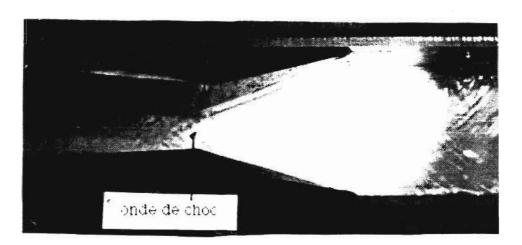
On peut intervenir sur différents paramètres. En premier lieu, sur le débit en régulant l'arrivée d'eau, ce qui a pour effet de faire varier également le nombre de Mach. En second lieu, sur l'inclinaison de la planche, ce qui a pour effet de modifier la vitesse de l'écoulement pour un débit constant.

Au niveau de la tuyère, on peut modifier la forme du convergent (simple ou symétrique), la forme des parois du convergent (droites ou circulaires), ainsi que la largeur du convergent. Les essais n'ont été réalisés qu'avec des parois de convergent rectilignes.

V.2 2 - Ondes de choc et blogage de tuyère.

Différents phénomènes ont pu être observés.

1) - Quand la largeur de la tuyère est suffisamment importante, les ondes de choc créées par le convergent apparaissent, mais il n'y a pas de blocage de tuyère proprement dit. Sur les figures suivantes on montre la tuyère symétrique (Fig. 56, 57, 58) ou simple (Fig. 59, 60) pour des débits différents et une largueur de tuyère suffisante pour que le blocage de tuyère n'apparaisse pas. Chaque paroi convergente induit une onde de choc indépendamment des autres, comme si la largueur de la tuyère était "infinie". En comparaison, sur les figures 61, 62, 63, 64, on distingue nettement une onde de choc droite (blocage de tuyère) qui occupe toute la ou symétrique), la forme des parois du convergent (droites ou circulaires), ainsi que la largeur du convergent. Les essais n'ont été réalisés qu'avec des parois de convergent rectilignes,



Figue 56 : Simulation hydraulique. Convergent symétrique, débit faible. Mach = 1.3.

On distingue assez faiblement les ondes de choc en sortie du convergent.

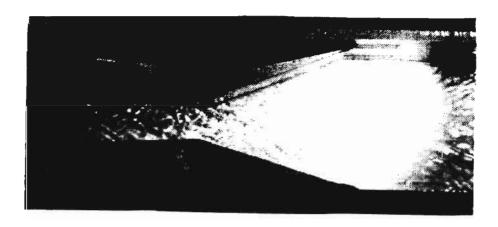


Figure 57: Simulation hydraulique. Convergent symétrique, débit moyen. Mach = 1,7.

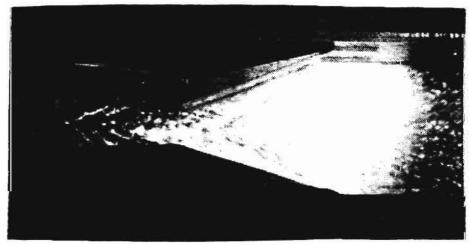


Figure 58: Simulation hydraulique. Convergent symétrique,

Sur les figures 57 et 58, on distingue très nettement les ondes de choc, provoquées par les deux parois convergentes, ainsi que leur superposition au milieu du canal. On remarque également que dans le divergent en aval du convergent, l'écoulement redevient supersonique. On remarque en effet dans cette zone de détente la présence d'ondes caractéristiques.

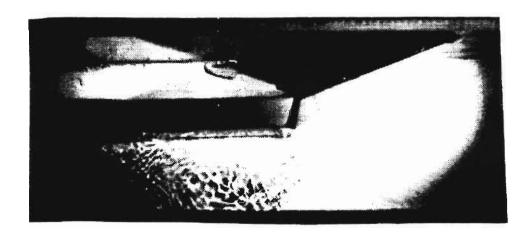


Figure 59: Simulation hydraulique. Convergent simple, débit moyen: M=1,7



Figure 60: Simulation hydraulique Convergent simple, débit important: M=1,9

Sur les figures 59 et 60, on distingue l'onde de choc formée contre le



Figure 60: Simulation hydraulique.Convergent simple, débit important: M=1,9

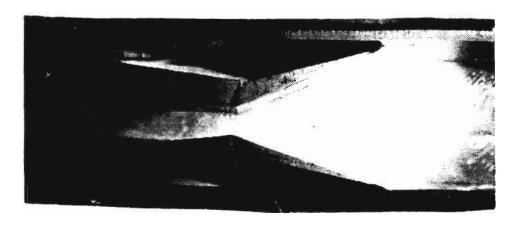


Figure 61 : Simulation hydraulique. Convergent symétrique: blocage de tuyère, débit faible.

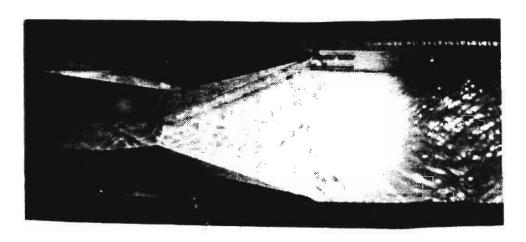


Figure 62 : Simulation hydraulique. Convergent symétrique: blocage de tuyère, débit moyen.

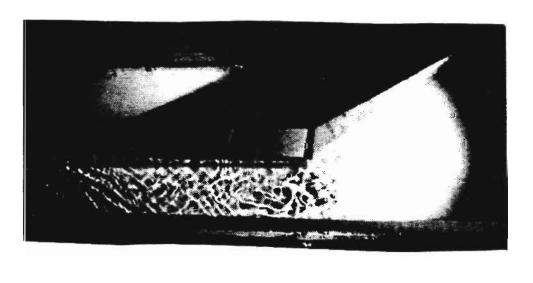


Figure 62 : Simulation hydraulique. Convergent symétrique:

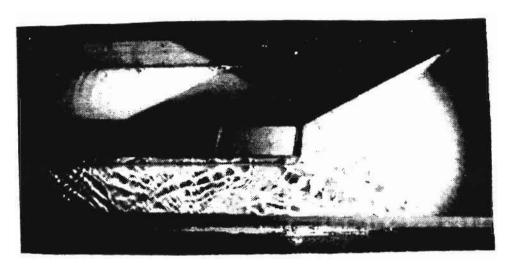


Figure 64 : Simulation hydraulique. Convergent simple: blocage de tuyère, débit moyen.

On constate donc que suivant les dimensions de la tuyère, il existe deux régimes d'onde de choc stationnaires:

- le régime "infini", où les ondes de choc se comportent indépendamment des conditions imposées par les autres parois;
- le régime de blocage, où les ondes de choc viennent se placer en amont de la tuyère, perpendiculairement à l'écoulement, indépendamment de la forme du convergent.

V.1.3 - Conclusion.

On retrouve bien les phénomènes liés au fonctionnement d'un tube à choc : onde de choc initiale, détente, rafale. Ces simulations hydrauliques ne rendent pas compte, bien sur, des effets de gaz réel liés à l'ionisation du gaz de la rafale. Les phénomènes instationnaires sont bien visualisés lors de l'arrivé de la rafale dans la tuyère convergente.

Pour agir sur l'onde de choc secondaire, deux solutions sont possibles: appliquer le champ de force au passage de l'onde de choc initiale, afin

V.1.3 - Conclusion.

On retrouve bien les phénomènes liés au fonctionnement d'un tube à choc : onde de choc initiale, détente, rafale. Ces simulations hydrauliques ne rendent pas compte, bien sur, des effets de gaz réel liés à l'ionisation du gaz de la rafale. Les phénomènes instationnaires sont bien visualisés lors de

deuxieme solution.

De plus, l'étude de l'écoulement en régime stationnaire permet de visualiser l'onde de choc secondaire pleinement développée et met en évidence deux régimes d'ondes dans la tuyère: le régime "infini" et le régime de blocage. L'établissement de l'un ou l'autre de ces régimes semble dépendre de la réduction de section au niveau de la zone d'essai, et il faudra attendre des résultats expérimentaux en tube à choc, pour savoir quel système d'onde de choc va se former.

C'est donc une expérience simple et pourtant riche sur le plan fondamental (mécanique des fluides, écoulements supersoniques, ondes de choc), permettant de dégager dès à présent d'éventuelles conditions expérimentales.

CONCLUSION

et Annexes

CONCLUSION

Ce travail_répond par l'affirmative à la question fondamentale : est-il possible de réaliser le déplacement supersonique d'objets dans un gaz sans qu'ils créent d'ondes de choc se propageant à l'infini ?

Les travaux présentés dans ce mémoire montrent que la suppression des ondes de choc par un champ de force de Laplace autour d'obstacles effilés est théoriquement possible.

Ainsi un modèle quasi-unidimensionnel assez complet est présenté, tenant compte des effets de gaz réel, suivit d'un modèle bidimensionnel applicable aux gaz parfaits, ainsi que de plusieurs critères généraux définissant l'intensité du champ de force, sa géométrie et la sensibilité de l'écoulement au blocage thermique ont été établis.

L'idée guide de ces développements est basée sur la conservation du parallélisme des caractéristiques à l'aide du champ de force JxB.

Dans ces conditions, l'étude quasi-unidimensionnelle confirme l'intuition physique en montrant que l'action du champ de force conduit, à travers la conservation du parallélisme des caractéristiques, à éviter les variations du champ de pression autour du profil. Une des concéquences primordiales de ce résultat est l'annulation de la trainée d'onde.

Les résultats de l'étude bidimensionnelle indiquent quant à eux, que la valeur de la traînée dépend des conditions d'interaction, et peut être soit positive, soit négativec'est à dire propulsive.

Des expériences en tube à choc, complément indispensable à la recherche théorique pure, sont en cours de montage au laboratoire de Thermodynamique de l'Université de Rouen et devrait apporter la confirmation expérimentale de la suppression des ondes de choc dans les gaz.

Le présent mémoire réalise donc un apport à plusieurs niveaux.

physique en montrant que l'action du champ de force conduit, à travers la conservation du parallélisme des caractéristiques, à éviter les variations du champ de pression autour du profil. Une des concéquences primordiales de ce récultat est l'apprulation de la trainée d'ande

- les écoulements subsoniques, exempts d'ondes de choc.
- les écoulements supersoniques, acompagnés d'ondes de choc.

Ce travail a montré que la seconde classe de solutions devait désormais être scindée en deux sous classes :

- les écoulements supersoniques sans contrôle d'écoulement, avec chocs.
- les écoulements supersoniques avec contrôle d'écoulement, dans lesquels, les ondes de choc peuvent être supprimées.

Le présent mémoire ne représente qu'une incursion rapide dans ce domaine qui semble très vaste.

Les développements théoriques et les calculs ont porté sur des conditions supersoniques en tout point de l'écoulement, limitant l'étude au cas d'obstacles élancés. Ils ont reposé sur un certain nombre d'hypothèses simplificatrices qui ont été discutées. La démarche complémentaire consisterait à inclure ces effets perturbateurs dans les calculs et programmes de simulation numérique.

La théorie de l'annihilation d'onde de choc autour d'objets épais, nécessitant le passage du modèle bidimensionnel plan à un modèle de symétrie de révolution a été proposé simultanément à la résolution du problème plan. Il doit être en particulier possible de créer autour d'objets de révolution des champs de forces propres à répondre au problème posé.

Le prolongement le plus intéressant est sans doute liée à l'annihilation d'ondes de choc dans l'air aux conditions normales, qui passe par une prise en charge d'une situation très fortement hors d'équilibre et instationnaire. La description d'un tel projet de recherche, assez complexe, sort du cadre de cette étude.

Au niveau des applications générales de la mécanique des fluides.

La MHD ouvre sur le domaine du contrôle en tout point des écoulements fluides. Dans cette optique ceux-ci ne seraient plus déterminés exclusivement par la géométrie des parois, fixes ou mobiles, mais également, et même doit être en particulier possible de créer autour d'objets de révolution des champs de forces propres à répondre au problème posé.

Le prolongement le plus intéressant est sans doute liée à l'annihilation d'ondes de choc dans l'air aux conditions normales, qui passe par une prise en charge d'une situation très fortement hors d'équilibre et instationnaire. La

Sur le plan technologique la MHD présente un retard considérable vis à vis des autres disciplines, qui vient de la faiblesse relative des champs magnétiques utilisés et de la difficulté de les produire, la faiblesse de ces champs allant de pair avec la modicité des rendements. L'émergence de supraconducteurs capables de fonctionner à haute température devrait donner naissance à un ensemble important de machines MHD, à contrôle d'écoulement.

Les applications pourraient être très nombreuses : pompes, pompes à vide, centrifugeuses, accélérateurs, etc....

La conception de ces machines est à repenser totalement en fonction des possibilités offertes par la MHD, en particulier à effet Hall fort. La notion d'aérodynamisme d'une forme ou d'un conduit est alors à reconsidérer entièrement.

- Dans le domaine de la navigation et du vol.

Les résultats des simulations numériques effectuées présentent le système envisagé comme un annihilateur d'onde de choc et eventuellement comme un propulseur.

Les simulations hydrauliques ont montré depuis dix ans [6] qu'il était possible d'annuler la trainée d'onde et même de l'inverser. Ce résultat étant susceptible d'être étendu dans les gaz, le système pourrait déboucher à long terme sur une machine volante capable d'évoluer à vitesse supersonique, le système permettant la supression des ondes de choc étant le même que celui qui propulse l'appareil.

Les résultats obtenus ont montré que la perturbation de pression pouvait être quasiment annulée. La machine serait donc pratiquement silencieuse tout en ayant des performances supérieures à celles des appareils classiques.

Le problème principal réside dans l'obtention de champs magnétiques suffisants. Il semble que le rendement énergétique puisse devenir intéressant à partir de champs magnétiques d'un dizaine de Tesla. Tant que les supraconducteurs nécessitaient une réfrigération à des températures extrêmement basses, l'application concrète d'un tel système semblait relever de la fiction, ne serait-ce qu'à cause du devis de poids. Or la possibilité les simulations nyoraunques ont montre dépuis on and lor qu'il vanir

possible d'annuler la trainée d'onde et même de l'inverser. Ce résultat étant susceptible d'être étendu dans les gaz, le système pourrait déboucher à long terme sur une machine volante capable d'évoluer à vitesse supersonique, le système permettant la supression des ondes de choc étant le même que celui

pourraient satisfaire le cahier des charges de l'engin.

La navigation sous marine et de surface est également asservie à l'intensité des champs magnétiques, les problèmes liés au poids étant moins cruciaux.

Si les supraconducteurs nouveaux ouvrent sur de telles possibilités, la conception de sous-marins MHD se développera très rapidement ([22] voir Annexe 6). C'est typiquement le domaine d'application de ces systèmes de contrôles d'écoulement (suppression de la trainée de frottement par accélération de la couche limite, suppression de la cavitation et de la turbulence). Les sous-marins MHD pourraient être à la fois rapides et silencieux.

Un système de navigation, avec contrôle de l'écoulement par un champ de forces de Laplace, serait en tout état de cause à étudier sur le plan consommation énergétique.

Il est à signaler que toutes ces machines navigantes ou volantes seraient exemptes de toute pièce mobile, style hélice, turbine, gouvernail ou volets.

Pour conclure, on peut dire que ces recherches dans un domaine nouveau, dont cette thèse représente la première approche, ouvrent la voie à de multiples applications originales.

Annexe 1

Modèle simplifié pour l'argon une fois ionisé.

D'après Norman [9]

1) Expression de l'équation d'état.

Pour un gaz reel ayant un taux d'ionisation α, l'équation d'état s'écrit:

$$p = (1 + \alpha)\rho RT = Z\rho RT$$
 (1)

avec:

$$\alpha = \frac{N_e}{N_i + N_n} \tag{2}$$

Z est une variable d'état, qui ne dépend que de deux variables indépendantes. Prenons Z = Z(p,T), ce qui conduit à :

$$\frac{dZ}{Z} = \frac{dT}{T} \left(\frac{T}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_{p=cst} \right) + \frac{dp}{p} \left(\frac{p}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial p} \right)_{T=cst} \right)$$
 (3)

En posant alors les facteurs de compressibilité Zp et Zt, respectivement à pression et à température constante:

$$Z_{t} = \frac{T}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial T}\right)_{p=cst}$$
 $Z_{p} = -\frac{p}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial p}\right)_{T=cst}$ (4) et (5)

l'équation d'état s'écrit alors:

$$(1 + Z_p) \frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} + (1 + Z_i) \frac{dT}{T}$$
 (6)

2) <u>Détermination du rapport des chaleurs spécifiques.</u> Z T `Z `aT'p=cst' p `Z `ap'1=cst'

En posant alors les facteurs de compressibilité Zp et Zt, respectivement à pression et à température constante:

$$dh = C_p dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_{T=cst} dp$$
 (7)

Une relation générale de la thermodynamique est:

$$\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_{T=cst} = \frac{1}{\rho} - \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{\rho}\right)_{p=cst}$$
 (8)

ce qui donne:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{p}}\right)_{T=\mathbf{cst}} = -\frac{Z_{t}}{\rho} \tag{9}$$

et finalement:

$$dh = C_{p} dT - Z_{t} \frac{dp}{\rho}$$
 (10)

L'énergie interne, 'e', est calculée à partir de:

$$de = dh - \frac{dp}{\rho} + \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{\rho}$$
 (11)

qui, combiné à la relation (10) donne:

$$de = C_{p} dT - (1+Z_{i}) \frac{dp}{\rho} + \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{\rho}$$
 (12)

La chaleur spécifilque à volume constant est:

$$C_{v} = \left(\frac{\partial e}{\partial T}\right)_{\rho = cat} = C_{p} - (1 + Z_{t}) \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\rho = cat}$$
(13)

De l'équation d'état, on tire:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial T}\right)_{\mathbf{p}=\mathbf{cst}} = \frac{\mathbf{p}}{T} \frac{1+\mathbf{Z_t}}{1+\mathbf{Z_p}} \tag{14}$$

ce qui donne:

$$de = C_{p} dT - (1+Z_{t}) \frac{dp}{\rho} + \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{\rho}$$
 (12)

La chaleur spécifilque à volume constant est:

$$C = \left(\frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \mathbf{r}}\right) = C - \left(1 + 7\right) \left(\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{r}}\right) \tag{13}$$

Le rapport des chaleurs specifiques s'ecrit finalement:

$$\frac{1}{\gamma} = 1 - \frac{(1+Z_1)^2}{1+Z_p} \frac{ZR}{C_p}$$
 (16)

3) <u>Détermination de la vitesse du son.</u>

La vitesse du son s'écrit:

$$a^{2} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{s=cst} \tag{17}$$

et par ailleurs, à entropie constante, l'enthalpie est exprimée par:

$$dh = \frac{dp}{\rho} \tag{18}$$

qui, combiné à l'expression (10) donne:

$$(1+Z_t) \frac{dp}{\rho} = C_p dT \tag{19}$$

A partir des relations (6) et (16), on obtient:

$$\frac{(1+Z_p)}{\gamma} \frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} \tag{20}$$

et finalement:

$$a^2 = \frac{y}{1+Z_p} \frac{p}{\rho} = \frac{y}{1+Z_p} ZRT$$
 (21)

4) Détermination des facteurs de compressibilité, du rapport des chaleurs spécifiques et de l'équation de l'énergie pour un gaz monoatomique, une fois ionisé.

Une des formulations de l'équation de Saha est:
$$\frac{\frac{1}{2} \frac{1}{p}}{\gamma} \frac{dp}{p} = \frac{dp}{p}$$
 (20)

et finalement:

$$a^2 = \frac{y}{1+Z_n} \frac{p}{Q} = \frac{y}{1+Z_n} ZRT$$
 (21)

ce qui donne:

$$-\frac{2}{\alpha^3} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial p}\right)_{T=cst} = \frac{K}{T^{5/2}} e^{\frac{E_1}{kT}} = \frac{1}{p} \left(\frac{1}{\alpha^2} - 1\right)$$
(23)

et finalement:

$$Z_{\mathbf{p}} = \frac{\alpha}{2} (1 - \alpha) \tag{24}$$

On obtient de la même manière en différentiant (22) par rapport à T:

$$Z_{t} = \frac{\alpha}{2} \left(1 - \alpha \right) \left(\frac{5}{2} + \frac{E_{i}}{kT} \right)$$
 (25)

Cp s'obtient en différentiant par rapport à T la relation de l'enthalpie, où seules l'agitation thermique et l'ionisation sont prises en compte:

$$h = \frac{5}{2} ZRT + (Z-1)R \frac{E_i}{k}$$
 (26)

$$C_{\mathbf{p}} = (1+\alpha) R \left(\frac{5}{2} + \frac{\alpha}{2} (1-\alpha) \left(\frac{5}{2} + \frac{E_{\mathbf{i}}}{kT} \right)^2 \right)$$
 (27)

et on obtient l'expression du rapport des chaleurs spécifiques:

$$\frac{1}{\gamma} = 1 - \frac{\left(1 + \frac{\alpha}{2} \left(1 - \alpha\right) \left(\frac{5}{2} + \frac{E_{1}}{kT}\right)\right)^{2}}{\left(1 + \alpha\right) \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \left(\frac{5}{2} + \frac{\alpha}{2} \left(1 - \alpha\right) \left(\frac{5}{2} + \frac{E_{1}}{kT}\right)^{2}\right)}$$
(28)

L'équation de l'énergie interne est obtenue à partir de la relation (12) qui donne en éliminant dT à l'aide de (6):

$$de = \left(\frac{C_{p}}{ZR} \frac{1+Z_{p}}{1+Z_{t}} - (1+Z_{t})\right) \frac{dp}{\rho} + \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{\rho} \left(1 - \frac{C_{p}}{RZ(1+Z_{t})}\right)$$
(29)

$$\frac{1}{\gamma} = 1 - \frac{\left(1 + \frac{\alpha}{2} \left(1 - \alpha\right) \left(\frac{5}{2} + \frac{E_{i}}{kT}\right)\right)^{2}}{\left(1 + \alpha\right) \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \left(\frac{5}{2} + \frac{\alpha}{2} \left(1 - \alpha\right) \left(\frac{5}{2} + \frac{E_{i}}{kT}\right)^{2}\right)}$$
(28)

L'équation de l'énergie interne est obtenue à partir de la relation (12) qui donne en éliminant dT à l'aide de (6):

Annexe 2

Détermination des caractéristiques d'un plasma d'argon une fois ionisé obtenu en tube à choc.

D'après Billiotte et Guénoche [14].

Prenons comme variables initiales la température T_1 et par là même l'enthalpie h_1 du gaz basse pression avant le passage du choc initial (indice 1), ainsi que la température T_2 et la pression P_2 du plasma après le choc (indice 2). On en déduit pout d'abord la vitesse du son avant le passage du corps:

$$\mathbf{a}_{\mathbf{i}} = \sqrt{\gamma R T_{\mathbf{i}}} \tag{1}$$

Puis on calcule le saut d'enthalpie au passage du choc:

$$\frac{h_2 - h_1}{R} = \frac{5}{2} (T_2 - T_1) + \alpha \left(\frac{5}{2} T_2 + 182843 + \frac{2060}{1 + \exp\left(\frac{2060}{T_2}\right)} \right)$$
 (2)

et le rapport des masses volumiques:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{1}{2} \left(-\left(2 \frac{h_2 - h_1}{R T_2} - Z_2 \frac{T_2}{T_1} + 1 \right) + \left(\left(2 \frac{h_2 - h_1}{R T_1} - 2 Z_2 \frac{T_2}{T_1} + 1 \right)^2 + 4 Z_2 \frac{T_2}{T_1} \right)^{1/2}$$
(3)

Le taux d'ionisation est calculé à partir de la loi de Saha:

$$\frac{1}{\alpha^2} = 1 + \frac{p}{6.666 \cdot 10^{-2} \, \text{G T}^{5/2} \, \exp\left(-\frac{182900}{T_e}\right)}$$
 (4)

où Te désigne la température électronique, et G le poids statistique :

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{1}{2} \left(-\left(2 \frac{h_2 - h_1}{R T_2} - Z_2 \frac{T_2}{T_1} + 1 \right) + \left(\left(2 \frac{h_2 - h_1}{R T_1} - 2 Z_2 \frac{T_2}{T_1} + 1 \right)^2 + 4 Z_2 \frac{T_2}{T_1} \right)^{1/2}$$
(3)

Le taux d'ionisation est calculé à partir de la loi de Saha:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\rho_2 Z_2 T_2}{\rho_1 T_1} \tag{6}$$

d ou on tire p4 puis p1, à partir de l'équation d'état:

$$\rho_1 = \frac{p_1}{R T_1} \tag{7}$$

la vitesse et le nombre de Mach du choc par rapport au gaz basse pression au repos:

$$V_{oc} = \frac{p_2/p_1-1}{1-p_1/p_2} R T_1$$
 (8)

et enfin la vitesse de l'écoulement:

$$V_2 = V_{oc} \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)$$
 (9)

Connaissant les densités des particules et la température, on en déduit alors d'après les relations pour les gaz réels données par Norman [9], tous les paramètres du plasma: la conductivité σ , le rapport des chaleurs spécifiques γ , la vitesse du son 'a2'.

Le nombre de Mach de l'écoulement du plasma est alors obtenu en posant:

$$M_2 = \frac{V_2}{a_2} \tag{10}$$

Connaissant les densités des particules et la température, on en déduit alors d'après les relations pour les gaz réels données par Norman [9]. tous les

Annexe 3

Formulation de l'équation de conservation de l'énergie avec effets de gaz réels

L'équation généralé de l'énergie proposée par Sutton et Sherman ([7] p. 121) est la suivante, en négligeant les pertes par rayonnement et par conduction:

$$\rho \frac{De}{Dt} + p \nabla \cdot \mathbf{V} = \mathbf{E}^{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{J}$$
 (1)

D'autre part, Fontaine [2] a établi une expression de l'énergie interne tenant compte des effet de gaz réels et présentée en Annexe 1 :

$$de = A \frac{dp}{p} - B \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{\rho} = (\frac{1+Z_t}{\gamma-1}) \frac{dp}{\rho} - (\frac{1+Z_t}{\gamma-1} \frac{\gamma}{1+Z_p} - 1) \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{\rho}$$
 (2)

En régime stationnaire, la dérivée particulaire de l'énergie interne devient:

$$\rho \frac{\mathrm{De}}{\mathrm{Dt}} = \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{e} = \mathbf{A} \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{p} - \mathbf{B} \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{p}$$
 (3)

Les gradients de masse volumique et de pression peuvent être tiré des équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. On obtient:

$$\mathbf{V} \cdot \nabla \rho = -\rho \ \nabla \cdot \mathbf{V} \tag{4}$$

$$\mathbf{V}.\,\mathbf{\nabla}\mathbf{p}\,=\,\mathbf{V}.\,\mathbf{J}\,\mathbf{x}\,\mathbf{B}\,-\,\mathbf{p}\,\mathbf{V}.\,(\,\mathbf{V}.\,(\,\mathbf{\nabla}\otimes\mathbf{V})\,) \tag{5}$$

L'introduction de ces expressions dans l'équation de l'énergie conduit à:

$$p(B+1)\nabla \cdot \mathbf{V} - \rho \mathbf{A} \mathbf{V} \cdot (\mathbf{V} \cdot (\nabla \otimes \mathbf{V})) = \mathbf{E}^{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{J} - \mathbf{A} \mathbf{V} \cdot \mathbf{J} \mathbf{x} \mathbf{B}$$
⁽⁶⁾

$$\rho = \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{e} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{p} - \mathbf{b} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$$
 (3)

Les gradients de masse volumique et de pression peuvent être tiré des équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. On obtient: ou la designe la vitesse du son dans un gaz réel, on obtient l'expression de l'équation de conservation de l'énergie en terme de vitesses pour un régime stationnaire:

$$= \frac{\mathbf{E}^{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{J}}{\rho \cdot \mathbf{A}} - \frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{J} \cdot \mathbf{B}}{\rho \cdot \mathbf{A}}$$
 (8)

Dans une formulation bidimensionnelle plane liée au repère R_0 (0, x_0 , y_0 , z_0), le vecteur vitesse V a deux composantes (uo, vo) qui correspondent à ses projections sur les axes x₀ et y₀ du repère considéré.

$$\mathbf{V}.\left(\nabla\otimes\mathbf{V}\right) = \begin{vmatrix} u_o \frac{\partial u_o}{\partial \mathbf{x}_o} + v_o \frac{\partial u_o}{\partial \mathbf{y}_o} \\ u_o \frac{\partial v_o}{\partial \mathbf{x}_o} + v_o \frac{\partial v_o}{\partial \mathbf{y}_o} \end{vmatrix}$$
(9)

et:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{\partial \mathbf{u_o}}{\partial \mathbf{x_o}} + \frac{\partial \mathbf{v_o}}{\partial \mathbf{y_o}} \tag{10}$$

L'équation de l'énergie devient alors:

$$\left(\mathbf{a}^{2}-\mathbf{u}_{o}^{2}\right)\frac{\partial\mathbf{u}_{o}}{\partial\mathbf{x}_{o}}-\mathbf{u}_{o}\mathbf{v}_{o}\left(\frac{\partial\mathbf{u}_{o}}{\partial\mathbf{y}_{o}}+\frac{\partial\mathbf{v}_{o}}{\partial\mathbf{x}_{o}}\right)+\left(\mathbf{a}^{2}-\mathbf{v}_{o}^{2}\right)\frac{\partial\mathbf{v}_{o}}{\partial\mathbf{y}_{o}}=\frac{1}{\rho}\left(\frac{\mathbf{E}^{\mathbf{a}}\cdot\mathbf{J}}{A}-\mathbf{V}\cdot\mathbf{J}\times\mathbf{B}\right)$$
(11)

Le membre de gauche correspond aux Termes Sources de l'énergie, c'est à dire à l'énergie introduite dans l'écoulement par effet Joule et par le champ de force. Pour des raisons pratiques, on introduit:

$$\mathbf{J} = \frac{\mathbf{J}^2}{\sigma \rho \, \mathbf{V}^3 \, \mathbf{A}} \qquad \text{et} \qquad \mathbf{f} = \frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{J} \, \mathbf{x} \, \mathbf{B}}{\rho \, \mathbf{V}^3} \tag{12}$$

Soit 'L' une longueur caractéristique de l'écoulement. J.L et F.L sont les
$$(a^2-u_o^2)\frac{\partial u_o}{\partial x_o} - u_o v_o (\frac{\partial u_o}{\partial y_o} + \frac{\partial v_o}{\partial x_o}) + (a^2-v_o^2)\frac{\partial v_o}{\partial y_o} = \frac{1}{\rho}(\frac{\mathbf{E}^a \cdot \mathbf{J}}{A} - \mathbf{V} \cdot \mathbf{J} \times \mathbf{B})$$
 (11)

Le membre de gauche correspond aux Termes Sources de l'énergie, c'est à dire à l'énergie introduite dans l'écoulement par effet Joule et par le champ de force. Pour des raisons pratiques, on introduit:

Annexe 4

Programme de calcul de l'écoulement interne dans une tuyère convergente en présence de forces de Laplace

```
lu, p, T, Fx, Fy, phi, alpha, Machf, Fx, Fy, phi, alpha, Mach : array[nl..n2, Nl..N2] of real;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               ii, xez, yez, incr, kkl : integer;, yez, incr, kkl : integer;
him, Ycz, RM2, y3, ga, Jx, Jy, Fb:2, RM2, y3, ga, Jx, Jy, Fb, RoO, UO,JO : real;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          g[14] of char; { equivalent a STR34 char; { equivalent a STR1NG en Fascal UCSD }
                                                                                                                                                                                                                                                                                     Rayon de courbure du convi Rayon de courbure du convergent/divergent )
.pen')] program Ecoulement_Internt program Ecoulement_Interne (input.output.)
                               nt dans une tuyere convergent par; une tuyere convergent par la methode des
                                                                                                                                                                                                                                                         ( 1/2 Hauteur de la tuyere ( 1/2 Hauteur de la tuyere en mm)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                { position du convergent en: position du convergent en mm}
( Longueur du convergent en: Longueur du convergent en mm)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             s dans la hauteur }
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            J premier point }
                                                           it interne )
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              (1) of real;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       of integer;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   of integer;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    al);extern;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            :alcul }
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       extern;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            ( uisi
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            :tern;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   :tern:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         terni
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                (tern:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           e points dans la hauteur }
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            tion du premier point }
                                                           oulement interne )
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           O.. jmaxil of real;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            maxil of integer;
maxil of integer;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    z,t:real);extern;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            ge de calcul }
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     eger);extern;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       ea]);extern;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            du dessin }
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         eal);extern;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     eal);extern;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             eal);extern;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  ic real:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            integer;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         pascal)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         1que >
                                                                                                                                                                                                                                 ere >
```

theat t these

integer):extern;
ager):real;extern;
<tern;
fertrin;</pre>

xtern; ;extern;

al) : real;

(;;)

1) : real;

(q.

1) : real;

50) then

sqrt (R + R - sqr (x - Lp)):

eal);

eal);

eal);

al);

al);

/2) then R = x + x); /Lp) then sqr(x ~ Lp)) + Yc2;

(:: # X |

eal);

```
Calgha 1 reall 1 reall
```

```
vegande des champs de parametres «.y.p.) parametres «.y.p.T.F«.Fy.V«.Vy ');
.'Paramint.Dat');
erfarametres;
                                                                                                                                      ob ₹N
                                                                                                               ກອທີ່
                                                                                                                                                              i do
```

ram, sfir,]3,yfir,]3,pfir,jJ,Fsfir,jJ,Fsfir,jJ,Fsfir,jJ,Fsfir,jJ,Vsfir,jJ,Vyfir,jJ,Vyfir,jJ,Alphalir,jJ,Adfir,jJ,Mufir,jJ);

ije de je

tureChampV;

re du Champ de potentiel Electrique Fotiel Electrique FotInt');Readin(NoFichier); r : real; Fichier/100); ger:

FotInt*+Chr (Trunc (ie/10) +48) +Chr (ie-fre/10) +48) +Chr (ie-frunc (ie/10) *10+48) +Chr (trunc (le/10) +48) +chr (ie-frunc (le/10) *10+48) +*. DAT*; fichier lu s'appelle : **NomFichier); : **NomFichier); r-1e+100;

mFichier,old);

ni to jmaxi do

c); i1[j]:=trunc(r); c); ia[j]:=trunc(r);

o); iafj]:=trunc(r) ni to imaxi do r); ji[i]:=trunc(r); r); ja[i]:≃trunc(r);

in to jmaxi do mini to imaxi do , V[i,j]);

de lecture');

de lecture,

ger; : real; igna *jmaxi / 20000 / 2.5: sqrt(H-sqr(Lp/2/R))); { partie etroite (partie etroite du convergent) { y du centre du deusième concle du deusième concle du profil) 0*MO-1);

O≠MO-1/i gamma + 1) / (gamma - 1)); := arctan(1 / RM⊋);

Rgp / FO; grt (gamma * Rgp * TO); o Ni do

F0; T0;

: integer); , y : real; long : integer);

.p/2), 5);), 5); (10); y(le + Le), 10);

д Эб ı do y[i, 0.1);

ı do

ai * i / Ni3 RM2 * y(i. O];

0111;

ф

alphafo, 01;
/ 2;
/ 2:
/ 3:
/ 0 ;

```
4, Dld,V4(14,M4,R04,p4,V3,M3,p3,R03,13.d; 3,p3,R03,13.d; ; real;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               , Vo. VI, V2, V3, V4, IgTheta, CosTheta, Eta, CosTheta, Etreals
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                1+V4·V3-V2) +2 / /R2/ (cos(theta) +sin (theta) ) is) +sin (theta) ) ;
      (G / ×P)
= X0 - (16 - 1) + dx + y + (dx / 2);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           h, Sgh, Tgh, H, G, dksì, EW : real;
ylh, E:ll, Fyll, Epki, Epkh : real;
NN : integer;
                  = 1 * h / NI;
(xa · ya);
(xa + dx / 2, ya + h / Ni);
(xa + dx, ya);
(xa + dx, ya);
(xa + dx / 2, ya + h / Ni);
(xa + dx, ya);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                ia[yj] then yj:=yj+1;
jma:i) then yj:=jma:i-3 ;
imaxi) then xi:= imaxi 2 ;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       ta := ((V3-V1)/(V2-V4));
:= arctan(tgTheta);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   arctan(tgTheta)-p1/4;
na*E*kE;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            paroi (i : integer):
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             1 + V2 + V3 + V4) /4;
                                                                                                                                                                                                                                               J3(:.y:real);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   xi+1, yj+1];
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            cos (Theta);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               sin(theta);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            unc ( :+11p):
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               xi,yj+1];
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    ×1+1,yj];
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     V4) then
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           ×i · y j ] ;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               ung (y) ;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                nteger:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        =pi/_;;
                                                                                                                                                                                                                                                                                      4143
```

= 0 to Ni do

1 to 15 do

```
qr(1/Mach[i,i-1])/p[i,i-1]*Fpki | sqr(1/hi-1]*Fpki | sqr(1/Mach[i,i])/F[i,i]*Fpkh)*Eksi/gamma/4;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    1,1-1] + (2*8ld + ph.El.() - ph.El.() + ph.El.() + ph.El.() + M3*M3*gamma*p3/sqrt(M3*M3 1);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              - (p3-p4) + (1/r03/v3+1/r04/v4) /: + (P3/r204/v4) /: + (P3/r04/v3+Ex4/r04/v3) + dx/::
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         Phili,i-1] - alphali,i-1] + phili,i] - a-1] + phili,i] - alphali,i) / 2);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       philiii 1 = alphalii-11 + philiii - a-11 + philiii - alphaliii) / 2);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          (\mathsf{sqe}(\mathsf{VE}[i,i] \exists \forall \mathsf{VE}[i,j,i-1]) \land \mathsf{sqe}(\exists [i,i]), \exists (i+1), \forall \mathsf{sqe}(\exists [i,i]), \exists (i+1,i-1])) \land (\mathsf{OSE}[i,i], i-1]));
                                                                                           -1] * cos(phili.i-1) + Fyli.i-11 * sin(+ Fyli.i-11 * sin(phili.i-11);
i-1] * sin(phili.i-11) + Fyli.i-(] * cos + Fyli.i-(] * cos(phili.i-11);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      i.i.] * sin(phi[i.i]) + fy[i.i] * cos(phi[fy[i.i] * cos(phi[i.i]);
alpha[i.i]) * fylh + sin(alpha[i.i]) + (iin(alpha[i.i]) + (iilh;
                                                                                                                                                                     phalii-11) * Fyli + sin(alphalii-11) +:in(alphalii-11) + f::1;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          .1] * cos(phi(1.1]) + Fy[1.1] * sin(phi(fy[1.1] * sin(phi(1.1]);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          gh - Tih);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | ~ G) / (Tgh - Tih);
| * Tgh - G * Tih) / (Tgh - Tih);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     Philli-1,1-11 + Philli.11) / 2);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          phili-1,1 (1,1 + phili,1) / ≥);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            11] - Yfi,1-11) / Sih / 10003
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             Ro3: Ro4 : P3:=p4 : M3:=M4 ;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      J - Tib * x(i,i-1);
-1] - Tgh * x(i-1,i-1);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   r (937M3) / gamma/Rip 1
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         arctan (yp (x[i,1]));
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           ifi, j ]+1d[i, j ];
pha(1-1,1-1);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    1,1-11+014;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                [1-1,1-1];
                               1-1,1-13;
                                                                 i-1, t-1];
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        -j× + ₽B
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   )y * FB;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  1-1, i-1 l;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      y[i,i]);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     to 4 do
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              1,1-13;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 1,1-13;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    Rgp/t4;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          op uu
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 1,13:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 . ( (
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  : 0
: 0
: 0
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   ē
```

. . . .

1,1-13;

٠, ٠٠٠ alinill: arclan(1/sqrt (M.S+M.S 15)); sqr (V3/M3)/gamma/Rip 111:~V3*sin(philii1); replacyfog D1 referente yforten 1D3 1-19 t 1 1. y(1-1, t 1); 151-113c y[15]-140; 1.1 11. y(1.1-11); זיון היולי יו נייו) O then

e nūrmal (1,] : integer);

·[i,j]/kfk);

SEND LEFTER DE L'AREK-VIT-TIFFYELD 1746 KUS · [13]]+F:[1,]]/kEk,y[1,]]+Fy[1,]]/kEk);

"[m] J. y[m] D: "Internation of the plant

/[1+j]]/k[.k]:

u, fpki, fpek, fpkh, fpch, fsli, fyli, fxlksli, fyli, fxlk, fylk, fslh, fylh ; real; 3,Fs4, ER, detap, dksip, V4, M4, R04, 14, p M4, R04, 14, p4, VI,VS:V3,M3,p3,ro3,T3,phi3, dx ; real; kh, tih, tkh, G, H, dksi, deta, bb : real; ya, bb : real; eals :3,:4,y1,y2,y3,y4,tg1,ph1p1:real; 11 : integer;

-Fxii, j - i] * singphilis j - il) + Fylis j - il) + Fylis j - il) * cos(philis j - il) i Fxii * sin(alphalis j - il) + cos(alphalis + cos(alphalis j - il) * Fylii Fxli-1s j l * cos(phili-1s j) + Fylis l s j + Fylis l s j + sin(phili-1s j il) i -Fxli-1s j l * sin(phili-1s j) + Fylis l s j + Fylis l s j s s j + cos(phili-1s j il) i Fxlk * sin(alphalis - 1s j il) - cos(alphalis - cos(alphalis l s j il) * Fylks il) i = (Vxli-1s) | + Vxlis s j | - 1]): Exti. j - 1] • cos(phili. j - 1]) • Eyli. - 1]) • Eyli. j - 1] • sin(phili. j - 1, j () / 2; .jl := (alphali.j-1) + alphali.l.jl) / .3 ([1.1.jl) / .3 j D / 23 J-11)/23 i = (p(i), j - 1) + p(i - 1, j) / 2; j1 := (pni(i), j - 1) + pni(i - 1, j) / 2;j1 := (Machfi-l,j] + Machfi,j-l])/?;

#[1.5]=1] ; y] ;= y[1.4] [] : ::;=#[(=).1] ; ::;=#[(=).1] ; ;;=#[(=).1] ; y;:=y[1.4]);
= (v1-y.)/(a1-a.); 1-1-13333 i., [13)); 59rt (59r (Vaf1-1,17)+59r (Vyl 1-),170); sqrt (sqr (V::[1,j-1]) +sqr (Vyli,j 1]));

:= (Vyf1-15] + Vyf15] -11) / 3:

Lij -11 > -10 then 53

= 1 to an do

= sin((phi())=11 = alpha(i) | 11 + phi() | 11 + phi() | 1 + alpha(i) | 2 | 23 + alpha(i) | 2 | 24 + alpha(i) | 24 + alpha y[13]-11 - (1h + x[13]-1]3 y[1 13]3 - (kh + x[13]3)3

(14) [4b): := (Yfiell Yfiel-ID / Sib / Loon)

-1,31, y(i-1,31); ,j-11, y(i,j-11); ,j'i, y(i,j-13);

111. 111.133

```
3 := M4 * (1 · (p3 p4)*((1+M3+M3*(qamma-1)/213*(qamma-1)/2)/mma*(1+M4*M4*(qamma-1)/2)/ro4/V4/V4)/2 + (Fx3/ro3/V3/V3/Fx4/ro4/v4/v4)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        ((Sin(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13);ean(alphafi,j-13)*ean(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphafi,j-13)*cos(alphaf
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           (sin(alphafi-1,j])*cos(alphafi-1,j])/pl1-1,j-1,j])/pl1-1,j l+sin(alphafi,j-1])*cos(alphafi,;-1])/pfi,j-1])/gamma;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     - (Fpki/sqr(MachEisj 11)/pEisj-11 + Fpkh/sq -11 + Fpkh/sqr(MachEisj)/pEisj1) +dkSi/gamma/4;
- (Fpek/sqr(MachEi-1sj1)/pEists] + Fpeh/sqs] + Fpeh/sqr(MachEisj1)/pEisj3)+deta/gamma/4;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       1.j 1:=03+sin (phi 3) (Phi I t.j 1:: Fhi 3) - Alpha L. ji 3) - Alpha L. j 1:=03+sin (phi 3) (Phi I L. j 1:=03+sin (phi I L. j 1:=03+
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      3 := V4 - (p3-p4)*(1/ro3/v3+1/ro4/v4)/// + (F/04/v4)/// + (F/3/ro3/v3+E4/ro4/v4)*ds///
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               h. [1, 1] := M3 : p[1, i]: p3 : 1[1, j]: 13 : ∀ [1, j]: 13 : ∀ [1, j]: =∀ *cos (ph. 3):
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              ap := deta*sin(alpha[i=l,j]) ; dksip :> dksip :> dksi*sin(alpha[i,j=l]);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         := (Machfi,j-11*detap + Machfi-1,j1*dksip) / 1,j1*dksip) / (detap+dksip);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         deta*dksi*sin(a)phall-1.j]+alpha[1.j-1]!/Alpha[1.j-1]!/(detap+dksip);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        ** (p[1,j-1]*detap + p[1-1,j]*dksip) / (detapksip) / (detap+dksip) ;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   := (Fx[i,j-1]*detap + Fx[i-1,j]*dksip)/(det.]*dksip)/(detap+dksip);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           \approx \sin(\text{phi}[1, j]) + \text{Ex}[1, j] + \cos(\text{phi}[1, j]) + \cos(\text{phi}[1, j]) + \text{Ex}[1, j]
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                = [r(1), 1] + cos(phi(1), 1] + Fy(1), 1 + sin(phi(1), 1] + sin(phi(1), 1);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       = "cos(alphalist) + Fyth + sin(alphalist) ((alphalist) + Fills
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          = cos(alphafiij]) + Fylh + sin(alphafiij]) +(alphafiij]) + Fxlh;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      = (y3-y2-x3*tan(ph1p)+x2*tg1)/(tgI-tan(ph1p)(tgI-tan(ph1p));
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 := V4 : Ru3:=R04 : M3:=M4 : F:3:=F:[1,1] : (:=F:[1,1]);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              14 dk 51p);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  (VI*detap + V2*dksip)/(detap+dksip);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     = sqrt (sqr (x3-x4)+sqr (y3-y4))/1000;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              : = 8di. (V4/M4) / gamma / Rgp :
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                3 := sqr (V3/M3) / gamma/f/gp :
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           =x[1,1] 1 ; y3:=y[1,1] ;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        11:≕1 to 3 do begin
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         o3 :: p3 / Rgr / T4 ;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            1:= Muf 1-1,1] + Dmut
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                = (x4-x2) + tgI + y2;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    p:=phi3-phi[i-1, ] ];
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     1:= Ld(1,)-1]+[i]d;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   = mu[i,j]-ld[i,j];
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      := p4/Rgp/T4 ;
                                                                                                                                           .] [: ] Y * BM;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                    - 13 1 1 × 1 1 × 18 H
[11]].y[11]]
```

110001

V[1-1,1]) / Skt / Fourt

= (y[1,j]) Filmt(1,j);

= O then

```
Et = 1, prEp13 + VED, prEp1 + prEp13 + VED, prEp1 + prEp13 + VED, prEp13 + 
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           1 downto 1 do \frac{1}{j}1 + V(0, j+1) / (j+1) + V(0, j+1) / 3t
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             -13+V(1,1+11)/3;
33+V(1,1)(1,1+13)/2;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  ]1[1] + 1 do
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  (i.]+1 do
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        downto jifil+1 do
j]+V[i,j-1]+V[i,j+1])/3;
[i-1,jiEi]]+V[i,ji[i]+1])/2;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        1 downto 1 do
```

s, - . # , ·

7010.dat');

xi do

1);

×i do

33 ;

an do an do

g

.

,

.

0.5); ou suite (5)'); n

¢

(3) (3)

BIBLIOGRAPHIE

- 1 Krank S.C., Experimental investigation of magnetoserodynamic flow around blunt bodies, Northwestern University Ph. D. Eng. Gene., 1969.
- Fontaine B., Contribution à l'étude de l'action d'un champ magnétique ou d'un champ électrique transversal sur un courant supersonique d'argon ionisé: cas d'une décharge pure: cas de la conversion MHD, Thèse N° A O 7860, Université de Marseille, 1973
- 3 Forestier B., Etude de l'accélération par les forces de Laplace d'un écoulement supersonique d'argon ionisé, Thèse N° A 0 7861, Université de Marseille, 1973
- 4 Carrière P., Méthodes théoriques d'étude des écoulements supersoniques, Publications scientifiques et techniques du ministère de l'air, France, 1957
- 5 Courant R. & Friedrichs K.O., Supersona: flow and shock waves J. Interscience publishers Inc., New York, 1948
- 6 Petit J.P., Is supersonic flight, without shock we'ves, possible, Heith Inter. Conf. on MHD Electr. Pow. Gene., Moscow, 1983.
- 7 Lebrun B. Approche théorique de la suppression des ondes de choc se formant autour d'un obstacle efflié placé dans un écoulement supersonique d'argon ionisé à l'aide de forces de Laplace. Cas d'un écoulement quasi-unidimensionnel stationnaire pour un gaz parfait et un gaz réel Cas d'un écoulement bidimensionnel stationnaire à pression constante. Thèse de Docteur-Ingénieur Aix Marseille I 1987.
- 8 Sutton G.W. & Sherman A., Engineering magnetohydrodynamics Mac Graw-Hill, New York, 1965
- 9 Sivoukhine D. , Cours de physique général. Thermodynamique et physique moléculaire, Editions de Moscou , 1975
- 10 Norman W., One dimensional magnétohydrodynamics équations for a formant autour d'un obstacle effilé placé dans un écoulement supersonique d'argon ionisé à l'aide de forces de Laplace. Cas d'un écoulement quasi-unidimensionnel stationnaire pour un gaz parfait et un gaz réel Cas d'un écoulement bidimensionnel stationnaire à pression constante. Thèse de Docteur-Ingénieur Aix Marseille I 1987.
- 8 Sutton G.W. & Sherman A., Engineering magnetohydrodynamics, Mac Graw-Hill, New York, 1965

- 12 Dukowicz J.K., A magnetohydrodynamic flow in the shock tube boundary layer with transverse magnetic field, UTIAS Rep Nº 115, 1966
- 13 Daniel B. et Tamor S., Non equilibrium ionization in magnetohydrodynamic generators, Gene. Elec. Res. Lab. Rept. 65-RL (2922E), 1962.
- 14 Larcher G., Thénard C. et Maillot P., Température et densité électronique à l'équilibre d'un plasma d'argon pur produit en tube à choc, C. R. Acad. Sc., T.276 Série B., Paris, 19 Fév. 1973
- 15 Billiotte M. et Guénoche H., Ondes de choc dans l'argon, IMFM, 1963
- 16 De Votto R.S., Transport coefficients of partially ionized argon, Phys. of Fluids vol. 10 n°2, Feb 1967
- 17 Petit J.P. et Darrozes K., Calcul des paramètres de transport des plasmas non lorentziens, J. de Méca., 1975
- 18 Petit J.P., Valensi J., Dufresne D., Caressa J.P., Caractéristiques électriques d'un générateur linéaire de Faraday utilisant un mélange binaire de gaz rares, avec ionisation hors d'équilibre, C.R.A.S. t.268 P.245-247, Jan. 1969
- 19 Velikhov E., Hall instability of current carrying slightly ionized plasma, MHD Electr. Pow. Gene., Newcastel, 1962
- Jeukins M.K., Nakamura T., Vilas T.R. et Eustis R.H.: Standford Univers USA., Experimental results of a hight magnetic field combustion disk generator, Seventh Inter. Conf. on MHD Electr. Pow. Gene. p.495-502, Cambridge, 1980
- 21 Ishikawa M.: Kyoto Univers. Japan , Coupled effects of electrodynamics and gasdynamics in disk-type MHD generator, Seventh Inter. Conf. on MHD Electr. Pow. Gene. p.495-502, Cambridge, 1980
- 22 Resier E.L. et Sears W.R., The prospects for magnétoaérodynamics, J. Aeron. Sci. Vol 25 p.235-246, 1956
- 23 Lebrun B. et Petit J.P. Annihilation des ondes de choc dans les écoulements supersoniques par champ de force MHD. Modèle quasigenerator, Seventh Inter. Conf. on MHD Electr. Pow. Gene. p.495-502, Cambridge, 1980
- 21 Ishikawa M.: Kyoto Univers. Japan , Coupled effects of electrodynamics and gasdynamics in disk-type MHD generator, Seventh Inter. Conf. on MHD Electr. Pow. Gene. p.495-502, Cambridge , 1980
- 22 Resier E.L. et Sears W.R., The prospects for magnétoaérodynamics, J. Aeron. Sci. Vol 25 p.235-246, 1956

RESUME

La suppression des ondes de choc dans les écoulements supersoniques par un champ de force de Laplace autour d'un obstacle effilé est abordée à travers deux modèles théoriques correspondant à des régimes stationnaires:

- un modèle quasi-unidimensionnel, pour un gaz réel et un gaz parfait, basé sur la conservation du parallélisme des caractéristiques issues de la paroi de l'obstacle;

- un modèle bidimensionnel pour un gaz parfait établi sur la méthode générale des caractéristiques dans le cas d'écoulements plan et à symétrie de révolution en interaction MHD non isentropique.

Plusieurs critères généraux concernant l'intensité du champ de force, sa géométrie, la sensibilité de l'écoulement au blocage thermique, et notamment un critère 'anti choc', sont ainsi établis.

L'étude quasi-unidimensionnelle met en évidence l'influence favorable que peut avoir l'effet Hall, et montre que la suppression des ondes de choc s'accompagne de la constance de la température, de la pression, et de la masse volumique le long du profil. Ces résultats impliquent l'annulation de la traînée d'onde,

L'étude bidimensionnelle montre, à l'aide de simulations numériques pour des écoulements isentropiques, que les systèmes d'ondes de choc apparaissant normalement dans une tuyère supersonique convergente ou autour d'un obstacle effilé plongé dans un écoulement supersonique peuvent être supprimés.

Ces travaux pouvant déboucher sur des expérimentations en tube à choc, l'étude des écoulements de plasmas d'argon obtenus par ce procédé est faite, et des conditions expérimentales sont dégagées.

ABSTRACT

The shock wave cancellation by the action of the Lorentz force in the supersonic flows is described by two steady-state models for inviscid gas:

a quasi-onedimensional and isentropic model in the cases of real and perfect gas. The shock wave structure can be eliminated when the self-crossing of the characteristic lines is prevented by the Lorentz force field;
 a bidimensional analysis in the case of a non isentropic, plan or cylindrical

- a bidimensional analysis in the case of a non isentropic, plan or cylindrical flow, by the characteristic method.

Several criterions are established concerning the force field intensity, its geometry, and the sensitivity of the flow to the thermal blockage. Thus, an 'anti shock' criterion is proposed.

The quasi-onedimensional approch shows the favourable action of the Hall effect. The shock wave cancellation induces then the constance of the thermodynamic parameters $p \ T \ \rho$ along the streamlines. This result involves the drag to be zero.

The numerical simulations resulting to the bidimensional analysis shows the possibility to eliminate the shock wave structure wich appears usually in a convergent channel or around a thin body.

This work may lead to shock tube experiments and the ionized argon flows obtained with such process is done. Experimental conditions are proposed.

Several criterions are established concerning the force field intensity, its geometry, and the sensitivity of the flow to the thermal blockage. Thus, an 'anti shock' criterion is proposed.

The quasi-onedimensional approch shows the favourable action of the Hall effect. The shock wave cancellation induces then the constance of the thermodynamic parameters $p \ T \ \rho$ along the streamlines. This result involves the drag to be zero.

The numerical simulations resulting to the bidimensional analysis shows the possibility to eliminate the shock wave structure wich appears usually in a convergent channel or around a thin body.

```
- (Fpek/pti-1,)]/sqr(Machti-1,j]) + Fpeh/p-1,j]) + Fpeh/pti,j]/sqr(Machti,j]))/4/gamma*Neta;
                                                                                                                                                                                                                                       lk, Epek, skhi tkh, k, deta, Exih, Eyih, EpEkih, Eyih, Epek, bb : real;
FR .UId, Emu, phi3, ds, V4, M4,R04,p4,l4, M4,R04,p4,l4, V5M3,E3.F5.rd3 : real :
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               os(phi[i-1,j]) * fs[i-1,j] + sin(phi[i-1,j] sin(phi[i-1,j]) * fy[i-1,j];
sin(phi[i-1,j]) * fs[i-1,j] + cos(phi[i-1,j) cos(phi[i-1,j]) * fy[i-1,j];
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    = -fx[i,j] + sin(phi[i,j]) + fy[i,j] + cos(fy[i,j] + cos(phi[i,j]);
= fx[h + sin(alpha[i,j]) - fy[h + cos(alpha[i,j]);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          in(alphafi-lij)) * Fxik - cos(alphafi lijlis(alphafi lijl) * Fylks
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             : fx[i,j] + cos(phi[i,j]) + fy[i,j] + and(phy[i,j] + and(phi[i,j]);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   sin((phi[i-1,j] + alpha[i-i,j] + alpha[i,j] + alpha[i,j]) / 2); tan((phi[i-1,j] + alpha[i-i,j] + alpha[i-i,j] / 2);
                           . J J7kf t.) :
                           1.) ] +Fx[1.] ]/kEk,y[1.] [+Fy[1.]]/k[1.]
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    : (y[i,j] - yEi-1,j]) / skh / 10003
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      = TCi-1,j-1];
= pCi-1,j-1];
= FxCi,j]; Fx4; = FxCi 1,j-1J;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  = (x[1,1]-x[i-1,1-1])/10001
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              1:1:11 - Tkh + x[i-1:j]1
                                                                                                                                                   median (i, j : infeger):
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              ] := mu[i-l.j] + Dmu;
] := Mu[i.j] ;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           := (y[1,j]-K) / Tkh;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           1 := alpha[1-1,1];
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         = Mach(1-1,1-1);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        i,j], y[i,j]-1);
j] := jy + BB;
j] := -jx + BB
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             = Vx[1·1,]-1] :
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       : =: phi[1-1,1];
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               :-:Mach[1-1,j];
1, 1 ], y[1, 1]);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  = p4/figp/t4 :
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 j] > --10 then
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           = Vx[i 1,]];
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       = Vy[1-1, j]
                                                                                                                                                                                                           n : integer;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        p[i·1, ]];
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           I to nn do
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     Int(i,j);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   1 1y:=0 :
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           : 0 :: [
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              1) := 0:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       10 =: [[
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              0 then
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 :
!
!
```

```
PELoj N=p3 i TEoj J:a(3 ; V.(c.joj N=p3 i TEoj J:a(3 ; Va(coj H:vV€+cev(plot c) h:
b(Eoj J): AlphaEoj J:marctan(1/soj J): AlphaEoj J:marctan(1/sqr)(Machicoj H+MachEoj J ) ) :
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   , V[1, j]+Fy[1, j]/kFh) :
1:=M4 ; p3:=p4 ;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          (1 ) NI) then
                                                                                          inna/Rgp ;
                  1910
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    ···
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 /KEk,y[1,j]+Fy[1,j]/kfh):
: M3:=M4 ; p3:=p4 ;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        and (1 ) NI) then
                                                                                        )/gamma/Rgp ;
3;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 ypc);
                                                                                                                                                                                                                                                           ; (T [
                                                                                                                                                                                                                       : ([
```

) † ;	ost Int;
	(b)
]:integer):real;	t (i.j.;integer);real;
In.	reali
; Emu:= Mu[i.]]-Mu[j.]] ; () hi[i.]]+alpha[i.]]>=alpha[i.o phi[i.j]+alpha[i.]]>phi[O.O]+	<pre>f Dnu:= Mu[i,j]=Mu[j,j] i () j,Ol; Dnu:= Mu[i,j]=Mu[j,j] i () hi[i,j]+alpha[i,j]>=alpha[i,o] ((phi[i,j]+alpha[i,j])>=alpha[i,o]) } phi[i,j]+alpha[i,j]>philo:Ol+ind (phi[i,j]+alpha[i,j])philo:Ol+alpha[o,O]) THEN</pre>
i,j1(90) then	1 (x[i,j](90) then

)] module MI(input;output);

odule MI (input,output) ;

Annexe 5

Programme de calcul du champ électrique dans une tuyère convergente.

```
E(R+R-sqr(1-ip-Lp))+F+(1-j+sF+(1-j+sqrt(1-sqr(Lp/2/R))); s + Lp) then
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   R * (1 - sqrt(1 - sqr((p / 2 / R)));
                                                                                                                                                                                     { premier point des electrodes }
{ longeur des electrodes }
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         b) and (i ( ip + Lp / \mathbb{P}) then if (R + R - sqr(i - ip)) + Ri by + Lp / \mathbb{P}) and (i ( ip + Lp) then
Winterne (ChV. input.output):
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     )..imaxi. G..jmaxil of real:
ray[0..jmaxil of integer:
ray[0..imaxil of integer:
|l. k : integer:
                                                                                                                                 ( rayon de courbure en mm )
(premier point du profil )
                                                                                                                                                                     ( longueur du profil )
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              o + Lp + 1 to imaxi do
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  trunc(yy(i) + 0.5);
1 := i;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        :(yy(le+Le) + 0.5);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    (1 : real) : real;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       :(yy(ie) + 0.5);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              o to up + Lp do
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 11[ip + Lp];
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     to ip - 1 do
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        to jman do
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           ntMaillage:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  ຸ່ງ ທຸລະເ
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      ina: i;
                                                                                                                                                                                                                                                               Freal;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         j max 13
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 reger;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 -har:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        then
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        ö
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           ŝ
                                                                             ..
```

/ E)));

then

```
1.1411)/3;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           1-1-135/51
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              1+133/33
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        (V(1+1,1)1+V(1-1,1)1+V(1,1+11)/3;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              e+1 to ia[0]-1 do
(V[1+1.j]+V[1-1.j]+V[1.j]+[])/3:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           157 (1) 1 14 (10) 1 (1) 1 (1) 1 (1) 21 (1) 21 (1)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             7[1+15] ]+V[i-15] J+V[15]+1 J) / 3;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              (1, 0) + 0(0, 11) / 21
                                                                                                                                                        ure du Champ Vint');
:Int7010.Dat',old);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  ((ie+Le)(ia[0]) then
                                                                                                                                                                                                                           us infjl:=trunc(r);
Us ialjl:≃trunc(r);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                ## ji[i]:=trunc(r);
## ja[i]:=trunc(r);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         1-15] 1+VE15] +110 723
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        1-1,174VE1,1411)/23
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  jilip +Lp] do
                           ima∷i - 1 do
;≕ -10000:
:= +10000;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         jmaxi do
to imaxi do
Vii, jl);
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               (j)jl) then
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                taf0]-1 do
                                                                                                                                                                                                jmaxi do
                                                                                                                                                                                                                                                                      umazi do
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            1e-1 do
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       it eger;
                                                                                                               :
```

a + Lpl to jmaxi do

:13

+L_p 1 downto 1 do

(j) j l) then

```
Using[] = 1 do (\nabla U_1, y+1) + \nabla U_1 + 1, y+1+1 + \nabla U_1 + 1, y+1+1 + \nabla U_2 + 1, y+1+1 + \nabla U_3 + 1, y+1+1 + \nabla U_4 + 1, y+1+1 + \nabla U_5 + 1, y+1+1 
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        (VEi, \ j + 1j + VEi, \ j + 1j + VEi + 1, \ j \, j + 1j + VEi + 1, \ j \, j + 1i + VEi + 1, \ j \, j + VEi + 1j + VEI + V
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             = (V[imaxi-1.j])+V[imaxi.j+1]+V[imaxi.j+1]+V[imaxi.j+1]+V[imaxi.j+1])/3;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  VELO, 13 + VEO, 1 - 11 + VEO, 1 + 13) / (+ VEO, 1 + 13) / 35
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    +V[1, ]+1]}/ 5;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        V(1.)+11)/3;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   V[1,1]+1 D / JS
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 1) / [:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              3) / 33
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               := (V[)+1,)]+V() 1,J1+V(),j+1])/ $;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        = (Vt1+Li) 1+Vt1-1-1 1+V(Li)+LD/3;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   - CVERRAJ DVENTAJ DVENJAT P 73.
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        t = 1, j + VEi, j = 10, 7/2;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      13) / 33
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   + [p] + 1 to jma: 1 do
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  downto jilip+Lp3+1 do
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         d (10+Le+1(1afj3) (hon
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  VEL 15 11 VEL () +1 D / 3
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       VE1-1, 11+V(1, 1+11) /2:
                                                                                                                                                                                                                                                                  1-13+1 to 1afj 3-4 do
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           elett to tall do
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          ∺i – 1 downto 1 do
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  (f)-11+1 to 18-1 do
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  1 + 1, 11 + 90, 1
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             +1, j 3+V[1, j -13) /23
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       -1+j 3+VEi+j-13) /25
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         d (j(jl) then
(j)||) then
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         teger;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       (16)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   <u>:</u>
```

(VEL.) -11 + VEL. 1 + 1 + 1 + 1 + VEL. 1 + 1 + VEL. 1 + V

WYCH - COY

1001-11010-1-11 4 MO-1-11074

<pre>[1-1.]]+V[i.]+1])/2: 1-1 downto raf[-1]+1 do (V[i+1.]]+V[i-1.]]+V[i.]+[])/3:</pre>	23 01 do 10(15)+110/33
en downto ralj-11+1 db = (V[1+1,1)-1)V[1 1,1]+V[1,1]+13)/3;	do 1+VI1+13>7.35
1 (1 (1)) then	
l (Ge+Le)Gafj]) then	uai.
f()-1,jj+V(1,j+1))/3; jj-1 downto ie+le+1 do ' (V(1+1,j)+V()-1,j]+V(1,j+1))/3;	;; 1 do 1+V[.,;+11)/3;
-13 downto 1 do VCs.j-11+VEc.j+13+VLs+Lcj3+VCs 1.j3)/ 1.j3 + VEO.j+13 + VEC.j-132/35	1.j 1)/4vin+1.j j+vEn 1.j j)/4; v! c.j-1j)/3;
((ie+le)(ia[0]) then	c
-1.,3+VE1.,1+13)/28 downto lettert do -1.j3+VE1-1.,14VE1.,1+13)/38	do +}+13)/3:
i-1.j1+VEi.j1(1)/2; -1 to 1 do [1+1.j1+VEi-1.j1+VEi.j+1)/3;	t-1 +1 D / 38
Jownto 1 do 20,46, j 1496 (1, j 140) / 9 1496, j 10/31	4 6 5 6 1 5 7 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5
L, QT + V[O, 1]) / 2: mass - 1 do T, [] + V[O,] - 1] + V[O,] + 1]) /	23 13 + 910s 5 + 140 + 38