A propos des critiques publiés par T.Damour, sur sa page de l'IHES, dans ses articles de 2019 et 202, sur le modèle cosmologique Janus.

Les premiers qui introduisent une approche bimétrique, sont Damour et Koan en 2002, dans un papier de plus de 40 pages, publié dans physical Review D, sans le moindre résultat tangible.

Voici le résultat auquel ils parviennent :

(1)

$$2\,M_R^2(R_{\mu\nu}(g^R)-\frac{1}{2}g^R_{\mu\nu}R(g^R))+\Lambda_R\,g^R_{\mu\nu}=T^R_{\mu\nu}+t^R_{\mu\nu}$$

$$2\,M_L^2(R_{\mu\nu}(g^L)-\frac{1}{2}g^L_{\mu\nu}R(g^L))+\Lambda_L\,g^L_{\mu\nu}=T^L_{\mu\nu}+t^L_{\mu\nu}$$

Dans les seconds membres vous trouvez ce qu'on pourra qualifier de « tenseurs d'interaction »

→ $t^R_{\mu\nu}$ représente, la contribution au champ créé par l'espèce « L » (left) et subi par l'espèce R (right). L'effet étant l'incidence sur la métrique $g^R_{\mu\nu}$

→ $t^L_{\mu\nu}$ représente, la contribution au champ créé par l'espèce « R » (right) et subi par l'espèce L (left). L'effet étant l'incidence sur la métrique $g^L_{\mu\nu}$

La simple forme des premiers membres fait que les dérivées covariantes construites à l'aide des métriques, que nous noteront ∂^ν_R et ∂^ν_L sont identiquement nulles :

Par voie de conséquences les dérivées covariantes des seconds membres doivent être aussi nulles.

En relativité générale, les relations qui expriment le simple souci de cohérence mathématique des équations, quand on l'explicite, se traduisent par des équations de conservation.

- De l'énergie
- De l'impulsion.

L'équation d'Einstein revient à ne considérer qu'une seule de ces deux espèces. En partant des équations de Damour et Kogan, ceci conduirait à l'unique équation :

(2)

$$2\,M_R^2(R_{\mu\nu}(g^R)-\frac{1}{2}g^R_{\mu\nu}R(g^R))+\Lambda_R\,g^R_{\mu\nu}=T^R_{\mu\nu}$$

Alors on aurait : $\partial^\nu_R\,T^R_{\mu\nu}=0$

C'est là où les mathématiques conduisent à de la physique

La difficulté, quand on veut passer en bimétrique, est d'introduire ces deux tenseurs d'interaction, qui satisfassent les conditions :

(3) $$\partial^{\nu}_{R}\, t^{R}_{\mu\nu} = 0 \qquad \partial^{\nu}_{L}\, t^{L}_{\mu\nu} = 0$$

Damour et Kogan sont bien conscients de ce fait. Mais pour eux le problème ne se pose pas, car au terme de cet article de plus de 40 pages, qui ne débouche sur aucun résultat tangible, aucune forme n'est proposée pour ces deux tenseurs.

Avant d'aller plus loin, rappelons qu'en matière de cosmologie, fondée sur l'équation d'Einstein, on ne dispose que de deux types de solutions.

- Univers homogène et isotrope, solution instationnaire
- Symétries SO(3) et SO(2), solution invariante par translation temporelle.

Ainsi, toute forme de solution, issue de l'équation d'Einstein, ne sera jamais qu'une solution approchée, porteuse d'hypothèses simplificatrices de nature physique.

Cela s'appelle faire de la physique

Il est important, et même capital, de garder en tête ce qu'imposent les « conditions de Bianchi ». Dans ces dérivations covariantes il y a

- Une dérivation par rapport à la variable temporelle
- Une dérivation par rapport aux variables d'espace.

La façon dont on aborde la question, dans la relativité générale comme dans le modèle Janus fait que les deux conditions ne se manifestent pas simultanément.

Quand on envisage un milieu uniforme et homogène, les dérivées spatiales sont identiquement nulles. Il n'y a pas de gradient de pression, dont pas de « forces de pression ». La condition de cohérence mathématique se centre alors sur la variable temporelle. En relativité générale cela se résume à une loi de conservation d l'énergie.

Quand on envisage des solutions stationnaires les dérivées par rapport à la variable temps sont identiquement nulles. La condition de Bianchi, la nullité de la dérivée covariante des seconds membres est satisfaite en dehors des masses, puisque les seconds membres des équations sont nul.

La question ne se posera que pour les « métriques intérieures », qui décrivent la géométrie à l'intérieur de masses, quand le second membre n'est pas nul.

En relativité générale cela se traduit par l'équation « TOV » (Tolmann, Oppenheimer, Volkoff, 1939). En approximation Newtonienne cette équation devient l'équation d'Euler, exprimant que la force de gravité, à l'intérieur des masses, est équilibrée par les forces de pression (qui mettent en jeu un gradient de pression).

Qui peut le plus peut le moins. En visant la construction d'un nouveau modèle cosmologique nous n'envisagerons que ces seuls cas.

Dans le cas de la solution instationnaire, deux configurations sont à envisager :

- Univers de poussière → pression nulle
- Univers dans sa phase radiative, à pression (radiative) non négligeable.

Commençons par tenter de construire un modèle qui décrit la configuration instationnaire, où les deux entités sont faites de « poussière », où les pressions sont négligées.

Nous écrirons ces équations avec les notations Janus, en notation mixte :

(4)

$$R^{(+)\nu}_{\mu} - \frac{1}{2} R^{(+)} \delta^{\nu}_{\mu} = \chi \left[T^{(+)\nu}_{\mu} + \varphi \, t^{(-)\nu}_{\mu} \right]$$

$$R^{(-)\nu}_{\mu} - \frac{1}{2} R^{(-)} \delta^{\nu}_{\mu} = -\chi \left[T^{(-)\nu}_{\mu} + \phi \, t^{(+)\nu}_{\mu} \right]$$

Nous introduisons, devant les tenseurs d'interaction, des fonctions inconnues φ et ϕ de la variable chronologique x°.

Concentrons-nous sur « des univers de poussière ». Dans ces conditions les tenseurs s'écrivent :

(5)

$$T^{(+)\nu}_{\mu} = \begin{pmatrix} \rho^{(+)} c^{(+)2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad T^{(-)\nu}_{\mu} = \begin{pmatrix} \rho^{(-)} c^{(-)2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Question : quelle forme donner aux « tenseurs d'interaction » $t^{(-)\nu}_{\mu}$ et $t^{(+)\nu}_{\mu}$?

Nous sommes dans une démarche heuristique. Tentons :

(6)

$$t^{(+)\nu}_{\mu} = T^{(+)\nu}_{\mu} \qquad t^{(-)\nu}_{\mu} = T^{(-)\nu}_{\mu}$$

Pourquoi pas ?

On a introduit deux fonctions du temps φ et ϕ , inconnues. Qu'est-ce qui déterminera leur forme ?

→ Les « conditions de Bianchi », la cohérence physique et mathématique du système.

Nous sommes dans des univers qui sont homogènes et isotropes, en configuration instationnaire. Ces hypothèses géométrique détermine la forme des métriques FLRW, Friedman Lemaître Robertson Walker :

$$g_{\mu\nu}^{(+)} = dx^{\circ 2} - \frac{a^{(+)2}}{1-k^{(+)}}\left[du^2 + u^2 d\theta^2 + u^2 \sin^2\theta d\varphi^2 \right]$$

(7)

$$g_{\mu\nu}^{(-)} = dx^{\circ 2} - \frac{a^{(-)2}}{1-k^{(-)}}\left[du^2 + u^2 d\theta^2 + u^2 \sin^2\theta d\varphi^2 \right]$$

x° est la variable chronologique, commune. (u, θ, φ) sont les coordonnées qui rendent compte de l'isotropie, c'est à dire des coordonnées sphérique. $k^{(+)}$ Et $k^{(-)}$ sont les indices de courbure. En injectant ces métriques dans le système d'équations de champ couplées, la solution sera sous la forme des deux fonctions $a^{(+)}(x^\circ)$ et $a^{(-)}(x^\circ)$, les deux scale factors. Quelque chose devra assurer la cohérence physique et mathématique. C'est une dérivée par rapport au temps, la seule qui reste dans ces conditions de symétrie. En poursuivant le calcul on trouve que cela détermine la forme des deux fonctions :

(8) $$\varphi(x^\circ) = \left(\frac{a^{(-)}}{a^{(+)}}\right)^3 \qquad \phi(x^\circ) = \left(\frac{a^{(+)}}{a^{(-)}}\right)^3$$

Ainsi ce système d'équations, qui n'a pour vertu, pour le moment, que de produire une solution mathématique exacte, devient :

$$R^{(+)\nu}_{\ \ \mu} - \frac{1}{2} R^{(+)} \delta^{\nu}_{\mu} = \chi \left[T^{(+)\nu}_{\ \ \mu} + \left(\frac{a^{(-)}}{a^{(+)}}\right)^3 t^{(-)\nu}_{\ \ \mu} \right]$$

(9)

$$R^{(-)\nu}_{\ \ \mu} - \frac{1}{2} R^{(-)} \delta^{\nu}_{\mu} = -\chi \left[T^{(-)\nu}_{\ \ \mu} + \left(\frac{a^{(+)}}{a^{(-)}}\right)^3 t^{(+)\nu}_{\ \ \mu} \right]$$

Et quelle est cette relation mathématique qui assure sa cohérence mathématique ?
Réponse : la condition :

(10) $$E = \rho^{(+)} c^{(+)2} a^{(+)3} + \rho^{(-)} c^{(-)2} a^{(-)3} = Cst$$

La conservation généralisé de l'énergie. Tout cela ressemble bien à une cohérence physique. Et que tire-t-on de la solution exacte qui émerge de ce système ?

L'accélération d l'expansion cosmique.

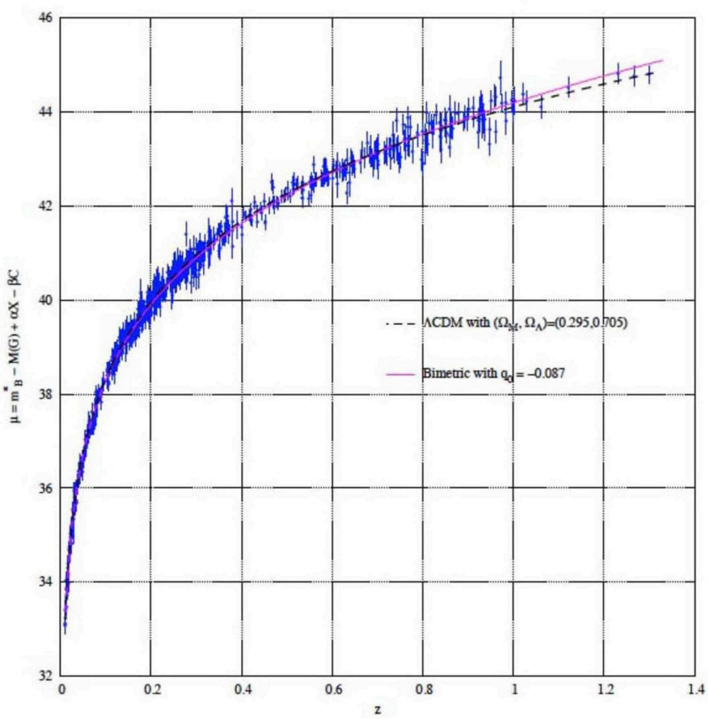
Quand ce travail est-il publié ? En 2014, il y a dix ans[1].

[1] J.P.Petit, G.D'Agostini : Negative Mass hypothesis in cosmology and the nature of dark energy. Astrophysics And Space Sccience,. *A* **29**, 145-182 (**2014**)

Quel commentaire Thibault Damour accorde-t-il à ce travail ?
Aucun → Il en ignore toujours l'existence.

On voit donc cinq ans avant que celui-ci ne publie dans sa page de l'IHES un premier article, en janvier 2019, visant à dissuader la communauté de s'intéresser à ce modèle il existait déjà une forme, se prêtant à la description de solutions exactes instationnaire, qui satisfaisait les conditions d'une cohérence physique et mathématique. Et c'est toujours le cas.

En 2018, un an avant la mise en ligne de l'article de Damour, Gilles d'Agostini exploite cette solution exacte en montrant qu'elle s'accord parfaitement aux données observationnelles[2] :



Nouveau commentaire de Damour sur ce second article ?

Aucun. En 2019 il en ignore l'existence et c'est toujours le cas aujourd'hui.

Quel peut être l'origine de ces deux facteurs φ et ϕ ?

On remarque que ceci peut en fait s'écrire :

[2] G. DAgostini and J.P.Petit : Constraints on Janus Cosmological model from recent observations of supernovae type Ia, Astrophysics and Space Science, (**2018**),

$$R^{(+)\nu}_{\ \ \mu} - \frac{1}{2} R^{(+)} \delta^{\nu}_{\mu} = \chi \left[T^{(+)\nu}_{\ \ \mu} + \sqrt{\frac{g^{(-)}}{g^{(+)}}}\ t^{(-)\nu}_{\ \ \mu} \right]$$

(11)

$$R^{(-)\nu}_{\ \ \mu} - \frac{1}{2} R^{(-)} \delta^{\nu}_{\mu} = -\chi \left[T^{(-)\nu}_{\ \ \mu} + \sqrt{\frac{g^{(+)}}{g^{(-)}}}\ t^{(+)\nu}_{\ \ \mu} \right]$$

Quel sens donner à ces mystérieux facteurs $\sqrt{g^{(+)}}$ et $\sqrt{g^{(-)}}$? Il apparaîtront dans ma dérivation à partir d'une action, liés aux « hypervolume riemaniens ».

Passons à un autre type de solution. Les solutions stationnaires en symétrie sphérique.

Là encore la satisfaction des conditions de Bianchi est une condition incontournable. On remarque pour commencer qu'elle ne pose problème qu'à l'intérieur de masses. A l'extérieur, dans le vide, les seconds membres des équations sont nuls. Donc la satisfaction de la condition est assurée.

Il reste le problème de la géométrie à l'intérieur des masses. Cette question a été magistralement traitée par Karl Schwarzschild dans son second article de 1916[3]. En 1938 Tolman, Oppenheimer et Volkoff reprenne cette solution et lui donne leur nom, elle devient « l'équation TOV ». Dans son approximation Newtonienne elle devient l'équation d'Euler, exprimant que les forces de pression équilibre la forte de gravitation, à l'intérieur des masses.

Si on excepte cette difficulté à gérer la géométrie à l'intérieur des masses le système Janus abonde de retombées intéressantes vis à vis des confirmations avec les données observationnelles. En l'état on peut considérer le système sous sa forme (11).

L'étude de l'approximation Newtonienne a permis de déterminer le sens des forces :

- Attraction mutuelle des masses positives
- Attraction mutuelle des masses négatives
- Les masses de signes opposées se repoussent selon « anti-Newton »

Damour en est toujours à penser que les masses négatives se repoussent, au prix d'articles sans consistance, alors qu'il est tellement plus simple de raisonner sur la base de constructions des courbes géodésiques.

Comme ces masses opposées se repoussent, elles s'excluent les unes, les autres. Ainsi, au voisinage du système solaire les masses négatives sont quasiment absentes, ce qui fait que le système se réduit à :

[3] **K. Schwarzschild :** Über das Gravitionalsfeld einer Kugel Aus incompressibler Flüssigkeit nach der Einsteinschen Theprie. Sitzung der phys. Math. Klasse v.23 märz 1916

(12)

$$R^{(+)\nu}_{\ \mu} - \frac{1}{2} R^{(+)} \delta^{\nu}_{\mu} = \chi \, T^{(+)\nu}_{\ \mu}$$

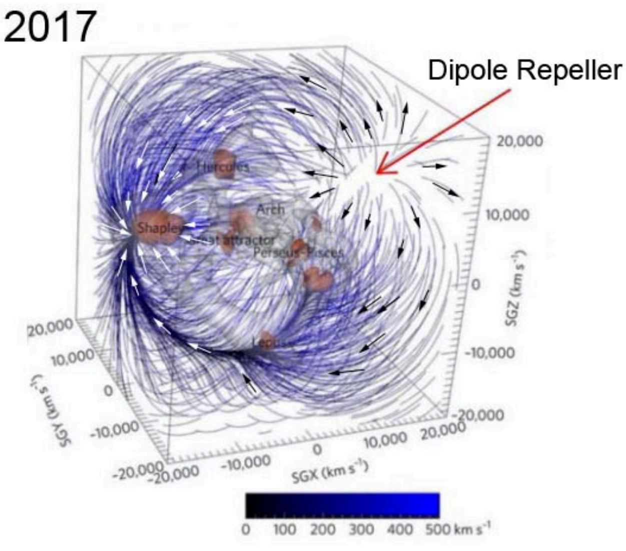
$$R^{(-)\nu}_{\ \mu} - \frac{1}{2} R^{(-)} \delta^{\nu}_{\mu} = - \chi \sqrt{\frac{g^{(+)}}{g^{(-)}}} \ t^{(+)\nu}_{\ \mu}$$

On reconnaît dans la seconde équation, l'équation d'Einstein. Ainsi le modèle Janus est-il en total accord avec les observations (avance du périhélie et déviation de la lumière pa les masses) qui constituent les vérifications locales classiques de la relativité générale.

La construction du tenseur $t^{(+)\nu}_{\ \mu}$ permettrait alors de construire les géodésiques suivies par le photons d'énergie négative, subissant alors un effet de negative lensing. Mais quel intérêt puisqu'un tel phénomène, se situant dans le feuillet négative, n'est alors pas accessible à nos moyens d'observation ?

Notons que le système (12) se prête parfaitement à la modélisation d'objets comme les étoiles à neutrons, présentes dans notre feuillet d'univers, celui des masses positives. Il en sera de même pour les objets hypermassifs situés au centre des galaxies, que nous assimilons, non à des trous noirs géants, mais à des objets sous-critiques, ce que confirme pour es deux objets dont nous avons l'image, le rapport température maximal sur minimale de 3.

Il reste une autre configuration. Celle, suggérée par les simulations de l'établissement de la structure à très grande échelle de l'univers où se constitue une distribution quasi régulière de conglomérats de masse positive, engendrant pour les galaxies un effet de répulsion (confirmé en 2017 par la découverte du Dipole Repeller)



Le système devient :

(13)

$$R^{(+)\nu}_{\ \ \mu} - \frac{1}{2} R^{(+)} \delta^{\nu}_{\mu} = \chi \sqrt{\frac{g^{(-)}}{g^{(+)}}}\ t^{(-)\nu}_{\ \ \mu}$$

$$R^{(-)\nu}_{\ \ \mu} - \frac{1}{2} R^{(-)} \delta^{\nu}_{\mu} = -\chi\, T^{(-)\nu}_{\ \ \mu}$$

La seconde équation permet de construire ce conglomérat de masse négative. En suivant ce qui découle des simulations numériques, ces objets sont alors loin d'être hyperdenses. On peut les comparer à l'immenses protoétoiles émettant dans le rouge et l'infrarouge, qui ne s'annuleront jamais, étant dotés d'un cooling time excédant l'âge de l'univers. Au sein de ces objets, stables, ce sont les forces de pression qui contrebalancent la force de gravité. Le tenseur $T^{(-)\nu}_{\ \ \mu}$, lié à cette matière de masse négative, a la forme :

(14)

$$T^{(-)\nu}_{\ \ \mu} = \begin{pmatrix} \rho^{(-)} c^{(-)2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p^{(-)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p^{(-)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p^{(-)} \end{pmatrix}$$

C'est lui qui est la source du champ, dans les deux feuillets. Ces sources sont

→ $\rho^{(-)} c^{(-)2}$: la densité volumique d'énergie sous forme de masse

→ $p^{(-)} = \dfrac{\rho^{(-)} < v^{(-)2} >}{3}$: La pression, en tant que densité volumique d'énergie sous forme d'agitation thermique.

Mais nous sommes dans l'approximation Newtonienne. En particulier $v^{(-)} << c^{(-)}$. Donc le terme de pression est très faible dans cette matrice.

La détermination à l'extérieur et dans ce conglomérat sera issue du classique couple métrique extérieur plus métrique intérieure (Scwharzschild 1916). Mais l'évolution de la densité à l'intérieur de l'objet ne pourra plus cadrer avec une densité constante. Cela sera un modèle classique, comparable à une étoile, mais géante. On aura recours à l'équation TOV. Mais celle-ci, compte tenu des conditions physiques, se réduira à l'équation d'Euler.

C'est là, en seulement là, que se posera la question soulevée par Thibault Damour dans l'article installé en janvier 2019 sur sa page de l'IHES, il y a cinq ans.

→ Il faudra que la condition de Bianchi soit satisfaite. En autre terme que la dérivée covariante du tenseur d'interaction présent dans la première équation, calculée sur la base de la métrique $g^{(-)}_{\mu\nu}$ soit nulle. C'est à dire que :

(15)

$$\partial^{\nu}_{(-)} \left(\sqrt{\frac{g^{(-)}}{g^{(+)}}}\ t^{(-)\nu}_{\ \ \mu} \right) = 0$$

Comme nous sommes dans l'approximation Newtonienne (le métrique varient peu, sur des courtes distances) le facteur se résume à une constante et la condition à :

(16)
$$\partial^{\nu}_{(-)} t^{(-)\nu}{}_{\mu} = 0$$

Une étude théorique plus poussée permettra peut être de déterminer la forme que doit avoir ce tenseur, mais ça ne sera évidemment pas :

(17)
$$t^{(-)\nu}{}_{\mu} = \begin{pmatrix} \rho^{(-)} c^{(-)2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p^{(-)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p^{(-)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p^{(-)} \end{pmatrix}$$

Puisque, comme noté par Damour dans son papier de 2019 ceci conduit à des équations TOV différentes, donc à une incohérence physique et mathématique.

Cela n'invalide pas le modèle, comme il le prétend. Cela signifie simplement que la forme de ce tenseur d'interaction est différente, et précisément conditionnée par la condition (16). Pour le moment nous n'avons pas construit la forme de ce tenseur de manière rigoureuse. Mais en 2019, au moment même où Damour produisait sa critique, nous donnions une forme approchée, cadrant avec l'approximation Newtonienne[4] :

(18)
$$t^{(-)\nu}{}_{\mu} = \begin{pmatrix} \rho^{(-)} c^{(-)2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p^{(-)} + \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p^{(-)} + \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p^{(-)} + \varepsilon \end{pmatrix}$$

Le calcul conduit alors à deux équations TOV qui se rejoignent quand on fait agir l'approximation Newtonienne, ce qu'avait enfin compris Damour dans son article du 28décembre 2022, Quatre ans après celui de 2019. Témoin ces phrases extraites de son article :

[4] J.P.Petit, G. D'Agostini, N.Debergh : Physical and mathematical consistency of the Janus Cosmological Model (JCM). Progress in Physics **2019** Vol.15 issue 1

> Les auteurs de PDD19 ont cru corriger ce défaut fondamental de la théorie Janus en rajoutant le facteur φ, Eq. (2), apparaissant dans les membres droits de (1), dont l' effet est de changer le signe de $p_+(r)$ dans la deuxième équation (10). Il est vrai que cette modification élimine la violente contradiction entre les deux équations newtoniennes (10), en les replaçant par l'unique (et correcte) équation de structure newtonienne
>
> $T^-_{\mu\nu}$ à zéro, et en résolvant les équations pour les deux métriques dans un cas où la source $T^+_{\mu\nu}$ est stationnaire et à symétrie sphérique. Ces solutions ont été écrites[4] dans les éqs. (45), (46) de PDD19, c-a-d (avec $' = d/dr$)

$$
\begin{aligned}
p'_+ &= -G\left(\rho_+ + \frac{p_+}{c^2}\right)\frac{M_+(r) + 4\pi p_+ r^3/c^2}{r(r - 2GM_+(r)/c^2)}\,, \\
p'_+ &= -G\left(\rho_+ - \frac{p_+}{c^2}\right)\frac{M_+(r) - 4\pi p_+ r^3/c^2}{r(r + 2GM_+(r)/c^2)}\,, \qquad (12)
\end{aligned}
$$

> où $p_+(r)$ est la pression (de la matière ordinaire), $\rho_+(r)$ sa densité, et $M_+(r) = 4\pi\int_0^r dr r^2 \rho_+(r)$ est la masse (positive) contenue dans le rayon r.
>
> Il est vrai que si l'on prend formellement la limite newtonienne $\frac{1}{c^2} \to 0$ dans les équations (12), ces deux équations deviennent compatibles, car elles deviennent toutes deux identiques à l'unique équation de structure newtonienne (11).

Les équations (12) deviennent alors la classique équation d'Euler, extraite de son article :

> Les auteurs de PDD19 ont cru corriger ce défaut fondamental de la théorie Janus en rajoutant le facteur φ, Eq. (2), apparaissant dans les membres droits de (1), dont l' effet est de changer le signe de $p_+(r)$ dans la deuxième équation (10). Il est vrai que cette modification élimine la violente contradiction entre les deux équations newtoniennes (10), en les replaçant par l'unique (et correcte) équation de structure newtonienne

$$
p'_+ = -G\rho_+ \frac{M_+(r)}{r^2}\,. \qquad (11)
$$

Et Damour se raccroche alors au fait que cette approximation ne saurait convenir dans le cas d'une étoile à neutron, qui se situe hors de l'approximation Newtonienne ?

Mais nous sommes parfaitement d'accord !

Seulement, il n'y a pas d'étoiles à neutrons de masse négative.

Tous les objets présents dans ce secteur négatif, susceptibles d'engendrer des phénomènes observables (les seuls qui nous intéressent) entrent dans le domaine de l'approximation Newtonienne. On pourra donc calculer avec cette approche ce à quoi nous aurons accès, c'est à dire l'effet de lentille gravitationnelle négatif produit sur nos photons d'énergie positive, par ce conglomérat de masse négative.

Comme les scientifiques qui auront lu cet article, confus, qui trahit l'incompréhension de son auteur, et fait aveuglément confiance à l'expert T.Damour, il en résulte qu'il aura bloqué pendant cinq années tout intérêt pour ces travaux.