Thibault Damour

IHÉS
Institut des Hautes Études Scientifiques

12 Mars 2014 1

à J.P. Petit
BP 55
84 122 Pertuis, France.

Monsieur,

les projets d'articles que vous m'avez envoyés ne sont pas écrits d'une façon assez mathématiquement (et physiquement) claire pour me permettre de les juger. En fait, si j'essaye d'interpréter ce que vous écrivez, j'y vois une incohérence fondamentale, mettant le doute sur l'ensemble des conséquences que vous essayez ensuite d'en déduire. Même si je reste au niveau classique, le problème fondamental que je vois est le suivant : vous dites que vous suivez Souriau, mais l'un des messages essentiels de Souriau est d'avoir un cadre mathématique bien défini, dans lequel on puisse montrer que la dynamique couplée des champs et de la matière forme un système dynamique, ayant une structure symplectique. Considérée localement (sans s'inquiéter en première approximation de considérations topologiques globales dans l'espace des phases, ou dans l'espace des mouvements) une structure symplectique implique l'existence d'un principe de moindre action pour la dynamique couplée des champs et de la matière. Par ex, en RG, si on décrit des particules de masses m_a, le principe de moindre action est

$$S_{RG} = \int \frac{\sqrt{g}\, R(g_{\mu\nu})}{16\pi G}\, d^4x \;-\; \sum_a \int m_a\, ds_a$$

avec $ds_a^2 = -g_{\mu\nu}(x_a^\lambda)\, dx_a^\mu dx_a^\nu$

Le Bois-Marie • 35, route de Chartres • F-91440 BURES-SUR-YVETTE • FRANCE
T +33 1 60 92 66 00 F +33 1 60 92 66 35 M comdev@ihes.fr I www.ihes.fr
SIRET 775 688 252 00029 Code APE 7219Z

Partant de là (qui est un minimum théorique), si vous voulez une action décrivant deux métriques, couplées avec des signes différents à la matière (constituée de deux types de masses $m_a^+ > 0$, $m_a^- < 0$), il faut écrire qqch comme

$$(1)\quad S_{\text{bi-métrique}} = \int \frac{d^4x\sqrt{g^+}\, R(g^+_{\mu\nu})}{16\pi G} - \int \frac{d^4x\sqrt{g^-}\, R(g^-_{\mu\nu})}{16\pi G}$$

$$- \sum_a \left\{ \int (m_a^+ + \varphi\, m_a^-)\, \underset{\uparrow\ \sqrt{-g^+_{\mu\nu}dx dx}}{ds_a^+} + \int (m_a^- + \phi\, m_a^+)\, \underset{\uparrow\ \sqrt{-g^-_{\mu\nu}dx\, x}}{ds_a^-} \right\}$$

cela donne formellement (à peu près ; j'écris rapidement)

$$(2^+)\quad R^+_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R^+ g^+_{\mu\nu} = 8\pi G \sum_a \left[\int (m_a^+ + \varphi\, m_a^-)\, u^\mu_{+a} u^\nu_{+a}\, \delta^4(x - x_a)\, ds_a^+ \right]$$

$$(2^-)\quad R^-_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R^- g^-_{\mu\nu} = -8\pi G \sum_a \left[\int (m_a^- + \phi\, m_a^+)\, u^\mu_{-a} u^\nu_{-a}\, \delta^4(x - x_a)\, ds_a^- \right]$$

Ici, il y a déjà un problème concernant les ~~coefficients~~ notés φ et ϕ par vous. Il serait essentiel de préciser leur statut dynamique, càd dire si ce sont des constantes ou des champs nouveaux, ou des fonctions des autres variables dynamiques. [En fait, ils ne peuvent pas être des champs nouveaux indépendants, car sinon ce seraient des multiplicateurs de Lagrange absurdes !]

Un autre problème très grave est celui de la cohérence des eqs de champ, sous les identités de Bianchi. Comme il est discuté dans de nombreux articles sur les théories bi-métriques [voir par exemple Damour - Kogan, PRD <u>66</u>, 104024 (2002)]

Il y a un conflit entre la symétrie étendue des termes en $R(g^+)$ et $R(g^-)$ [sous le produit direct de <u>deux</u> groupes indépendants de difféomorphismes] et la symétrie restante des couplages à la matière. [Ici, je suppose que vous ~~parlez~~ dites que chaque ~~...~~ ligne d'univers x_a^μ est couplée <u>à la fois</u> à $g^+_{\mu\nu}$ et $g^-_{\mu\nu}$???] Dans ce cas la symétrie des termes en $\int ds^\pm$ est seulement <u>un seul</u> groupe de difféomorphismes]. En termes pratiques, cela veut dire qu'il y a a priori une incompatibilité entre les deux identités de Bianchi qui ~~...~~ impliquent

$$(3^+) \quad D_\nu \Big[\sum_a \int (m_a^+ + \alpha\, m_a^-)\, \underset{+}{u_a^\mu}\, \underset{+}{u_a^\nu}\, \delta\, ds_+ \Big] = 0$$

$$(3^-) \quad D_\nu \Big[\sum_a \int (m_a^- + \alpha\, m_a^+)\, \underset{-}{u^\mu}\, \underset{-}{u^\nu}\, \delta\, ds_- \Big] = 0$$

Vous avez essayé de résoudre cette contradiction dans un cadre <u>ultrasimplifié</u> d'une cosmologie de FLRW, mais c'est totalement insuffisant. Avant de pouvoir déduire la moindre conséquence potentielle des modèles dont vous désirez parler, il faudrait prouver qu'il est possible de rendre compatible les deux lois de conservation (3^+), (3^-) (pour des distributions arbitraires de lignes d'univers) ci-dessus. Cela me semble <u>impossible</u>, si vous voulez garder une interaction gravitationnelle entre les m^+ et les m^-.

Si vous étudiez les façons dont cette contradiction fondamentale a été (plus ou moins) contournée dans les travaux sur les théories bi-métriques [par ex. en introduisant un $V(g_+^{-1} g_-)$ etc..., et en réduisant les couplages de la matière, soit à g_+, soit à g_-, mais pas aux deux simultanément) vous pourrez peut être proposer un schéma théorique cohérent.

En attendant, je considère que votre essai théorique n'a pas de fondation mathématiquement cohérente, et ne mérite donc pas publication.

Bien sûr, un problème supplémentaire concerne la stabilité dynamique d'un ~~tel~~ système ~~(si on~~ bi-métrique. En général, on suppose toujours que $G^+ = \cancel{G}^- > 0$ pour éviter que les gravitons soient des "fantômes" à énergie négative. Au niveau classique, il n'est pas exclu d'essayer de prendre (comme vous le souhaitez) $G^- = -G^+ < 0$. Il faut alors être conscient du fait que cela ouvre une boîte de Pandore d'instabilités dynamiques (rayonnement d'énergie négative), même au niveau classique. [Sans compter, bien sûr, le problème de la stabilité du vide quantique qui n'est pas comme vous semblez le penser, un problème de convention sur la définition de l'opérateur T. C'est un problème dynamique grave : en Méca Q tout processus permis se produit, et s'il y a des états négatifs disponibles, il y aura des transitions vers ces états.].

Sincèrement

T. Dam