Réalité Hermitienne Interfacée.

Bernardo Levy

Résumé :

Cet article présente un cadre géométrique pour la physique dans lequel l'espace-temps est étendu en une variété hermitienne complexifiée. Nous explorons la dynamique qui émerge de l'action du groupe de Poincaré complexifié sur une telle variété, en nous concentrant sur la méthode des orbites coadjointes introduite par Jean-Marie Souriau. La structure résultante, appelée Réalité Hermitienne Interfacée (RHI), décrit un univers à deux couches dans lequel les composantes réelles et imaginaires de quantités fondamentales telles que l'impulsion, l'énergie et la masse coexistent et interagissent. Nous interprétons l'interface entre ces composantes comme le lieu de la manifestation physique, suggérant un nouveau lien entre la géométrie, la structure quantique et les phénomènes communément associés à la conscience et à l'observation. Le formalisme recouvre la dynamique relativiste standard dans le secteur réel et offre de nouvelles perspectives lorsqu'il est étendu aux représentations complexifiées. Ce travail fournit les bases mathématiques pour étendre les théories physiques à des domaines où les structures à valeurs réelles traditionnelles peuvent s'avérer pertinentes.

Mots-clés: Interfaced Hermitian Reality (IHR), complexified Poincaré group, coadjoint action, Hermitian geometry, Souriau structure, dual dynamics, extended phase space

Introduction:

La physique moderne a longtemps débattu de l'incompatibilité apparente entre le langage géométrique continu de la relativité générale et le caractère discret et probabiliste de la mécanique quantique. Parmi les pistes explorées pour combler ce fossé conceptuel, les approches géométriques et de la théorie des groupes offrent une voie d'unification prometteuse. Dans ce contexte, la méthode des orbites coadjointes de Jean-Marie Souriau constitue un outil puissant pour dériver la dynamique directement à partir des symétries de groupe. Nous proposons ici une extension de cette idée au domaine complexe. En considérant la complexification du groupe de Poincaré, nous introduisons un modèle géométrique dans lequel l'espace-temps devient une variété hermitienne, les observables physiques acquérant des composantes réelles et imaginaires. Ce cadre, que nous appelons Réalité Hermitienne Interfacée (RHI), fournit un cadre structuré dans lequel le secteur réel correspond à la dynamique physique conventionnelle, tandis que les composantes imaginaires codent des informations complémentaires potentiellement pertinentes pour le comportement quantique, les degrés de liberté internes, voire les notions émergentes de conscience. L'objectif de ce travail est de formaliser le modèle IHR au sein des mécanismes de la théorie des groupes et de la géométrie différentielle, d'identifier les quantités conservées associées et d'explorer les interprétations physiques qui naissent de l'interaction entre secteurs réel et imaginaire. Nous considérons cette zone d'interaction – l'interface – comme le lieu de la réalité physique, où les quantités mesurables émergent d'une structure duale plus profonde.

1- L’Action Coadjointe du Groupe de Poincaré Complexifié.

Le groupe de Poincaré, essentiel à la structure de la relativité restreinte, décrit les symétries de l'espace-temps de Minkowski, y compris les translations et les transformations de Lorentz. Sa complexification implique que tous les paramètres (coordonnées d'espace-temps et angles de Lorentz) prennent des valeurs complexes, ce qui conduit à un groupe de Lie complexe doté d'une structure géométrique plus riche. L'action coadjointe d'un groupe de Lie sur le dual de son algèbre de Lie fournit un moyen systématique de générer des espaces de phase physiquement significatifs. En suivant la méthode de Souriau, nous examinons les orbites coadjointes du groupe de Poincaré complexifié. Ces orbites correspondent à des impulsions généralisées et à des vecteurs énergie-impulsion qui peuvent désormais prendre des valeurs complexes. Mathématiquement, si G est un groupe de Lie d'algèbre de Lie $\mathfrak{g}$, et $\mathfrak{g}*$ son dual, l'action coadjointe est définie par :

$$Ad_g^*(F)(X) = F\left(Ad_{g^{-1}}X\right) \ for\ all\ \ X \in \mathfrak{g}\ ,\ F\ \in\ \mathfrak{g}*$$

Dans le cas du groupe de Poincaré complexifié, l'espace dual $\mathfrak{g}*$ contient des vecteurs impulsion-énergie à valeurs complexes $P = (\ E\ ,\vec{p}\ )$ et des composantes spin-moment angulaire. Les orbites sous l'action coadjointe codent alors une dynamique généralisée, y compris celles qui dépassent le cadre réel de Minkowski. Ces orbites complexes peuvent être considérées comme des fibrés tangents sur des variétés hermitiennes. L'espace des phases résultant est naturellement doté d'une forme symplectique complexe, et la dynamique peut être exprimée en termes de flots hamiltoniens complexes. Dans ce formalisme, les quantités conservées résultent de l'invariance sous des sous-groupes du groupe complexifié, tels que les translations ou rotations complexes. Il est important de noter que lors de la projection sur le secteur réel, on retrouve la dynamique relativiste standard. Cependant, la structure complexe complète introduit des degrés de liberté supplémentaires, potentiellement interprétables comme des symétries internes, des charges duales ou des variables cachées.

2: Variétés Hermitiennes et leur interpretation physique

L'utilisation des variétés hermitiennes introduit un environnement géométrique naturel dans lequel les champs à valeurs complexes et les observables coexistent avec des quantités réelles mesurables. Une variété hermitienne est une variété complexe dotée d'une métrique hermitienne, décomposable en une partie riemannienne (symétrique réelle) et une partie symplectique (antisymétrique imaginaire). Cette décomposition reflète étroitement la structure duale proposée dans IHR. Physiquement, la partie réelle de la métrique hermitienne peut être associée aux distances, durées et courbures locales classiques, c'est-à-dire aux éléments de la géométrie de l'espace-temps observable. En revanche, la partie imaginaire suggère un substrat géométrique plus profond, codant des potentiels, des états internes ou des amplitudes de couplage non directement accessibles par la mesure, mais potentiellement influents dans la détermination du comportement global du système. En considérant l'univers physique comme une variété hermitienne, nous permettons une réinterprétation de quantités standard telles que l'énergie et la masse comme des entités complexes. Cela correspond à la complexification du tenseur impulsion-énergie sous la représentation coadjointe discutée dans la section 1.

De plus, les variétés hermitiennes supportent naturellement une structure kählérienne lorsque des conditions d'intégrabilité supplémentaires sont satisfaites, offrant ainsi une compatibilité entre la géométrie symplectique et la structure complexe. Cette richesse mathématique suggère que l'IHR pourrait servir de terrain fertile pour unifier la dynamique quantique et classique sous un langage géométrique commun.

3: Moment Dual et Structures avec Masses complexes

L'extension des vecteurs énergie-impulsion à des valeurs complexes a de profondes implications pour la structure de la masse et son rôle dynamique. En mécanique relativiste standard, la masse invariante est définie par la norme de Minkowski.

$$m^2 = E^2 - \vec{p}^2$$

Généralisées au cadre hermitien de l'IHR, l'énergie E et l'impulsion $\vec{p}$ deviennent des quantités complexes, et la masse résultante est également complexe. Notons le quadrivecteur complexe énergie-impulsion par :

$$P^\mu = (E, \vec{p}) \in \mathbb{C}^4$$

La partie réelle $\mathfrak{R}(m)$ peut toujours être interprétée comme une masse au repos observable sous des projections appropriées, tandis que la composante imaginaire $\mathfrak{I}(m)$ introduit de nouvelles possibilités physiques. Par exemple, elle peut coder des largeurs de désintégration, des oscillations de phase internes ou des interactions avec des secteurs non locaux de la variété hermitienne. De plus, cette structure de masse duale donne naissance à des flux d'impulsion duaux : l'un associé à l'évolution conventionnelle de l'espace-temps, l'autre à la dynamique du secteur interne, non mesurable, de la variété hermitienne. Ces flux jumeaux peuvent être contraints par des lois de conservation dérivées du groupe de symétrie complexifié, ou se coupler via l'interface pour générer des effets observables émergents. Une caractéristique importante de l'IHR est que la masse complexe peut présenter une quantification par des conditions topologiques imposées à la variété hermitienne, de manière analogue à la façon dont les monopôles magnétiques quantifient la charge dans les faisceaux de fibres. Ces contraintes peuvent conduire à des spectres de masse discrets ou à des transitions reflétant la topologie hermitienne sous-jacente.

4 – Interprétation Physique de l’Interface.

Au cœur du cadre IHR se trouve le concept d'interface : le lieu où convergent et interagissent les secteurs réel et imaginaire de la variété hermitienne. Cette frontière, plutôt qu'une abstraction mathématique, est posée comme le siège de la réalité physique observable. C'est à travers cette interface que les événements du monde réel émergent du substrat géométrique plus profond et à double couche. Physiquement, l'interface assure le transfert de structure du secteur imaginaire inobservable vers le domaine réel mesurable. On peut la considérer comme l'arène où se produit l'effondrement de la fonction d'onde, ou où les tendances probabilistes façonnées par la géométrie interne se cristallisent en résultats actualisés. En ce sens, l'interface joue un rôle similaire à celui de la mesure en mécanique quantique, mais dans un formalisme géométrique continu. L'interface joue également un rôle dynamique crucial : les flux de masse complexes et les moments duaux définis sur la variété hermitienne ne peuvent générer des effets observables réels que lorsqu'ils sont projetés à travers cette interface. Cela rejoint l'idée selon laquelle la causalité et la temporalité ne sont pas fondamentales, mais émergent de corrélations non classiques plus profondes. De plus, la structure de l'interface peut être influencée par des conditions topologiques ou limites sur la variété elle-même. Cela ouvre la possibilité de différents types d'interfaces à travers des régions de l'espace ou des époques de l'univers, correspondant potentiellement à des transitions de phase, des brisures de symétrie ou l'émergence d'une classicité. En termes spéculatifs, on peut émettre l'hypothèse que la conscience, ou l'acte d'observation, correspond à une organisation locale de l'interface – une résonance d'ordre élevé entre les composantes réelles et imaginaires de la géométrie sous-jacente. Bien que ces idées dépassent le cadre de cet article, elles offrent des pistes intéressantes pour de futures recherches théoriques et expérimentales.

Conclusion and Perspectives

Cet article présente un cadre fondamental pour l'extension de la structure des théories physiques à une variété hermitienne complexe régie par l'action coadjointe du groupe de Poincaré complexifié. Le modèle proposé, la Réalité Hermitienne Interfacée (RHI), permet la coexistence de composantes réelles et imaginaires d'observables fondamentaux, l'interface médiant leur interaction et fondant la réalité physique. D'un point de vue mathématique, l'approche intègre la méthode des orbites coadjointes de Souriau à la géométrie hermitienne, produisant un système dynamique dual régi par des flux de symétrie réels et imaginaires. La réinterprétation de la masse, de l'impulsion et de la courbure de l'espace-temps dans ce contexte ouvre de nouvelles perspectives pour la compréhension des symétries internes, des structures quantifiées topologiquement et, éventuellement, des phénomènes liés à la conscience. Le modèle RHI suggère que l'interface n'est pas une simple frontière formelle, mais une région dynamiquement active où émergent des effets physiques, comparable en fonction au rôle de la mesure ou de l'effondrement en théorie quantique. Sa structure, influencée par les conditions aux limites et topologiques, pourrait coder les transitions de phase et les brisures de symétrie à travers les échelles cosmologiques. Les recherches futures se concentreront sur la dérivation d'équations de champ compatibles avec cette géométrie duale, l'exploration de sa compatibilité avec les théories quantiques des champs connues et l'identification de contextes expérimentaux dans lesquels des écarts par rapport à la dynamique purement réelle pourraient être observables. Le paradigme IHR pourrait offrir un terrain fertile pour réconcilier la gravité, la mécanique quantique et les structures internes dans un cadre cohérent et géométriquement unifié.

Appendix A. Dérivation explicite du moment coadjoint pour le groupe de Poincaré complexifié

Bien que la formulation géométrique des systèmes dynamiques de Souriau offre une structure conceptuelle profonde, son caractère abstrait obscurcit souvent la mécanique sous-jacente. Dans cette annexe, nous proposons une dérivation simplifiée mais rigoureuse du moment coadjoint correspondant au groupe de Poincaré complexifié, en utilisant uniquement l'algèbre linéaire élémentaire. L'objectif est de fournir une méthode de calcul explicite accessible aux étudiants de troisième cycle ou aux physiciens peu familiarisés avec le langage de la géométrie symplectique.

Nous considérons le groupe de Poincaré complexifié comme le produit semi-direct $\mathbb{C}^4 \rtimes SO(3{,}1;\mathbb{C})$, où $SO(3{,}1;\mathbb{C})$ agit sur les translations d'espace-temps via des transformations de Lorentz complexes.

Soit $\mathfrak{g}$ l'algèbre de Lie de ce groupe, avec des générateurs pour les translations et les transformations de Lorentz. La structure des crochets de Lie s'écrit :

$$[M_{\mu\nu}, P_\rho] = i\left(\eta_{\nu\rho}P_\mu - \eta_{\mu\rho}P_\nu\right)$$

$$[M_{\mu\nu} - M_{\mu\nu}] = i\left(\eta_{\nu\rho}M_{\mu\sigma} - \eta_{\mu\rho}M_{\nu\sigma} + \eta_{\mu\sigma}M_{\nu\rho} - \eta_{\nu\sigma}M_{\mu\rho}\right)$$

Le dual $\mathfrak{g}^*$ est engendré par des fonctionnelles p^μ et $j^{\mu\nu}$ et satisfait l'action coadjointe :

$$Ad_g^*(F)(X) = F\left(Ad_{g^{-1}}\right) \quad \forall\, X \in \mathfrak{g}$$

Pour calculer explicitement l'action coadjointe, nous construisons une représentation matricielle de l'action adjointe et prenons sa transposée inverse pour agir sur les variables duales. Soit la représentation matricielle du générateur infinitésimal. Soit un vecteur colonne :

$$J = (p^0, p^1, p^2, p^3, j^{01}, j^{02}, j^{03}, j^{12}, j^{13}, j^{23})^T$$

et représentent les transformations et les translations de Lorentz infinitésimales par une matrice G agissant sur cet espace à 10 dimensions

La matrice G peut être décomposée en blocs en générateurs de rotation et de boost agissant sur les composantes de moment p^μ, et en blocs antisymétriques codant les composantes de moment angulaire . L'action coadjointe devient :

$$J' = G^{-T}J$$

Illustrons maintenant ce point par un exemple : considérons une augmentation selon l'axe des x. Le générateur infinitésimal G agit sur p^0 et p^1 comme suit :

$$G_{boost}^{(01)} = \begin{pmatrix} 0 & i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ceci agit sur $(p^0,\ p^1)^T$, générant une transformation de Lorentz dans l'espace-temps complexifié. La transformation de j^{01} et $j^{\mu\nu}$ les termes restants peuvent être codés de manière similaire par des matrices antisymétriques.

En appliquant l'ensemble complet de ces matrices (six pour $j^{\mu\nu}$,, quatre pour p^μ), nous pouvons reconstruire explicitement l'action de $\mathfrak{g}$ sur $\mathfrak{g}$ *, et donc décrire la géométrie des orbites coadjointes comme des sous-variétés encastrées dans $\mathbb{C}^{10}$.

Cette méthode, bien qu'élémentaire, capture l'essence structurelle de la représentation coadjointe sans invoquer de constructions géométriques différentielles abstraites.

Appendice B. Invariants et structure orbitale dans le cadre complexifié

Une caractéristique essentielle des orbites coadjointes est la présence de quantités invariantes préservées sous l'action de groupe. Dans le cadre complexifié du groupe de Poincaré, ces invariants acquièrent des parties réelles et imaginaires et codent la géométrie et la dynamique de la structure orbitale.

Dans le cas réel, les invariants primaires du groupe de Poincaré incluent :

- Le carré de a masse: $m^2 = p^\mu p_\mu$
- Le vecteur de Pauli-Lubanski : $W^\mu = \frac{1}{2}, \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} j_{\nu\rho}\, p_\sigma$ où W^2 représente le spin.

Dans l'extension complexe on pose :

$$\widetilde{m}^2 = p^\mu p_\mu \in \mathbb{C} \quad \text{and} \quad \widetilde{W}^\mu = \frac{1}{2}, \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} j_{\nu\rho}\, p_\sigma \in \mathbb{C}^4$$

Le scalaire complexe $\widetilde{m}^2$ généralise la notion de masse pour inclure les modes de désintégration ou les oscillations de phase à travers sa partie imaginaire. La norme $\widetilde{W}^2$ généralise la notion de masse pour inclure les modes de désintégration ou les oscillations de phase à travers sa partie imaginaire.

Ces quantités sont invariantes sous l'action coadjointe et définissent l'orbite par des valeurs fixes de of $\widetilde{m}^2$ et $\widetilde{m}^2$. L'orbite est alors une variété dans in $\mathbb{C}^{10}$, contrainte par les versions complexifiées des couches de masse et de spin.

Topologiquement, les orbites peuvent posséder des caractéristiques non triviales telles que des sous-groupes stabilisateurs complexes ou des feuilletages holomorphes. Ces structures sont importantes pour la quantification, car elles influencent la théorie de la représentation du groupe et les propriétés spectrales des opérateurs associés. On peut classer les orbites selon leur nature :

• $\widetilde{m}^2 \in \mathbb{R}^+$: orbites massives, éventuellement à spin complexe ;
• $\widetilde{m}^2 = 0$: orbites nulles (cône de lumière complexifié) ;
• $\widetilde{m}^2 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$: orbites généralisées sans analogue réel.

L'étude de ces invariants dans le cadre IHR permet de mieux comprendre les symétries et les lois de conservation sous-jacentes d'un espace-temps bicouche. Elles ouvrent également la voie à des conditions de quantification topologique et pourraient soutenir la discrétisation spectrale des observables de masse et de spin.

Dans les développements futurs, nous prévoyons que ces invariants joueront un rôle dans l'identification des états physiques, la classification des solutions et l'établissement de ponts entre la géométrie et les structures quantiques.

Annexe C. **Quantification topologique et volume symplectique en géométrie hermitienne**

La quantification dans les cadres géométriques repose souvent sur la présence d'une structure symplectique sur l'espace des phases et l'identification de spectres discrets par des contraintes topologiques. Dans le contexte de l'IHR, ce processus de quantification doit être reformulé sur des variétés hermitiennes complexes, où les secteurs réel et imaginaire contribuent. Nous supposons que l'espace des phases associé à chaque orbite coadjointe admet une forme symplectique hermitienne :

$$\omega_R + i\,\omega_I$$

où ω_R et ω_I sont des 2-formes symplectiques réelles correspondant aux parties réelle et imaginaire de la métrique hermitienne. La quantification est alors régie par la condition d'intégralité du volume symplectique sur des 2-cycles fermés :

La quantification est alors régie par la condition d'intégralité du volume symplectique sur 2 cycles fermés :

$$\int_\Sigma \Omega = 2\pi\, n\, \hbar \quad \text{for} \quad \Sigma \in H_2\,(\mathcal{O}\,, \mathbb{Z})$$

fournit ensuite une mesure quantifiée de la « taille » de l'orbite dans l'espace des phases étendu. De plus, les topologies non triviales des orbites (par exemple, structures fibrées, première classe de Chern non nulle) impliquent que les schémas de quantification géométrique doivent intégrer des fibrés de lignes holomorphes et des connexions appropriées. La présence de polarisations complexes permet la construction d'espaces de Hilbert de fonctions d'onde définies sur ces fibrés, généralisant ainsi la quantification canonique standard. Ce cadre ouvre la voie à l'unification de la dynamique géométrique continue avec des spectres quantiques discrets, où les orbites complexifiées se comportent comme les éléments constitutifs d'une réalité duale quantifiée. Il laisse également entrevoir la possibilité que certaines observables quantifiées, telles que la charge électrique, la masse ou le spin, émergent naturellement comme invariants topologiques de l'espace des phases hermitien. Les travaux futurs viseront à construire des exemples explicites de telles orbites quantifiées et à les relier à des quantités physiques observables dans le modèle IHR.

Annexe D. Fibration hermitienne et structure duale du vide

Le cadre IHR admet naturellement une interprétation géométrique fibrée, dans laquelle l'univers observable correspond à une variété de base, et un secteur interne complexifié forme une fibre non triviale en chaque point. Cette construction offre une analogie géométrique avec les fibrés classiques, mais diffère par le fait que l'espace total est hermitien et à double couche. Considérons l'espace-temps M_4 comme la variété de base réelle, et associons à chaque point :

$$x^\mu \in M_4$$

Un espace interne complexe $\mathcal{F}_x \cong \mathbb{C}^n$, formant un espace total $\mathcal{H} = \bigcup_x \{x\} \times \mathcal{F}_x$. Ceci définit la fibration Hermitienne :

$$\mathcal{F}_x \hookrightarrow \mathcal{H} \to \mathcal{M}_4$$

Les fibres codent des degrés de liberté internes — tels que des composantes de masse imaginaires, des états de phase ou des fluctuations virtuelles — et possèdent une métrique hermitienne. Le groupe de structure du fibré peut être considéré comme une extension complexifiée du groupe de Lorentz ou **U**(n,1), préservant ainsi la forme hermitienne. Une interprétation clé se dégage : l'interface décrite à la section 4 agit comme un couplage géométrique entre la base et la fibre, permettant le transfert d'information entre les secteurs observables et cachés.

Le vide n'est plus un arrière-plan trivial, mais un milieu polarisé structuré par la topologie et la courbure de la variété hermitienne totale. Cette structure duale du vide peut présenter :

- Des polarisations locales dues aux interactions avec la matière réelle,

- Des propriétés dépendantes de la phase semblables aux champs de jauge internes,

- Des défauts topologiques (par exemple, parois de domaine ou monopôles) reliant les propriétés de base et de fibre

La courbure de l'espace total comprend des composantes horizontales (espace-temps) et verticales (fibre). Leur interaction conduit à une dynamique effective où les champs classiques émergent comme projections de connexions hermitiennes plus profondes. Une telle approche de fibration est particulièrement convaincante lorsqu'elle est combinée aux règles de quantification de l'annexe C. Elle suggère que des observables quantifiées pourraient provenir de l'holonomie du transport de fibres ou de flux quantifiés à travers des cycles hermitiens.

Des travaux futurs construiront des modèles explicites de fibrés hermitiens sur des espaces-temps cosmologiques ou particulaires. Ceux-ci pourraient relier le modèle IHR à des cadres tels que la théorie des twisteurs, la géométrie non commutative ou les structures branaires de dimension supérieure.

Références:

[1] J.-M. Souriau, *Structure of Dynamical Systems*, Birkhäuser, 1997.

[2] N. [3] B. Levy, "Geometrical Quantum Gravity (GQG)," preprint, 2025.