Contribution à la Théorie de la Gravitation d'Einstein[1]

Ludwig Flamm

Publication initiale reçue le 3 septembre 1916

Republié le 30 mai 2015, en anglais, dans Gravitation and Cosmology, sous copyright, par les éditions Springer.

Traduit en français en novembre 2021 par Jean-Pierre Petit et Patrick Marquet.

A. Einstein a considérablement amélioré la compréhension de cette nouvelle théorie de la gravitation par le par le résumé que nous avons donné récemment . Les explications populaires données par M.Born[2] et E.Freundlich[3] ont également été éclairantes. Cependant, les solutions exactes pour les champs gravitationnels à symétrie sphérique, qui ont été trouvées et discutées par K. Schwarzschild (4), sont particulièrement instructives. Dans les présentes lignes, l'auteur s'efforce d'ajouter des conclusions supplémentaires à celles-ci. En particulier, les propriétés remarquables du champ gravitationnel seront mises en évidence. De cette manière, les hypothèses physiques de la théorie générale de la relativité pourraient peut-être apparaître encore plus transparentes. En outre, le mouvement de la lumière dans un champ gravitationnel peut être traité avec plus de précision qu'auparavant. De même, un calcul numérique strict des constantes pertinentes pour le champ gravitationnel du Soleil pourrait être souhaitable.

§1 Il est conseillé de considérer d'abord le cas du champ gravitationnel à l'intérieur d'une boule de fluide incompressible, qui a été discuté plus tard par Schwarzschild. La présence du champ gravitationnel se manifeste par le fait que l'élément linéaire de Minkowski ne peut plus être réduit à la forme spéciale

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

par un choix approprié de coordonnées. Au contraire, dans le cas le plus simple, elle se présente comme suit

---

[1] Ludwig Flamm. Beiträge zur Einsteinschen Gravitationstheorie, Physikalische Zestschrift XVII (1916) pp. 448-454

[2] Physikalische Zeitschrift **17**, 51 , 1916

[3] Narurwissenschaften 4 , 363 et 366 , 1916,

$$d\,s^2 = \left(\frac{3\cos\chi_a - \cos\chi}{2}\right)^2 d\,t^2 - \frac{3}{\kappa\rho_0}\left(d\,\chi^2 + \sin^2\chi\,d\,\vartheta^2 + \sin^2\chi\,\sin^2\vartheta\,d\,\varphi^2\right)$$

où les coordonnées ont déjà été choisies d'une manière particulière et appropriée. Voici une coordonnée qui augmente radialement à partir du centre de la boule de fluide, atteignant la valeur χ_a à la surface limite, et ϑ et φ sont les coordonnées sphériques habituelles. La constante ρ_o représente la densité de la boule de fluide et κ représente la constante gravitationnelle de la théorie d'Einstein, qui a pour valeur

$$\kappa = \frac{8\pi k^2}{c^2},$$

Où κ est la constante gravitationnelle habituelle

$$k^2 = 6.68\cdot 10^{-8}\mathrm{cm}^3\mathrm{g}^{-1}\mathrm{sec}^{-2}$$

Et *c* la vitesse de la lumière.

Il est pratique d'écrire la métrique selon

$$d\,s^2 = d\,\tau^2 - d\,\sigma^2, \tag{1}$$

C'est-à-dire de le diviser en une partie temporelle

$$d\,\tau = \frac{3\cos\chi_a - \cos\chi}{2}d\,t$$

et une partie spatiale

$$d\,\sigma^2 = {R_0}^2\left(d\,\chi^2 + \sin^2\chi\,d\,\vartheta^2 + \sin^2\chi\,\sin^2\vartheta\,d\,\varphi^2\right).$$

Ici, la nouvelle constante

$$R_0 = \sqrt{\frac{3}{\kappa\rho_0}}$$

a été introduite. Comme le remarque Schwarzschild, l'expression ci-dessus pour $d\sigma^2$ ne représente rien d'autre que l'élément linéaire de l'espace sphérique avec rayon de courbure ; par conséquent, ce doit être la géométrie à l'intérieur de la boule fluide.

Pour avoir une vue d'ensemble des relations, il suffit, en raison de la symétrie sphérique, de considérer la géométrie de toute section plane passant par l'origine, donc pour $\vartheta = \frac{\pi}{2}$. Dans ce cas, l'élément linéaire se lit comme suit.

$$d\sigma_e{}^2 = R_0{}^2 \left(d\chi^2 + \sin^2\chi \, d\varphi^2\right). \tag{2}$$

On peut voir que ce sont les mêmes propriétés métriques que sur une sphère de rayon R_o. D'après FiG.1 , on peut penser que cela est généré par une rotation autour du diamètre vertical AB . L'élément méridien de longueur d'arc est alors

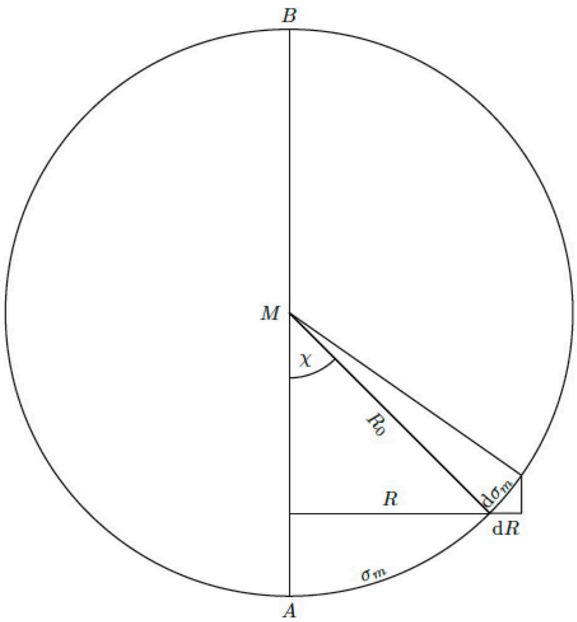

Fig. 1

$$d\sigma_m = R_0 \, d\chi,$$

si R_o est le rayon du cercle méridien, l'élément de la longueur de l'arc sur les cercles parallèles est

(30) $$d\sigma_n = R.d\varphi$$

si φ est l'angle de rotation et

$$R = R_0 \sin\chi$$

désigne la distance par rapport à l'axe de rotation. Par conséquent, l'élément linéaire sur cette sphère est également donné par la formule (2).

Une différence frappante entre la géométrie sur la sphère par rapport à la géométrie euclidienne consiste, par exemple, dans le fait que les circonférences des cercles concentriques

$$U = 2\pi R$$

n'augmentent pas proportionnellement au rayon σ_m, mais sont obtenues à partir de celui-ci par la formule compliquée suivante

$$U = 2\pi R_0 \sin \frac{\sigma_m}{R_0}.$$

Ainsi, la circonférence atteint un maximum pour

$$\sigma_m = \frac{\pi}{2} R_0;$$

pour diminuer à nouveau et revenir complètement à zéro pour :

$$\sigma_m = \pi R_0.$$

On a

$$dU = 2\pi d\sigma_m \cdot \cos\chi, \tag{3}$$

et, donc

$$dU \leq 2\pi d\sigma_m,$$

alors qu'en géométrie euclidienne, seul le signe d'égalité est valable. Exactement les mêmes relations doivent exister alors qu'en géométrie euclidienne seul le signe d'égalité existe. Exactement les mêmes relations doivent exister pour le rayon et la circonférence des cercles à l'intérieur de chaque section centrale plane de la boule fluide.

Pour une meilleure compréhension de ce qui suit, un petit réarrangement sera effectué.

Puisque

$$\frac{dU}{2\pi} = dR$$

l'équation (3) peut également s'écrire comme suit

$$dR = d\sigma_m \cdot \cos\chi$$

et, sous cette forme, peut être lue directement à partir de la Fig. 1 car elle représente également l'angle χ entre l'élément de longueur d'arc et l'horizontale. Par conséquent, la formule (2) peut également être donnée sous la forme

$$d\sigma_e{}^2 = \frac{dR^2}{\cos^2\chi} + R^2 d\varphi^2. \tag{2'}$$

Mais il s'agit alors de l'expression générale de la métrique d'une surface de rotation, où χ désigne l'angle que fait la tangente à la courbe méridienne, qui est tout à fait arbitraire, avec le plan équatorial.

§2 . Nous pouvons maintenant, de manière analogue, examiner le premier cas traité par Schwarzschild, le champ gravitationnel d'une masse ponctuelle. L'élément de ligne, dans sa forme la plus simple, a la même structure que ci-dessus et se lit comme suit

$$d\,s^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{R}\right) d\,t^2 - \frac{d\,R^2}{1 - \frac{\alpha}{R}} - R^2 \left(d\,\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\,\varphi^2\right)$$

Une quantité est entièrement nouvelle dans cette expression, la constante α[4], qui a la valeur suivante

$$\alpha = \frac{2k^2 M_0}{c^2},$$

où M_0 représente la masse centrale, telle qu'elle serait obtenue à partir de mesures astronomiques. L'élément de ligne sera à nouveau décomposé selon la formule (1).

La partie spatiale de la métrique n'est pas non plus de nature Euclidienne. Encore une fois, du fait de la symétrie sphérique, il semble suffisant de nous limiter à considérer la métrique dans une section arbitraire effectuée selon un plan passant par l'origine, correspondant à la valeur $\vartheta = \frac{\pi}{2}$. Maintenant, nous obtenons

$$d\,\sigma_e{}^2 = \frac{d\,R^2}{1 - \frac{\alpha}{R}} + R^2\, d\,\varphi^2. \tag{4}$$

La métrique a aussi la forme (2'), parce qu'on peut poser :

$$\cos^2\chi = 1 - \frac{\alpha}{R},$$

et c'est aussi identique avec la métrique d'une surface de rotation. En désignant par z la coordonnée selon la direction de l'axe de rotation, l'équation de la courbe méridienne suit alors :

$$\frac{d\,z}{d\,R} = \operatorname{tg}\chi = \sqrt{\frac{\alpha}{R - \alpha}}$$

ou :

$$z^2 = 4\alpha(R - \alpha).$$

Ceci correspond à une parabole avec le paramètre

$$p = 2\,\alpha$$

[4] NT : Le « rayon de Schwarzschild »

Cette équation se réfère à l'axe et à la directrice comme ligne de coordonnées, comme indiqué sur la figure 2. Ainsi, l'expression (4) est identique à la métrique d'une surface obtenue en faisant tourner cette parabole selon l'axe directeur *ZZ'*

Le rayon méridien de la courbure principale de cette surface de rotation est le suivant

$$\rho_m = \frac{d\,\sigma_m}{d\,\chi} = -\frac{2R}{\sin\chi}.$$

Le rayon de courbure principal orthogonal est donné par la ligne de la Fig. 2 et a la valeur

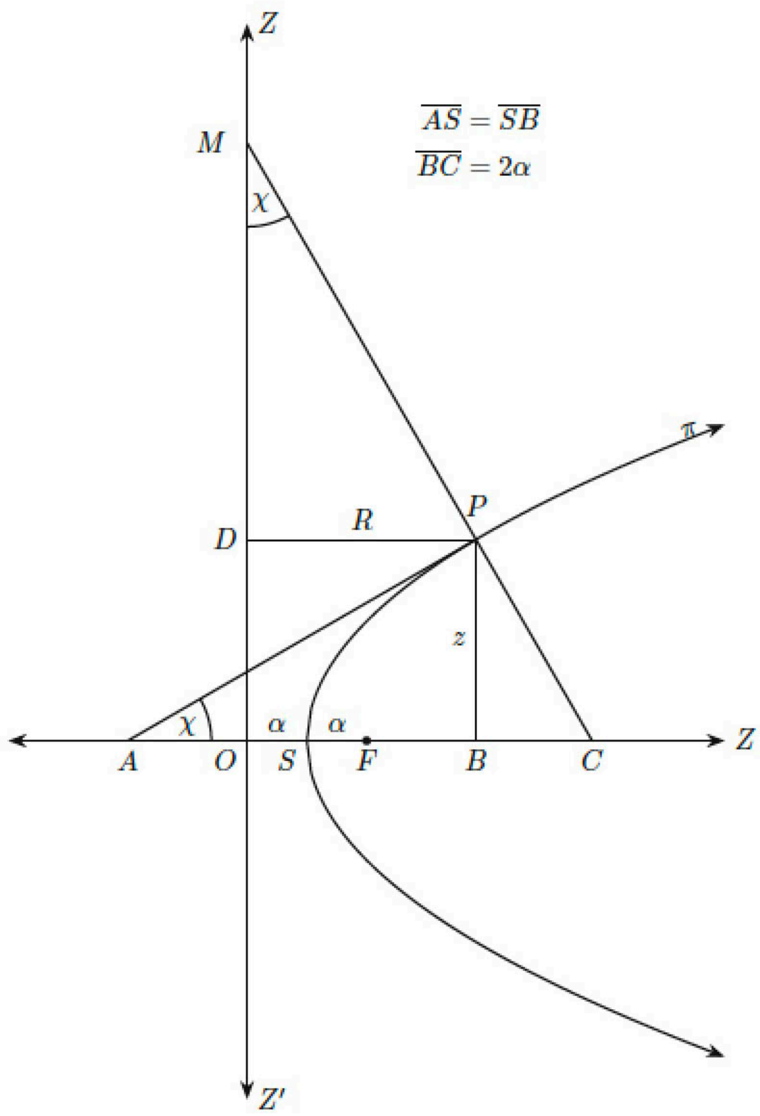

Fig. 2

$$\rho_n = \frac{R}{\sin\chi}.$$

On obtient ainsi pour la courbure de Gauss de ce paraboloïde de révolution :

$$K = \frac{1}{\rho_m \rho_n} = -\frac{\alpha}{2R^3}.$$

Quoiqu'il en soit dans la sphère dont il a été question dans la section précédente la courbure de Gauss est

$$K = \frac{1}{{R_0}^2},$$

C'est à dire qu'elle est positive et constante. Dans le cas du paraboloïde de révolution la courbure est négative et variable. Elle décroît au fur et à mesure que R croît. Et c'est précisément pour cette raison que la géométrie de cette surface est encore plus complexe. Pour la sphère cette dépendance de la valeur de la circonférence par rapport au rayon n'était pas aussi simple que dans une géométrie euclidienne. Mais on avait une courbure uniforme sur toute la sphère. Pour le paraboloïde de à la main, cela dépend en outre de la position des cercles sur cette surface. Ces propriétés métriques sont exactement les mêmes pour toute section plane contenant le point-masse.

§3. Le point masse, qui est la source du champ gravitationnel, se situe au sommet S de la parabole. La surface de rotation de la branche $S\pi$ de la parabole, voir figure 3, correspond à la section plane complète, passant par le centre, en préservant les propriétés métriques. La particularité est que cette « masse ponctuelle » a une extension finie, selon une sphère dont périmètre à l'équateur est $2\pi\alpha$, comme Schwarzschild l'avait déjà remarqué ce qui est évident sur la figure.

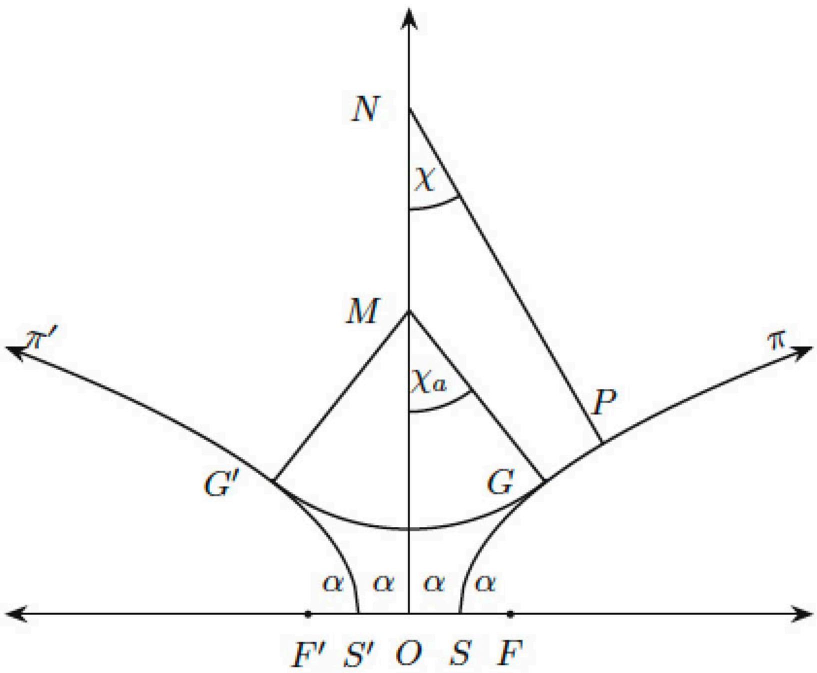

Fig. 3

A l'extérieur de la sphère fluide, dont nous avons parlé au premier paragraphe, la métrique est la même que pour la géométrie créée par une « masse ponctuelle ». La jonction entre ces deux solutions est donnée par des conditions aux limites. Cela consiste simplement dans le fait que les termes de la métrique et leurs dérivées premières doivent coïncider, avoir les mêmes valeurs.

Concernant notre représentation des propriétés métriques dans un plan passant par le centre, ceci implique que la sphère, qui représente la géométrie à l'intérieur de cette masse fluide, doit se raccorder avec la paraboloïde de révolution qui se réfère à la géométrie à l'extérieur de la boule fluide. Ceci est indiqué par l'arc de cercle *GAG'* qui touche les paraboles. Maintenant la surface de révolution combinant les deux portions de courbes AF représente l'ensemble de la coupe plane passant par le centre et préservant les propriétés métriques. L'angle qui croit sur le segment sphérique jusqu'à une valeur maximale à la frontière décroit lentement le long de la portions située sur le paraboloïde, qui fait suite, jusqu'à la valeur zéro. Le tout évoque une forme d'entonnoir.

§ 4 . Ainsi, les longueurs élémentaires, qui sont représentées par $d\sigma$, sont soumises à l'effet du champ gravitationnel de telle manière que lorsqu'on les utilise en tant « qu'outils naturels de mesure de longueur dans l'espace de l'espace" cela ne correspond pas, en général à une géométrie Euclidienne. On retrouve quelque chose d'analogue pour les mesures des temps avec des horloges élémentaires, en considérant une «mesure naturelle du temps » correspondant à $d\tau$ En général, il n'est plus possible de s'identifier simplement $d\tau$ avec *dt* comme dans le monde de Minkowski, mais la le rapport entre les deux est plus élaboré. Quoiqu'il en soit, la vitesse de la lumière est donnée par l'équation

$$ds^2 = 0$$

comme dans l'espace de Minkowski. Pour ce dernier nous avons :

$$\frac{d\sigma}{d\tau} = 1$$

tel que cette mesure naturelle de la vitesse de la lumière soit une constante. Les unités sont en particulier choisies de telle manière que cette vitesse soit égale à l'unité. En ce sens, la théorie de la relativité générale postule égale cette constance de la vitesse de la lumière.

Il est important d'examiner la signification de la proposition que nous venons juste d'énoncer. Exprimée à l'aide des coordonnées, qui sont de simples paramètres utilisés pour la formulation du champ gravitationnel, la vitesse de la lumière n'est en aucun cas constante, elle est même différente dans différentes directions, dans un même lieu. Mais, lorsqu'elle est mesurée à l'aide d'instruments de mesure de longueur, matériels, et d'horloges, la propagation de la lumière apparaît également homogène et isotrope dans un champ gravitationnel. En choisissant comme horloge élémentaire la molécule qui émet la raie rouge du cadmium, et en fixant sa période comme unité de temps, on s'aperçoit immédiatement que - en raison de la constance de la vitesse de la lumière - l'unité métrique de longueur doit être couverte à tout moment et en tout lieu par le même nombre de longueurs d'onde de la raie rouge du cadmium. Si l'on attache, en outre, l'unité de mesure de longueur à la distance entre les éléments dans le réseau du cristal de chlorure de sodium, on arrive à une conclusion similaire vis à vis de la constance de la vitesse de la lumière « mesurée naturellement ". Ainsi, la théorie de la relativité générale repose sur l'hypothèse fondamentale selon laquelle, par exemple, le rapport entre la longueur d'onde de la raie rouge du cadmium et la constante de réseau du cristal de chlorure de sodium est une constante absolue. Même dans un champ gravitationnel, ceci doit être complètement indépendant du lieu, de l'orientation et de l'instant.

Par conséquent, si les instruments de mesure de longueur et les horloges élémentaires sont influencées par le champ gravitationnel, la propagation de la lumière doit être influencée exactement de la même manière, de sorte que lorsqu'elles sont comparées les unes aux autres, elles ne présentent aucune différence. Il doit en être de même pour les autres phénomènes physiques. C'est peut-être la raison pour laquelle on peut décrire le mouvement d'une particule ponctuelle par l'équation variationnelle simple

$$\delta \int_{P_1}^{P_2} ds = 0, \tag{5}$$

même si l'expression ne contient que des quantités liées aux propriétés métriques. L'influence du champ gravitationnel sur le mouvement de la particule ponctuelle est tout à fait conforme au changement que présentent les instruments de mesure de longueur et les horloges élémentaires, les uns par rapport aux autres ; le comportement des phénomènes est resté le même. De cette façon, le principe général de la relativité peut être formulé de manière plus concrète.

§ 5. Puisque la propagation de la lumière obéit à la condition

$$ds^2 = 0$$

elle doit être un cas particulier dans les équations (5) du mouvement général d'une particule ponctuelle. En effet, il suffit de mettre à zéro la seule constante h dans les intégrales intermédiaires du mouvement des particules, qui ont été dérivées par Schwarzschild, pour satisfaire à la condition ci-dessus. Ainsi, les équations qui décrivent la propagation de la lumière dans un champ gravitationnel créé par une masse centrale s’écrivent

$$\left.\begin{aligned}\left(1-\frac{\alpha}{R}\right)\left(\frac{dt}{ds}\right)^2-\frac{1}{1-\frac{\alpha}{R}}\left(\frac{dR}{ds}\right)^2-R^2\left(\frac{d\varphi}{ds}\right)^2=0\\ R^2\frac{d\varphi}{ds}=\Delta,\\ \left(1-\frac{\alpha}{R}\right)\frac{dt}{ds}=1\end{aligned}\right\}\qquad(6)$$

La seconde équation représente la seconde loi de Kepler et, puisque la vitesse de la lumière à l’infini est 1, la constante Δ a un sens physique clair. Ce n'est rien d'autre que la longueur de la perpendiculaire abaissée du centre au rayon lumineux, s'il ne changeait pas de direction en venant de l'infini ; c'est, pour ainsi dire, la distance Δ, par laquelle le rayon lumineux à l'infini manque le centre[5]

En introduisant

$$\frac{1}{R}=x$$

l’équation de la trajectoire, dérivée du système (6) s’écrit de manière analogue à ce que fait Schwarzschild

$$\left(\frac{dx}{d\varphi}\right)^2=\frac{1}{\Delta^2}-x^2+ax^3$$

et ainsi représente l’équation pour un rayon de lumière, dans le présent champ gravitationnel. Il vient :

$$d\varphi=\frac{\Delta\cdot dx}{\sqrt{1-\Delta^2(x^2-\alpha x^3)}}$$

---

[5] NDT : *La distance minimale à laquelle le rayon passera vis à vis du centre.*

et ainsi cela mène à une intégrale elliptique comme dans le mouvement des planètes. En introduisant la nouvelle variable :

$$\mu = \Delta \cdot x\sqrt{1-\alpha x}$$

il vient, au second ordre près en α

$$\Delta \cdot x = \mu\left(1 + \frac{\alpha}{2\Delta}\mu\right)$$

et on obtient

$$d\varphi = \frac{d\mu}{\sqrt{1-\mu^2}} + \frac{\alpha}{\Delta}\frac{\mu\, d\mu}{\sqrt{1-\mu^2}}.$$

On désigne par φ_a l'angle balayé par le rayon vecteur, lorsqu'un élément du rayon lumineux provenant de l'infini s'approche au plus près de la masse centrale, ce qui est le cas quand

$$\frac{dx}{d\varphi} = 0$$

on a alors

$$\varphi_a = \left(\arcsin\mu - \frac{\alpha}{\Delta}\sqrt{1-\mu^2}\right)_0^1 = \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{\Delta},$$

puisque μ, entre-temps, passe de zéro à exactement la valeur 1. L'élément du rayon lumineux se déplaçant à toute allure du périhélie vers l'infini, le rayon vecteur balaie l'angle φ_b , pour lequel on trouve également.

$$\varphi_b = \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{\Delta}$$

Le rayon vecteur aurait balayé l'angle π au total si le rayon lumineux s'était propagé en ligne droite. Ce qui fait qu'on obtient l'angle de déflexion subi par le rayon dans un champ gravitationnel[6],

$$\varepsilon = \varphi_a + \varphi_b - \pi = \frac{2\alpha}{\Delta} \tag{7}$$

ce qui coïncide avec la formule obtenue par Einstein[7] dans ce cas. Ceci étant, le calcul présenté ici est complètement identique au calcul du mouvement du périhélie des trajectoires planétaires[8]. Ainsi, l'influence du champ gravitationnel sur les rayons

[6] NDT : *Flamm évalue l'effet de lentille gravitationnelle*

[7] Ann. D. Phys. **49**, 822, 1916

[8] A.Einstein, Berliner Sitzungsberichte 1915, p. 831

lumineux a la même cause. Ainsi on peut également regarder la déflexion du rayon lumineux comme un déplacement du périhélie.

La valeur de la coordonnée R quand le rayon lumineux est à la périhélie peut aussi être calculée et découle du système (6) en faisant

$$\frac{dR}{ds} = 0$$

sous la forme de la relation

$$R^2 - \left(1 - \frac{\alpha}{R}\right) \Delta^2 = 0$$

Finalement, au second ordre près on obtient

$$R = \Delta - \frac{\alpha}{2}. \tag{8}$$

De ce fait on pourrait remplacer dans le dénominateur de (7) la grandeur Δ par R sans nuire à la précision de la formule finale.

§6. Les calculs numériques relatifs au champ gravitationnel du Soleil ont été effectués de manière plus ou moins approximative par Einstein et Schwarzschild. Cependant, dans ce qui suit, l'auteur souhaite présenter une réévaluation unifiée et exacte des grandeurs impliquées. Les données astronomiques employées ont été extraites de la table des constantes de « l'Astronomie Théorique » de W.Klinkerfue[9]. Ainsi, en particulier nous nous sommes basés sur la valeur suivante du parallaxe horizontal et équatorial du Soleil :

$$\pi = 8.80''$$

et pour le vitesse de la lumière

$$c = 2.9986\ 10^{10}\ \mathrm{cm\, s^{-1}}$$

telle qu'elle a été arrêtée lors de la conférence d'astronomie de Paris. On a pris le rayon équatorial de la Terre fourni par Bessel.

Pour le produit de la constante de gravitation par la masse du Soleil on obtient

$$k^2 M_0 = 1.324 \cdot 10^{26} \mathrm{cm}^3\, \mathrm{sec}^{-2}.$$

A partir de là on détermine la valeur de l'importante longueur α

$$\alpha = 2.945\ 10^5\ \mathrm{cm}$$

[9] 2nd edition by H. Bulchholz, Brauschweig 1899, p. 927

qui a été évaluée approximativement par Schwarzschild à 3 km. Il est facile de voir qu'en raison de la courbure de la lumière, le rayon solaire réel, qui est déterminé à partir du rayon apparent de la manière habituelle, est en réalité dénoté par Δ dans la section précédente. Nous désignons cette quantité par Δ_a si elle se rapporte au cas particulier d'un rayon lumineux rasant la surface du soleil. En se basant sur la valeur du rayon apparent du soleil, d'après Auwers, on obtient

$$\Delta_a = 6.9545\ 10^{10}\text{cm}$$

et il faut déterminer la valeur correspondante de R_a pour le rayon solaire à partir de l'équation (8). Ceci étant, vues les précisions des mesures astronomique du moment on peut identifier les quantités R_a et Δ_a. Avec les quantités données plus haut on obtient, pour un rayon lumineux qui passe au ras du soleil

$$\varepsilon_a = 1.75''$$

Ce qui est en bon accord avec le résultat du calcul d'Einstein.

Enfin, voici les constantes que l'on obtient lorsque le soleil est considéré comme une boule de fluide incompressible. La relation

$$\sin^2 \chi_a = \frac{\alpha}{R_a}$$

fait apparaître l'angle à la surface du soleil comme une petite quantité pour le calcul de laquelle la formule

$$\chi_a = \sqrt{\frac{\alpha}{R_a}}$$

suffit. Alors il vient

$$\chi_a = 7'4.5''$$

Par conséquent, cette cartographie de la surface de l'entonnoir, la géométrie dans une coupe centrale du système solaire est assez plate. Encore une fois, pour le rayon de courbure

$$R_0 = \frac{R_a}{\sin \chi_a}$$

de l'espace sphérique à l'intérieur du Soleil la formule simplifiée suffit.

$$R_0 = R_a \sqrt{\frac{R_a}{\alpha}}$$

Le calcul numérique montre que le rayon de courbure R_0 dans l'intérieur du Soleil est 486 fois plus grand que le rayon R_a du Soleil. Si on effectue le calcul en centimètres

$$R_0 = 3.38 \cdot 10^{18}\mathrm{cm},$$

ce qui représenterait une distance allant du soleil à la ceinture de planétoïdes.

Résumé

Toute coupe plane effectuée à l'intérieur d'une boule emplie d'un fluide incompressible possède la même géométrie qu'un sphère (§1). Autour d'une masse centrale, chaque coupe centrale[10] a la même géométrie qu'une surface générée par une parabole tournant autour de sa directrice (§2). La coquille sphérique qui représente chaque coupe centrale du fluide en conservant ses propriétés métriques doit toucher le segment du paraboloïde de rotation qui remplit la même fonction à l'extérieur (§3). Le principe d'une vitesse de la lumière constante, et notamment " naturellement mesurée ", est une hypothèse fondamentale, également pour la théorie générale de la relativité (§4). La déviation des rayons lumineux passant par une masse centrale peut également être interprétée comme le mouvement du périhélie de manière similaire aux planètes (§5). Les déviations de la géométrie euclidienne dans le système solaire sont extrêmement faibles (§6).

Laboratoire de physique de l'Université technique impériale et royale de Vienne.

Manuscrit reçu le 3 septembre 1916.

[10] NDT : *coupe plane, passant par le centre*