9-15-23 août 2018 :

Instabilité gravitationnelle dans la matière et dans un gaz de photons et interprétation des fluctuations dans le CMB.

J'avais d'abord pensé mettre ces calculs directement dans la vidéo, vu qu'ils sont accessibles à un terminale S. Mais quand j'ai vu où cela me conduisait j'ai estimé préférable de les mettre dans une annexe, en pdf.

Ce qu'on montre avec ces calculs : que le temps ne dépend que de l'inverse de la racine carrée de la masse volumique initiale ρ_o . Ca n'a rien d'intuitif et cela demande à être montré.

Le cas d'un grumeau de matière.

Considérons un grumeau de matière, de rayon R, de masse M et de densité uniforme ρ_o. Bien sûr, on a tout de suite :

$$M = \frac{4}{3}\pi R_o^3 \rho_o$$

Considérons une particule-témoin de masse m située à la surface du grumeau. Elle subit une force d'origine gravitationnelle qui, par raison de symétrie, est dirigée vers le centre de la sphère. Cette force vaut :

$$\frac{-G M m}{R^2}$$

En écrivant que cette force est égale à la mass m multipliée par l'accélération on obtient l'équation :

$$m R'' = \frac{-G M m}{R^2}$$

La masse *m* s'élimine et on orient l'équation différentielle :

$$R^2 R'' + G M = 0$$

qui peut aussi s'écrire :

$$R^2 \frac{d^2 R}{dt^2} + G M = 0$$

qui est invariante en changeant t en – t . En jouant sur cette symétrie on va recherche des solutions :

$$R = R(t^2)$$

et plus précisément sous la forme :

$$R = a\, t^{2\lambda}$$

La dérivée première est :

$$R' = 2\lambda\, a\, t^{2\lambda-1}$$

et la dérivée seconde :

$$R'' = 2\lambda(2\lambda-1)\, a\, t^{2\lambda-2}$$

On introduit dans l'équation et on obtient :

$$2\lambda(2\lambda-1)\, a^3\, t^{6\lambda-2} + G\,M = 0$$

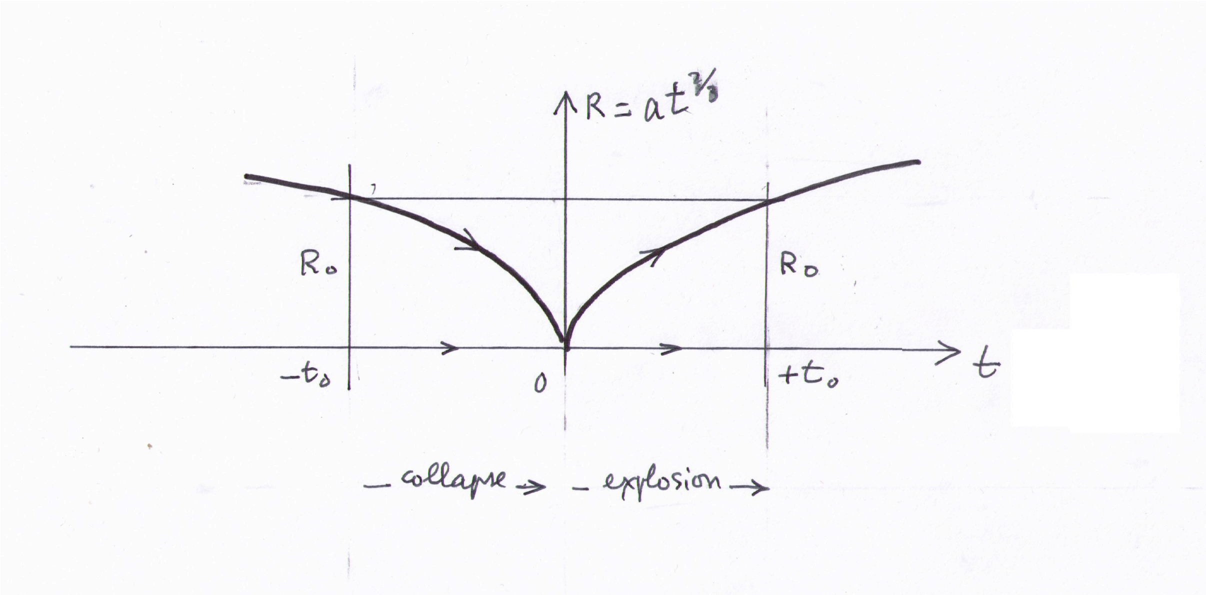
Ceci est un polynôme avec deux termes. Le second est d'ordre zéro. Donc le premier doit être également d'ordre zéro, que qui implique que $\lambda = 1/3$. Ceci permet de calculer la valeur de la constante a et on obtient :

$$R = \sqrt[3]{\frac{9}{2} G\,M}\; t^{2/3}$$

On fait apparaître le rayon du grumeau, avant implosion, à partir de la valeur de la Masse M, qui est conservée, ce qui donne :

$$R = \sqrt[3]{6\pi\, G\,\rho_o\, R_o^3}\; t^{2/3} = R_o\, \sqrt[3]{6\pi\, G\,\rho_o}\; t^{2/3}$$

Cette solution nous donne deux scénarios, correspondant à la forme complète de la courbe-solution :



A droite on a ce qu'on obtiendrait en faisant exploser une grenade dont les débris seraient freinés par la force gravitationnelle. Des débris qui correspondraient à l'expansion d'un « gaz à pression nulle » dont les éléments de mass m ne sont animés que par une vitesse radiale.

Ca n'est rien d'autre que le modèle cosmologie dit d'Einstein-de Sitter, solution de l'équation de Friedmann. Et cette équadif n'est rien d'autre que celle de Friedmann.

Je vous ai donné la possibilité de télécharger le livre d'Ader Schiffer et Bazin. In va s'y référer. Ca nous amène page 433, équation :

$$R'' = -\frac{D_o}{2\,R^2}\,c^2 \tag{13.22}$$

avec :

$$D_o = \frac{2\,G\,M}{c^2} \tag{13.24}$$

Vous retrouvez notre équadif. Elle décrit « un univers de poussière » (en annulant le terme de pression dans le tenseur du second membre)

Pourquoi une telle convergence entre deux modèles, l'un Newtonien et l'autre relativiste ?

Cela a été mis en évidence par Milne et Mac Crea en 1934 et représenté à l'époque une grosse surpris pour tous les relativistes, qui aboutissaient à cela après des calculs fort compliqués.

La partie gauche de la courbe, toujours lue dans un sens passé/futur, décrit l'implosion, le collapse d'une masse gazeuse à pression nulle.

Si ce schéma est acceptable pour une première partie du processus, cela impliquerait qu'en se condensant cette masse gazeuse resterait à température nulle, ce qui n'est pas réaliste. En fait une partie de cette énergie gravitationnelle se transforme en chaleur. Apparaît alors un gradient de pression, entre pression au centre et pression) la périphérie, qui s'oppose au collapse complet.

On obtient alors une proto-étoile et sa contraction s'arrête quand la température en son centre atteint 3000°. L'hydrogène qui la constitue se transforme alors en plasmas, lequel s'oppose à ce phénomène de contraction.

La température périphérique est plus faible. L'étoile rayonne alors dans le rouge et dans l'infrarouge. Elle ne pourra se transforme en véritable étoile, avec des réaction de fusion à cœur, que quand elle aura terminé son processus de condensation et que la température en son centre aura atteint 700.000°, seuil pour le démarrage des réactions de fusion.

La reprise du processus de concentration ne peut se faire que quand l'étoile émet de l'énergie par rayonnement. On parle alors de « cooling time ». Si la température de l'étoile et sa densité correspondent à des chiffres assez voisins, la quantité d'énergie à dissiper croit comme le cube du rayon de la proto-étoile, alors que son radiateur, sa surface, varie comme le carré de ce rayon.

Qualitativement, donc, les étoiles massives ont des cooling times plus important que les étoiles légères. En poussant les choses à l'extrême les conglomérats de masses négatifs ont des cooling times grands devant l'âge de l'univers. On peut alors les comparer à d'immenses proto-étoiles qui ne s'allumeront jamais.

Mais revenons à notre solution

$$R = \sqrt[3]{6\pi\, G\rho_o R_o^3}\; t^{2/3} = R_o \sqrt[3]{6\pi\, G\rho_o}\; t^{2/3}$$

$6\pi G\rho_o$ a la dimension de l'inverse du carré d'un temps. Appelons ce temps t_c

Alors :

$$R = R_o \left(\frac{t}{t_c}\right)^{2/3}$$

Pour que $R = R_o$ il faut que $t = t_c$. Ce temps caractéristique est donc ce temps t_o d'accrétion : $t_{accrétion}$ ou temps de Jeans $t_J = \dfrac{1}{\sqrt{6\pi G\rho_o}}$

Ce temps d'accrétion est donc comme l'inverse de la racine carrée de la masse volumique du grumeau.

Introduisons maintenant une vitesse d'agitation thermique <V>

Si on faut cette fois abstraction de la force de gravité, le grumeau dont la dimension caractéristique est R_o va se disperser en un temps :

$$t_{dispersion} \simeq \frac{R_o}{<V>}$$

L'instabilité gravitationnelle se manifestera pour des formations telles que le temps de dispersion soit supérieur au temps d'accrétion :

$$\frac{R_o}{<V>} > \frac{1}{\sqrt{6\pi G\rho_o}} \qquad soit \qquad R_o > \frac{<V>}{\sqrt{6\pi G\rho_o}} = \text{Longueur de Jeans}$$

On voit donc que l'échauffement du milieu stabilise, vis à vis de l'instabilité gravitationnelle. Au contraire la perte d'énergie est déstabilisante.

Le gaz interstellaire de notre galaxie représente une couche épaisse de quelques centaines d'années lumière, alors que le diamètre de la galaxie est 100.000 années lumière. Ces objets sont donc comparables aux … disques microsillons.

Un milieu rayonne toujours, perd de l'énergie par rayonnement. La couche de gaz interstellaire se maintient donc par un phénomène d'homéostasie. Le refroidissement par rayonnement suscite la naissance d'étoiles, qui réinjectent de l'énergie dans ce gaz.

L'explosion de supernovae joue aussi un rôle très actif dans ce maintien. Il éclate une supernova par siècle. Comme les galaxies font un tour en cent millions d'années, il éclate cent mille supernova par tour de galaxie. Celles-ci peuvent communiquer de l'énergie au gaz dans un rayon de l'ordre de la centaine d'années lumière.

Une compression du gaz interstellaire représente une montée locale de température. D'où un accroissement de la perte par rayonnement. Quand la détente se produit, les conditions de Jeans sont atteintes et des étoiles se forment.

Les bras spiraux des galaxies sont des ondes de choc spiralées. Elles suscitent la naissance d'étoiles jeunes, qui émettent beaucoup d'énergie dans leur prime enfance, dans le domaine de X . Le gaz est alors excité et réémet dans le visible par fluorescence. Les formes spiralées que l'on observe avec les télescopes ne traduisent pas tant un surcroît de densité que l'intensité de l'émission X dans ces régions. Mais celle-ci est de brève durée. Les étoiles quittent cette enfance tumultueuse, cesse d'émettre des X et ceci correspond à une « sortie des bras spiraux.

Cas d'un « gaz de photons ».

Dans sa prime enfance, dans l'univers, le rayonnement domine. Il s'agit donc d'un « gaz de photons ».

Dans l'équation d'Einstein on pourra écrire :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R\, g_{\mu\nu} = \chi \left[\, T_{\mu\nu(m)} + T_{\mu\nu(r)} \,\right]$$

Dans le second membre le premier terme correspond à la contribution de la matière au champ de gravité, et le second à la contribution du rayonnement. Dans l'ère radiative on a :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R\, g_{\mu\nu} \simeq \chi\, T_{\mu\nu(r)}$$

On peut considérer que chaque photon contribue au champ de gravité par une masse gravifique équivalente :

$$m_{\varphi} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h\,c}{\lambda} \propto \frac{1}{R}$$

Les photons ont une masse inertielle nulle, mais leur masse gravifique est non nulle.

Les photons sont sensibles au champ de gravité, phénomène qui correspond à l'effet de lentille gravitationnelle.

On peut se demander alors si l'instabilité gravitationnelle peut se produire dans un gaz de photons.

Pour ce faire imaginons une surdensité de cette matière photonique, de rayon R_o et de densité de rayonnement ρ_{ro} . La masse équivalente de ce grumeau de lumière est :

$$M_\varphi = \frac{4}{3}\pi\, R_o^3\, \rho_{or}$$ La force de gravitation est newtonienne.

On va reproduire le même raisonnement et regarder ce qui peut arriver à un photon de ce grumeau, qui se situe en surface. C'est évidemment délicat à montrer, mais le fait que la force varie comme l'inverse du carré de la distance est une propriété métrique, géométrique.

On va donc aboutir à la même équation différentielle :

$$R^2\, R'' + G\, M_\varphi = 0$$

Est-ce à dire que ce « grumeau de photons » va imploser, ou exploser en suivant la même loi que pour la matière .

Donc, parce que l'évolution du gaz de photons s'opère avec une non conservation de l'énergie.

Chaque grain de matière représente une énergie mc^2, constante.

Mais les énergies individuelles de photons

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} \propto \frac{1}{R}$$

décroissent avec l'expansion, ou croissent quand ces grumeaux se contractent. Donc :

$$G\, M_\varphi \propto \frac{1}{R}$$

Autrement dit, l'équation d'évolution du grumeau est de la forme :

$$R^3\, R'' + \text{constante} = 0$$

C'est à dire :

$$R^3 \frac{d^2 R}{dt^2} + \text{constante} = 0$$

symétrique par rapport à la variable temps. Donc on cherche $R \equiv R(t^2)$ et :

$$R = a\, t^{2\lambda}$$

On opère les dérivations et on obtient une équation comme :

$$2\lambda(2\lambda - 1)\, a^4\, t^{8\lambda-2} + (\text{cons tan te positive}) = 0$$

Ce qui donne $\lambda = \frac{1}{4}$ La loi d'évolution est donc :

$$R = a\sqrt{t}$$

On retrouve ce que génère la Relativité Générale. Autrement dit nous venons de refaire, avec notre gaz de photons, la même démarche que Milne et Mac Crea en 1934.

L'équation différentielle est :

$R^2 R'' + G M_{\varphi o} R_o = 0$ et donne :

$$2\lambda(2\lambda - 1)\, a^4\, t^{8\lambda - 2} + G M_{\varphi o} R_o = 0$$

en y faisant $\lambda = \frac{1}{4}$ on obtient : $a = \sqrt[4]{4 G M_{\varphi o} R_o}$

avec $M_{\varphi o} = \frac{4}{3} \pi R_o^3 \rho_{\varphi o}$

$$R = R_o \sqrt[4]{\frac{16}{3} \pi G \rho_{\varphi o}}\; t^{1/2} = R_o \sqrt[4]{5{,}33\, \pi G \rho_{\varphi o}}\; t^{1/2}$$

On peut écrire ceci :

$$R = R_o \left(\frac{t}{t_o} \right)^{1/2} \quad \text{si} \quad t_o = \frac{1}{\sqrt{5{,}33\, \pi G \rho_{\varphi o}}}$$

On obtient un temps d'accrétion avec une formule très semblable au gaz de particules de matière.

Les photons se déplacent à une vitesse c. Si on a un grumeau de rayon R_o il se dissipera en un temps de l'ordre de :

$$t_{dissipation} \simeq \frac{R_o}{c}$$

Ne pourront s'amplifier que des perturbations dont la taille dépassera la longueur de Jeans des photons :

$$L_J = \frac{c}{\sqrt{5{,}33\, \pi G \rho_{\varphi o}}}$$

Reprenons maintenant la loi d'expansion, en lisant la solution dans l'autre sens :

$$R = R_o \sqrt[4]{5{,}33\, \pi G \rho_{\varphi o}}\; t^{1/2}$$

Le temps, une époque donnée où l'univers peut être considéré comme empli de rayonnement avec une masse volumique équivalente $\rho_{\varphi o}$; le temps

$$t_o = \frac{1}{\sqrt{5{,}33\ \pi G \rho_{\varphi o}}}$$

est simplement le temps qui s'est écoulé depuis l'instant zéro et

$$H = \frac{c}{\sqrt{5{,}33\ \pi G \rho_{\varphi o}}}$$

N'est autre que l'horizon cosmologique. Donc un univers empli de photons peut effectivement s'avérer instable vis à vis de l'instabilité gravitationnelle, mais ces fluctuations ne sont pas observables, car s'étendant au delà de l'horizon.

Une remarque importante.

Ce qui s'oppose au collapse d'une grumeau de matière, ce sont les forces de pression. Un milieu où il n'y a aucune vitesse d'agitation initiale ça n'est pas physique. La compression s'effectue alors de manière adiabatique, avec pv = constante. Autrement dit

$$p_m \propto \frac{1}{R^3}$$

Quand on envisage la contraction d'un grumeau constitué de rayonnement de gaz de photons, il ne saurait y avoir de pression nulle, puisque la pression de radiation c'est :

$$p_r = \frac{\rho_r c^2}{3}$$

Ensuite, lorsqu'on comprime un élément de rayonnement, l'accroissement de pression s'effectue différemment. La pression est une densité volumique d'énergie. Pour la matière la relation ci-dessus expeime simplement que cette énergie est conservée.

Quand les photons se trouvent « comprimés » leur longueur d'onde s'en trouve réduite et suit la contraction linéaire. Et de ce fait :

$$p_r \propto \frac{1}{R^4}$$

Ainsi ce « gaz de photons se prête mal à ce phénomène de condensation de grumeaux. Le contraste de densité restera très limité.

On retrouve cet aspect au moment du découplage matière – rayonnement. Quand le fluide cosmique (de l'hydrogène) a une température supérieure à 3000° l'instabilité gravitationnelle ne peut se manifester, car le fluides est un mélange de gaz de matière et de gaz de photons », les deux étant intiment liés. Toute tentative du milieu matière de forer des condensations se trouve contrariée par le fait qu'en se contractant il entraînerait avec lui ce gaz de photons, difficilement compressible. Ca n'est que quand le milieu se désionise que l'instabilité gravitationnelle peut se manifester. La masse de Jeans correspondante est alors voisine de 100.000 masses solaires.

Comme souligné dans la vidéo, quand l'instabilité gravitationnelle se manifeste dans le « gaz de photons », la pression n'est pas nulle. De plus quand un grimeau de matière fait mine de se contracter la pression varie en $1/R^3$. Mais quand le grumeau de photons les longueurs d'onde varient comme R, donc elles diminue et la pression de radiation croit comme $1/R^4$. Le « gaz de photons » est donc très difficilement compressible.

Je pense qu'on devrait pouvoir retrouver le facteur 10-5 ; mais pour le moment je n'ai pas de solution à proposer.

Une autre façon de procéder pour retrouver ce thème des fluctuations (15 août 2018)

Il y a une autre façon de faire apparaître les inhomogénéités, directement à partir de l'équation de Poisson, en s'inspirant d'une méthode mise en œuvre en physique des plasmas.

En électromagnétisme, appelons V le potentiel électrique et ρ_e la densité locale de charge électrique L'équation de Poisson s'écrit alors :

$$\Delta V + \frac{\rho_e}{\varepsilon_o} = 0$$

On va faire l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique, ce qui implique que la température $T_e = T_i = T$ soit uniforme. Les fonctions de distribution des vitesse des ions et des électrons sont alors les fonctions Maxwelliennes

$$f_e = \left(\frac{m_e}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-(\frac{1}{2} m_e w_e^2 - eV)/kT}$$

$$f_i = \left(\frac{m_i}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-(\frac{1}{2} m_i w_i^2 + ZeV)/kT}$$

D'où il vient :

$$n_e = n_{eo}\, e^{eV/kT} \qquad n_i = \frac{n_{eo}}{Z}\, e^{-ZeV/kT}$$

en rentrant dans l'équation de Poisson est en différenciant :

$$\Delta V - \frac{(1+Z)\,e^2\, n_{eo}}{\varepsilon_o\, kT} V = 0$$

On se place alors en symétrie sphérique, pour étudier l'effet d'écran affectant le potentiel d'une charge électrique + e . Le potentiel d'une charge isolée est

$$V = \frac{e}{\varepsilon_o\, r}$$

La réaction des charges voisine au champ créé par cette charge va donner au potentiel la forme :

$$V = \frac{e}{\varepsilon_o\, r}\, e^{-\frac{r}{d}}$$

et ce potentiel sera solution de l'équation de Poisson. Si nous dérivons cette expression cela nous conduit à :

$$\frac{1}{r d^2} - \frac{(1+Z)\, n_{eo}\, e^2}{\varepsilon_o\, kT} = 0$$

et nous trouvons la classique distance de Debye :

$$d = \sqrt{\frac{\varepsilon_o kT}{(1+Z)\, n_{eo}\, e^2}}$$

Nous allons faire la même chose en gravitationnel. L'équation de Poisson est :

$$\Delta \Psi = 4\pi G \rho$$

On va considérer une situation stationnaire, plus l'équilivre thermodynamique, c'est à dire un champ de température T uniforme. L'étude se fonde alors sur l'équation de Boltzmann et la solution s'exprime sous la forme d'une fonction de distribution de Maxwell-Boltzmann :

$$f = n\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-(\frac{1}{2}mw^2 + m\Psi)/2kT}$$

D'où :

$$\rho = \rho_o \, e^{-\frac{m\Psi}{kT}}$$

En développant en série et en injectant dans l'équation de Poisson on obtiendra, en symétrie sphérique :

$$\frac{d^2\Psi}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d\Psi}{dr} + \frac{4\pi G\rho_o}{kT} = 0$$

C'est à dire la forme stationnaire de l'équation de Jeans :

$$\Delta\Psi + \frac{\Psi}{L^2} = 0$$

avec pour solution :

$$\Psi = -\frac{Gm}{r}\cos\frac{r}{L}$$

Avec la longueur de Jeans (avec un 4 au lieu d'un 6 …) :

$$L = \sqrt{\frac{kT}{4\pi G\rho}}$$

C'est normal. En électromagnétisme une charge électrique positive crée un champ centrifuge, alors qu'une masse positive crée un champ centripète. Le signe change dans l'équation de Poisson et au bout du compte on obtient un cosinus au lieu d'une exponentielle.

Le milieu se structure donc périodiquement avec une longueur d'onde L.

Si on reprend un milieu constitué par deux espèce, il en sera de même. Chacun peuplera l'espace de fluctuations au rythme de sa propre longueur de Jeans. On retrouve ce qui a été établi plus haut.

Une forme de Multivers

Cette instabilité gravitationnelle peut se produire quand l'univers est en régime de constantes variables. Auquel cas cette instabilité crée une succession d'univers dotés chacun de leur lot de constante et assorti de paramètres d'échelle et de temps

$$a_i \quad et \quad t_i$$

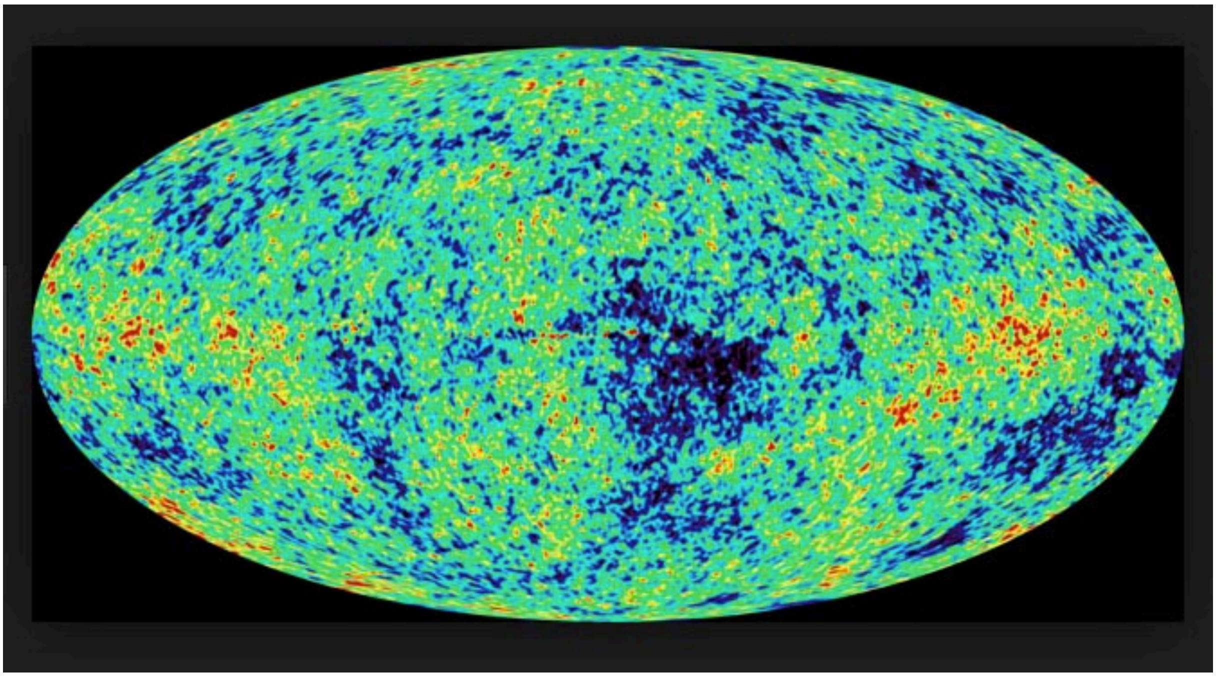
Mais les phénomènes, dans ces différents univers, se dérouleront de manière semblable, avec les mêmes lois physiques, mais à un rythme différent.

Le sens des fluctuations dans le CMB

Chaque « bulle d'univers » interagit avec son secteur de signe opposé. Dans le secteur négatif le paramètre d'échelle est tel que :

$$a^{(-)} << a^{(+)}$$

Ainsi les fluctuations qui se produisent dans le secteur négatif peuvent créent leur empreinte dans le secteur positif. C'est mon interprétation des fluctuations dans le CMB.



On sait aussi que les distances de Jeans, en régime de constantes variables, varient comme les paramètre d'échelle spatiaux.

La longueur d'onde caractéristique des fluctuations du CMB et de l'ordre de un centième du périmètre cosmique. On en déduit que :

$$\frac{a^{(-)}}{a^{(+)}} \simeq \frac{1}{100}$$

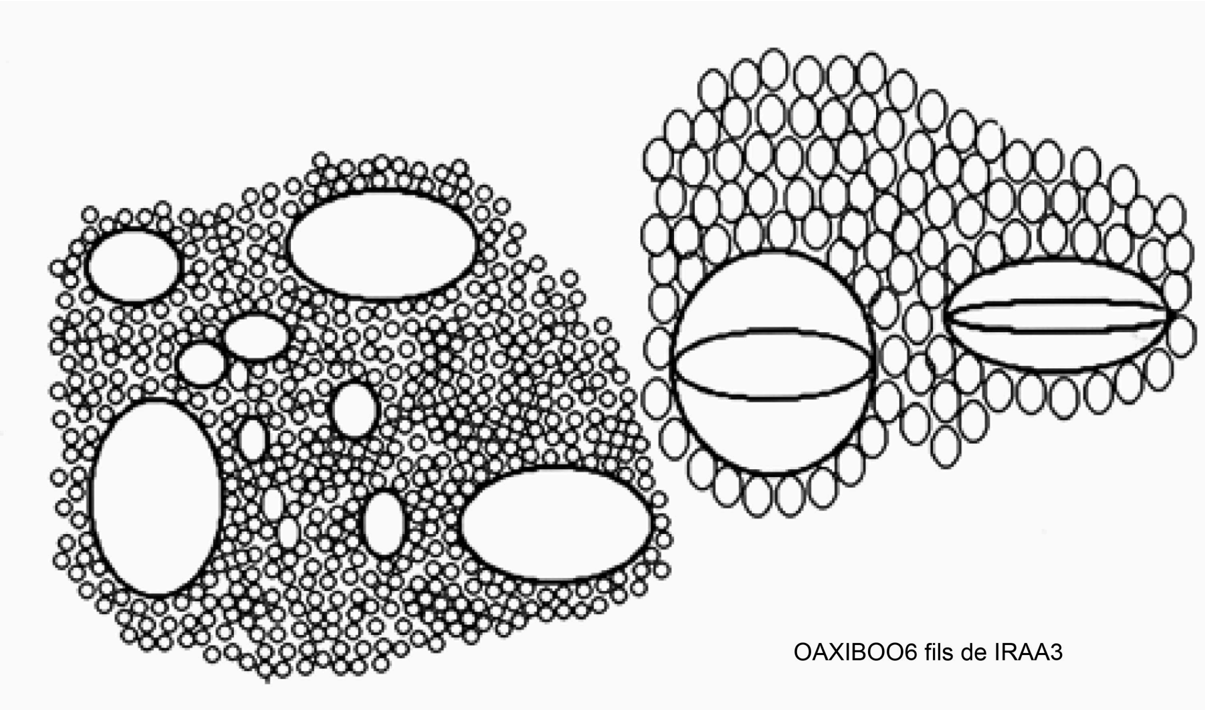
Comme les évolutions en régime de constantes variables s'effectuent avec

$$a^{(-)}\, c^{(-)2} = a^{(+)}\, c^{(+)2}$$

on en déduit que :

$$\frac{c^{(-)}}{c^{(+)}} \simeq 10$$

Ci-après ce schéma des paires d'univers-bulles, évoqué dans une lettre que j'ai reçue en octobre 1993 et qui a servi de support à cette idée.



Les formes alternativement sphérique, ellipsoïde aplaties et ellipsoïdes allongés, suggère des fluctuations conjointes des métriques, anisotropes. Quand un des univers se contracte dans une direction, l'autre se dilate dans la ou les directions opposées.

Dans un prochain travail il me faudra intégrer une structure quadripolaire, avec quatre types de masses en interaction ; dont une paire de masses imaginaires (+ im , - im)

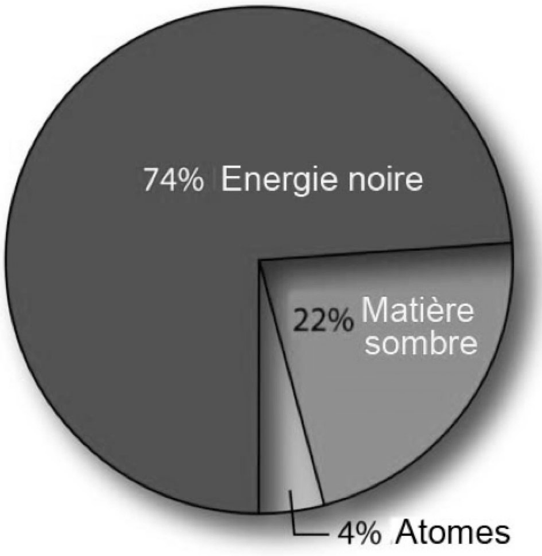
Je subodore qu'il existe dans les schémas que j'ai reçus des idées directrices, d'ordre géométrique. C'est un autre vaste projet.

Jean-Pierre Petit

23 août 2018 : Pourquoi l'énergie noire est négative

Je rajoute les éléments qui suivent, même si cela n'est pas évoqué dans Janus 25

Tout le monde connaît le camembert suivant :



On y effectue une comparaison entre des objets qui semblent être de natures différentes. En effet un des secteurs se réfère à de la « matière » et un autre à « de l'énergie ». Comment peut-on les comparer ?

Intuitivement, comme on traite de gravitation, le mot « matière » évoque aussitôt une masse , ou plutôt une densité volumique de masse ρ .

Comme il s'agit de matière sombre on pourrait écrire :

$$\rho_{dm}$$

en appelant cela « densité de dark matter », en kilos par mètre cube.

Pour les 4 % se référant aux atomes on écrirait :

$$\rho_m$$

Avec un rapport

$$\frac{\rho_{dm}}{\rho_m} \simeq 5$$

Comme évoqué dans les pages précédentes on a aussi un « équivalent-masse » lié au rayonnement, et on peut introduire le terme

$$\rho_r$$

Ce terme cesse d'être négligeable, en devient même prépondérant quand on arrive à « l'ère radiative ». Mais le camembert ci-dessus se réfère à l'ère matière, donc :

$$\rho_r << \rho_m$$

Ceci étant, en Relativité Générale, ce qui détermine la géométrie de l'univers (et sa dynamique) c'est en fait l'énergie. En exprimant la constante cosmologique, de manière plus contemporaine, selon :

$$\chi' = -\frac{8\pi G}{c^4} \quad \textit{au lieu de} \quad \chi = -\frac{8\pi G}{c^2}$$

(cela dépend de ce qu'on décide de mettre dans le tenseur T, soit des termes de densité volumique d'énergie (comme ρc^2) soit des termes de masse volumique)

le tenseur énergie-matière, du second membre de l'équation d'Einstein, s'écrit, sous sa forme contravariante :

$$T_m^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho_m c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3}\rho_m < V^2 > & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3}\rho_m < V^2 > & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3}\rho_m < V^2 > \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_m c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p_m \end{pmatrix}$$

<V> est la valeur moyenne de la vitesse d'agitation thermique. Les termes présents dans la diagonale représente une pression. Mais on ne doit pas perdre de vue qu'une pression c'est une densité d'énergie par unité de volume, qui s'exprime en joules par mètre cube.

On pourrait alors, en faisant intervenir une vitesse d'agitation thermique de matière sombre froide $<V_{dm}>$ (Cold dark Matter) écrire :

$$T_{dm}^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho_{dm} c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3}\rho_{dm} < V_{dm}^2 > & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3}\rho_{dm} < V_{dm}^2 > & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3}\rho_{dm} < V_{dm}^2 > \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{dm} c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p_{dm} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p_{dm} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p_{dm} \end{pmatrix}$$

C'est licite, du fait que cette matière sombre est supposée être « froide ». Quelle est la différence avec une matière sombre « chaude » ?

Un matière chaude serait une matière où les vitesses des éléments seraient relativistes, de l'ordre de c. Matière sombre froide signifie simplement que

$$<V_{dm}> \ll c$$

Mais, si tant est que cette matière sombre existerait, on ignorerait tout de la vitesse d'agitation qui règne dans ce milieu.

Néanmoins, comme tout ceci est « froid » et qu'on a aussi $<V_m> \ll c$

On peut écrire :

$$T_m^{\mu\nu} \simeq \begin{pmatrix} \rho_m c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad T_{dm}^{\mu\nu} \simeq \begin{pmatrix} \rho_{dm} c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

On commence à y voir un tout peu plus clair. Comme c'est l'énergie qui détermine la géométrie, et la dynamique de l'univers, on voit que, s'agissant de la matière sombre les importances relatives de ces contributions en énergie reposent sur la comparaison de

$$\rho_m c^2 \qquad et \qquad \rho_{dm} c^2$$

soit de :

$$\frac{\rho_{dm}}{\rho_m} \simeq 5$$

Mais quid de cette « énergie noire » ? Comment celle-ci se manifeste-t-elle dans l'équation de champ de la relativité Générale classique ?

Réponse : en introduisant la constante cosmologique dans l'équation d'Einstein.

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} R\, g^{\mu\nu} + \Lambda g^{\mu\nu} = \chi' \left[T_m^{\mu\nu} + T_{dm}^{\mu\nu} \right]$$

Faisons passez le terme de la constante cosmologique dans le second membre.

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} R\, g^{\mu\nu} = - \frac{8\pi G}{c^4} \left[T_m^{\mu\nu} + T_{dm}^{\mu\nu} \right] - \Lambda g^{\mu\nu}$$

On peut alors le considérer comme un nouveau terme source du champ gravitationnel et écrire :

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} R\, g^{\mu\nu} = - \frac{8\pi G}{c^4} \left[T_m^{\mu\nu} + T_{dm}^{\mu\nu} + T_\Lambda^{\mu\nu} \right]$$

ce terme peut être mis sous la forme :

$$T_{\Lambda}^{\mu\nu} \simeq \begin{pmatrix} \rho_{\Lambda} c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

si cet équivalent en « énergie matière » a la valeur :

$$\rho_{\Lambda} = -\frac{c^2 \, \Lambda}{8\pi G}$$

Qui a une valeur ***négative***.

A cause du signe moins, issu de la valeur de la constante d'Einstein, une masse volumique ρ positive crée une *décélération*.

Inversement, la masse volumique équivalente, traduction de la présence de la constante cosmolgique, est négative :

$$\rho_{\Lambda} = -\frac{c^2 \, \Lambda}{8\pi G} < 0$$

elle créera une *accélération*.

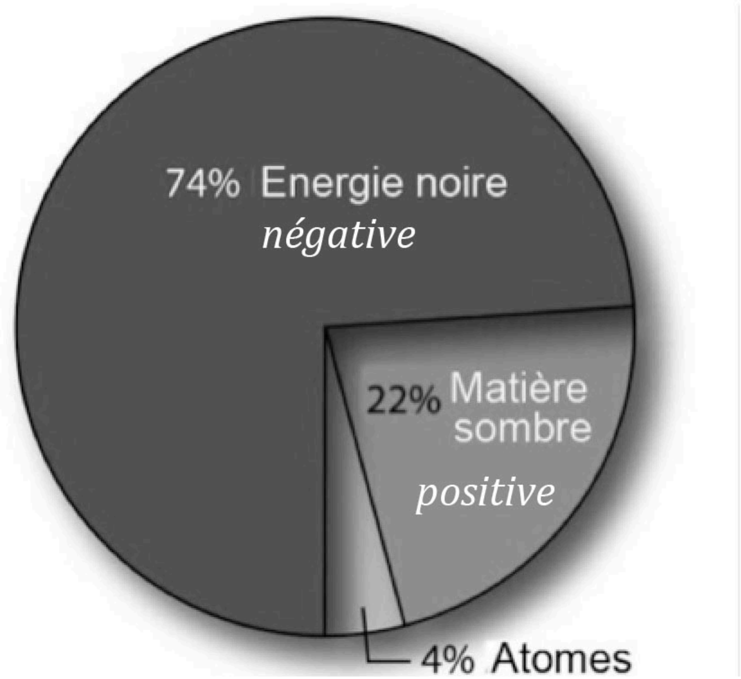
Mais on parle « d'énergie noire ». Comment passer de cette « masse noire équivalente » à une « énergie noire » ?

Simple, on multiplie par c^2 :

Densité volumique d'énergie noire, en joules par mètre cube :

$$\boxed{densit\acute{e}\ volumique\ d'\acute{e}nergie\ noire = -\frac{c^4 \, \Lambda}{8\pi G} < 0}$$

Ainsi, quelle que soit l'unité qu'on choisisse pour exprimer cette énergie noire dans un camembert, on oublie de préciser que ***cette énergie noire est négative*** !



Une densité d'énergie est aussi une pression. Ainsi, bien que cette conclusion ne s'impose pas immédiatement à l'intuition, cette énergie noire va avec une ***pression négative***.

Application à la mécanique quantique :

Dans son livre « The Quantum Theory of Fields, Steven Weinberg, page 104, justifie son option d'éliminer les états d'énergie négative en disant qu'ils n'avaient jamais été observés dans la nature. Quand son livre avait été écrit on pouvait encore considérer cela comme vrai. Mais en 2011 un prix Nobel (Perlmutter, Riess et Schmidt) a confirmé la découverte que l'univers accélérait, sous l'effet d'une énergie noire … négative.

Donc l'option de base de la Théorie Quantique des champs, consistant à choisir un opérateur d'inversion de temps (page 76) anti-linéaire et anti-unitaire, ne tient plus.

Un second volet de la théorie doit être développé.

C'est ce qu'est en train de faire, avec succès, la mathématicienne belge Nathalie Debergh.