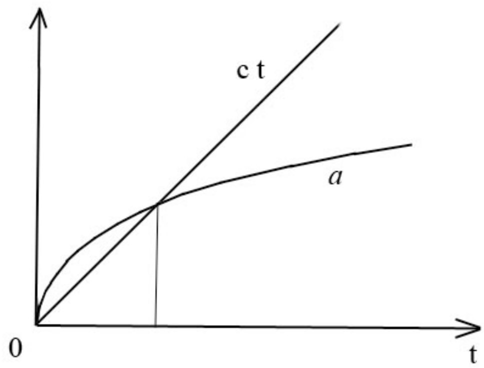
JANUS 23 2 novembre 2017

Le modèle « à constantes variables »

Si on considère que la lumière va à une vitesse c constante, et donc que rien n epeut progresser à une vitesse supérieure, toute information émise à l'instant zéro se propagera selon une sphère sphérique de rayon ct. On appelle cela l'horizon cosmologique.

Quand on compare ces deux lois de propagation il devient évident qu'on trouve, dans le passé, une situation où les particules s'éloignent les unes des autres plus vite que ne progresse cette onde électromagnétique. Entre autre, quand t = 0 (à supposer que ces mots aient un sens) cette vitesse d'éloignement serait infinie. Dans cette phase primitive les particules sont donc dans l'impossibilité de communiquer les unes avec les autres, et d'échanger de l'énergie.



Or, ces échanges d'énergie par collisions sont ce qui peut garantir l'homogénéité et l'uniformité d'un milieu gazeux.
Quand, en 1989 les Américains mirent sur orbite le premier satellite capable de fournir des informations sur le fond de rayonnement cosmologique dans le domaine des micro-onde (le CMB), correspondant à t = 380.000 ans, force fut de constater que celui-ci était homogène à 10^{-5} près, et cela alors l'horizon cosmologique restait très inférieur à *a*. Il fallait donc envisager quelque chose pour expliquer cette remarquable homogénéité.
J'ai tout de suite pensée à un schéma d'évolution avec une vitesse de la lumière variable, plus élevée dans le passé. En fait il se trouve que j'avais anticipé cette découverte en publiant un premier article en 1988 intitulé :

An interpretation of cosmological model with variable velocity of light

Téléchargeable à :

http://www.jp-petit.org/papers/1988-ModPhysLettA-1.Pdf

Ce thème d'une vitesse de la lumière variable, toujours dans la même optique, devait être repris des années plus tard, d'abord par Moffat, puis par le Portugais Joao Magueijo :

Mais ceux-ci n'envisagèrent jamais l'idée d'une variation conjointe de toutes les constantes.

Ces constantes, quelles sont-elles ?

Si on ne prend pas en compte les phénomènes des interactions forte et faible on trouve :

G : constante de la gravitation

m : masse

c : vitesse de la lumière

h : constante de Planck

e : charge électrique

μ_o : perméabilité magnétique du vide.

A la fin de ces années quatre vingt parurent nombre d'articles consacrés à ce thème d'une variabilité des constantes de la physique, avec l'incidence sur les données observationnelles. La conclusion immédiate fut qu'on ne pouvait pas impunément toucher à l'une quelconque des ces constantes sous peine de tomber sur de contradictions ingérables au plan des observations. A partir de ces constantes de bas on peut en fabriquer de nombreuses autres, qui sont autant de points de repère de notre physique. Par exemple la constante de structure fine :

$$\alpha = \frac{e^2}{\varepsilon_o \, h \, c}$$

où ε_o est la constante diélectrique du vide, qui se déduit des constantes indiquées ci-dessus dans la mesure où :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_o \, \varepsilon_o}}$$

Cette constante de structure fine vaut 1/ 137,036. Elle joue un rôle clé dans l'arrangement des électrons autour des noyaux des atomes. Et on peut multiplier ces exemple à l'infini.

Par ailleurs le simple fait de vouloir modifier la valeur c de posait des problèmes « d'invariance par la transformation de Lorentz ».

La métrique de Lorentz :

$$ds^2 = c^2 \, dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

traduit le fait qu'on assimile la coordonnée de temps à « une coordonnée comme les trois autres ». La grandeur *c dt* se mesure alors en mètres. Autrement dit le temps devient … une longueur.

Une parenthèse rapide sur les groupes de matrices (indentation).

Commençons par le groupe d'Euclide 2D.

Il agit sur un espace à deux dimensions (x , y). On aura les translations :

$$x' = x + \Delta x$$
$$y' = y + \Delta y$$

et les rotations :

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta$$
$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta$$

On peut négocier simultanément ces deux transformations en utilisant cette notation matricielle :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & \Delta x \\ \sin\theta & \cos\theta & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

Il manque quelque chose : les symétries. On peut compléter cela en ajoutant un paramètre selon :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda\cos\theta & -\lambda\sin\theta & \Delta x \\ \sin\theta & \cos\theta & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \lambda = \pm 1$$

Quand on prend la première expression matricielle c'est le produit « lignes-colonnes » de deux matrices :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & \Delta x \\ \sin\theta & \cos\theta & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Attention : il faut respecter l'ordre dans la multiplication, car la multiplication de deux matrices n'est pas commutative. Détaillons cette multiplication, pour ceux « qui ont un peu oublié ». Les autres pourront sauter ce passage.

Nous allons mettre en lumière les lignes et les colonnes :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{pmatrix}$$

A gauche, la décomposition de la première matrice carré et trois « vecteurs lignes ».Au milieu, une décomposition en trois « vecteurs colonnes ». A droite, les case où on placera le résultat de l'opération.
Quant on choisit la $i^{\text{ème}}$ ligne de la première matrice et la $j^{\text{ème}}$ colonne de la seconde on obtient deux vecteurs. A droite, dans la case correspondant à la $i^{\text{ème}}$ ligne et à la $j^{\text{ème}}$ colonne on placera le résultat du produit scalaire de ces deux vecteurs.

Donnons un exemple :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square & \square & \square \\ \sin\theta & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{pmatrix}$$

deuxième ligne, première colonne

$$0 \times \cos\theta + 1 \times \sin\theta + \Delta y \times 0 = \sin\theta$$

Au résultat :

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & \Delta x \\ \sin\theta & \cos\theta & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & \Delta x \\ \sin\theta & \cos\theta & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Au passage vous pourrez vérifier qu'on doit respecter l'ordre, dans ce produit.

Le produit de matrices n'est pas commutatif

- La première matrice représente l'écriture matricielle groupe des translations 2D, à deux paramètres $\Delta x , \Delta y$.

- La seconde l'écriture matricielle du groupe des rotations 2D, à un paramètre θ qu'on appelera SO(2) .

La seconde écriture matricielle, qui représente l'élément du groupe d'Euclide 2D, E(2) est le produit de trois matrices :

$$\begin{pmatrix} \lambda\cos\theta & -\lambda\sin\theta & \Delta x \\ \sin\theta & \cos\theta & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times$$

Le premier groupe de matrices permet l'inversion des objets, de matérialiser la symétrie miroir :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \lambda = \pm 1$$

Donc le groupe d'Euclide est le produit de trois groupes :

symétries × translations × rotations

Si on se concentre sur les matrices :

$$\begin{pmatrix} \lambda\cos\theta & -\lambda\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

qui combinent rotation et symétrie, on appelera ces matrices a et on dira qu'elles appartiennent au groupe O(2).

O pour « orthogonale ». Les matrices orthogonales sont des matrices telles que le produit de a par sa *transposée* est égal à la matrice unité.

La transposée d'une matrice est le résultat de la permutation des termes de cette matrices par rapport à la diagonale principale. On note cette opération de transposition avec une lettre T comme ceci :

$$transpos\acute{e}e\ de\ a = {}^{T}a$$

Ainsi :

$$transpos\acute{e}e\ de \begin{pmatrix} \lambda\cos\theta & -\lambda\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda\cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\lambda\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Le produit des deux donne la matrice unité :

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La condition d'orthogonalité des matrices *a* s'écrit donc :

$${}^{T}a \times a = I$$

Qu'on écrira plus simplement :

$${}^{T}a\,a = I$$

Maintenant nous allons faire une chose que vous ne trouverez pas dans les livres, mais que je trouve éclairant. Vous verrez plus loin pourquoi. Nous écrirons cette définition :

$${}^{T}a \times I \times a = I \quad \text{ou} \quad {}^{T}a\,I\,a = I$$

Pourquoi interposer cette matrice unité au milieu, alors qu'elle ne change rien à l'affaire ? Vous verrez plus loin.

On peut alors opter pour une écriture plus compacte de ces matrices en posant :

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \qquad\qquad C = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix}$$

alors l'écriture matricielle devient :

$$\begin{pmatrix} X' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} X \\ 1 \end{pmatrix}$$

C est le vecteur translation 2D.

Comment passer au 3D ?

Le groupe d'Euclide 3D , E(3) sera le produit des translations, des symétries et des rotations 3D. Comment écrire ces matrices ?

On n'aura pas besoin de le faire. Il suffira de se dire que les matrices *a*, dans ce contexte, sont des matrices orthogonales et que :

$$\begin{pmatrix} X' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} X \\ 1 \end{pmatrix} \qquad avec \qquad {}^{T}a\ I\ a = I$$

On pourrait ensuite définir le groupe d'Euclide à 4 dimensions, cinq, etc ….
Et ça s'écrirait pareil.

Mais ce groupe d'Euclide ne tombe pas du ciel. C'est le groupe d'isométrie de l'espace euclidien. En 3D défini par sa métrique :

$$ds^2 = dx^2 + \ dy^2 + \ dz^2$$

On peut écrire cette expression selon :

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = \begin{pmatrix} dx & dy & dz \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix}$$

que je peux aussi écrire : ${}^{T}dX\ I\ dX$ attendu qu'une matrice ligne est la transposée d'une matrice colonne.

Je dirai aussi que cette matrice unité appartient à l'ensemble de matrices miroir G dont les termes diagonaux valent ± 1

$$G = \begin{pmatrix} \pm 1 & 0 & 0 \\ 0 & \pm 1 & 0 \\ 0 & 0 & \pm 1 \end{pmatrix}$$

On va passer à cette histoire d'isométrie et montrer par exemple que les matrices orthogonales conservent les longueurs.

Soit M une matrice agissant sur un vecteur X selon :

$$X' = M\ X$$

La longueur du vecteur X est $L = {}^{t}X\ I\ X$

La longueur du vecteur X' est $L' = {}^{t}X'\ I\ X'$

Exprimons que L' = L

$$L' = {}^{t}X'\ I\ X' = {}^{t}(M\,X)\ I\ M\,X$$

Mais là nous allons nous servir d'un théorème (je vous laisse le soin de le démontrer) :

$$^{t}(AB) = {}^{t}B\,{}^{t}A$$

Appliqué à la formule ci-dessus ça donne :

$$L' = {}^{t}X'\,I\,X' = {}^{t}X({}^{t}M\,I\,M)X$$

On voit qu'on aura L' = L si les matrices M obéissent à la loi :

$$^{t}M\,I\,M = I$$

bref si ces matrices M sont des matrices orthogonales. On vérifiera que les translations conservent les longueurs. Ainsi les matrices du groupe d'Euclide ne sont rien d'autres que les élements du groupe d'isométrie d'un espace euclidien, défini par sa métrique.

Maintenant nous allons passer à l'espace de Minkowski, défini par sa métrique Lorentzienne (on prendra ici c = 1 pour alléger) :

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = \begin{pmatrix} ds & dx & dy & dz \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dt \\ dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix}$$

On voit apparaître la matrice-miroir :

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Si on pose :

$$\xi = \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

On aura :

$$ds^2 = {}^{t}d\xi\;G\;d\xi$$

Cherchons quel est le groupe d'isométrie de cet espace de Minkowski. On reconduit le calcul établi pour l'espace euclidien et on arrivera à la conclusion que le groupe défini axiomatiquement par :

$$
{}^{t}L \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad ou \qquad {}^{t}L\,G\,L = G
$$

C’est la définition du groupe de Lorentz. Nous allons pouvoir le manipuler sans jamais l’expliquer, en le laissant sous la forme de cette lettre L

Si on rajoute un vecteur translation spatio-temporelle :

$$
C = \begin{pmatrix} dt \\ dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix}
$$

on obtiendra le groupe d’isométrie de l’espace de Minkowski, à savoir …. Le groupe de Poincaré !

$$
\begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

Vous comprenez maintenant pourquoi j’avais écrit la métrique du groupe d’Euclide selon :

$$
ds^2 = {}^{t}dX\ I\ dX
$$

à cause de cette évident analogie avec la métrique de l’espace de Minkowki :

$$
ds^2 = {}^{t}d\xi\ G\ d\xi
$$

Quand à la ressemblance entre le groupe d’Euclide et le groupe de Poincaré :

$$
\begin{pmatrix} a & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad\qquad \begin{pmatrix} L & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

Je n’insiste pas ….

Cela vous permet de sentir que le groupe de Lorentz représente des rotations hyperboliques dans un espace 4D, qui conservent les longueurs, à condition que celles-ci soient exprimées à l’aide de la matrice G.

Par exemple, en physique théorique, on aura le quadrivecteur composé à partir de l'énergie et de l'impulsion :

$$\begin{pmatrix} E/c \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$$

En faisant agir le groupe de Lorentz sur ce vecteur on aura la conservation de la longueur de ce vecteur, un truc que vous avez vu dans vos cours sur la relativité. Mais c'est beaucoup plus commode d'envisager cela sous l'angle de la géométrie.

Toujours est-il, et là je vais refermer cette parenthèse-groupes, que si on rajoute la vitesse de la lumière dans ces expressions, en écrivant la métrique

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

etc … etc …. Et si ce scalaire c varie, on aura des problèmes « d'invariance par Lorentz ». Ca ne « tournera plus rond ».

Fin de cette parenthèse-groupes, signalée par cette indentation.

On revient à cette histoire de variation des constantes. Si on compulse les particules publiés là-dessus il ressort que si on touche à une seule de ces fichues constantes il y a immédiatement quelque chose qui se met à déconner. Les atomes ne veulent plus se former, les étoiles ne fonctionnent plus, etc … etc ….

C'est cela qui avait valu à Brandon Carter d'énoncer son

Principe Anthropique

Du grec anthropos, qui veut dire l'homme. Cela dit que ces constantes ont été déterminée (par quoi ? là il faudrait répondre à cette question) de telle manière :

- *Que les galaxies se forment*
- *Que les étoiles (et maintenant les collisions d'étoiles à neutrons) créent les atomes lourds*
- *Dont seront formées les planètes*
- *Lesquelles seront peuplées de volcans qui recracheront des gaz dans l'atmosphère*

- *Tandis que celle-ci bénéficiera d'un apport aqueux grâce aux impacts des comètes.*

- *Les premiers êtres vivants, de végétaux, apparaîtront, sous la forme d'algues bleues qui créeront de l'oxygène libre*

- *Qu'absorberont les poissons, puis les êtres vivant évoluant en dehors du milieu marin*

- *Qui évolueront à leur tour, donnant naissant à l'homme*

- *Qui enfin construira la gare de Perpignan laquelle, comme l'a tout de suite compris Salvatore Dali, est le centre de l'univers.*

Tout cela avec un jeu de constantes ajusté de manière très pointue, sans quoi ce scénario n'aurait pu se dérouler.

Ces constantes sont :

$$\left\{ G , m , c , h , e , \mu_o \right\}$$

Mais ce scénario est réglé par quoi ?

Construction de la relation de jauge généralisée

(generalized gauge Relationship)

L'ingénieur est familier de la technique dite de *l'analyse dimensionnelle.* Celle-ci lui permet en particulier de faire apparaître, dans les différents termes de l'équation qui retient son attention des nombres sans dimension, qui lui permettent de situer les importances relatives de ceux-ci. Nous n'allons pas opérer dans ce qui va suivre, stricto sensu, une analyse dimensionnelle des équations, mais nous inspirer de cette technique en rendant *toutes* les quantités qui s'y trouvent sans dimension, en faisant apparaître des grandeurs caractéristiques, ceci s'appliquant non seulement aux longueurs et au temps, mais aux constantes présentes dans les équations.

Ecrivons d'abord, pêle-mêle, les équations de notre physique :

L'équation de Schrödinger :

$$-\frac{h^2}{2m}\left(\Delta\Psi + U\,\Psi \right) = i\,\frac{h}{2\pi}\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

L'équation de champ d'Einstein :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\,R\,g_{\mu\nu} = -\frac{8\pi G}{c^2}\,T_{\mu\nu}$$

L'équation de Boltzmann :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v^i \frac{\partial f}{\partial r^i} - \frac{\partial \phi}{\partial r_i} \frac{\partial f}{\partial v^i} = \iint (f' f'_1 - f f_1) \, g \, b \, db \, d\varepsilon$$

Les équations de Maxwell :

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\nabla \times B = \mu_o J + \frac{1}{c^2} \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\Delta V + \frac{\rho_e}{\varepsilon_o} = 0$$

$$\nabla \, . B = 0$$

Si nous décidons de rendre toutes ces équations adimensionnelles il faut que toutes les grandeurs qui y figurent, sans exception, soient exprimées de façon adimensionnelle, y compris les « constantes » et y compris, bien entendu l'espace et le temps, en usant de jauges d'espace et de temps. Pour tous ces objets on fera apparaître des quantités caractéristiques frappées d'un chapeau, ainsi :

$$r = \hat{r} \, \xi \qquad\qquad t = \hat{t} \, \tau$$

$\hat{r}$ devient (la jauge d'espace), qu'on appellera *a* plus loin, et $\hat{t}$ une jauge de temps. On fera apparaître, ce faisant, une profusion de grandeurs adimensionnelles, sous la forme de lettres grecques.

Au passage on écrira :

$$\nabla = \frac{1}{\hat{r}} \delta \qquad\qquad \Delta = \frac{1}{\hat{r}^2} \delta^2$$

Puisque nous avons ces six constantes : $\left\{ G , m , c , h , e , \mu_o \right\}$

Cela nous amènera à poser :

$$G = \hat{G} \, \Gamma \qquad m = \hat{m} \, \beta \qquad c = \hat{c} \, \varpi \qquad h = \hat{h} \, \theta \qquad e = \hat{e} \, \vartheta \qquad \mu_o = \hat{\mu}_o \, \mu$$

En opérant ainsi, toutes nos équations seront ainsi écrites de manière adimensionnelle et la question que nous posons est :

Existe-t-il une relation liant toutes les grandeurs liant :

$$\left\{ \hat{G} , \hat{m} , \hat{c} , \hat{h} , \hat{e} , \hat{\mu}_o , \hat{r} , \hat{t} \right\}$$

qui laisse toutes les équations de la physique invariantes ?

Comme on va le voir, la réponse est positive. C'est ce que j'ai établi dans mes articles de 1988-1995, passés totalement inaperçus, faute de pouvoir assurer la promotion de mes idées dans des colloques et dans des séminaires, y compris à l'échelle internationale.

Anticipant sur ce résultat, je donne le pourquoi d'une telle démarche. En effet, pourquoi s'intéresser à une telle propriété, qui rend impossible toute mesure, puisque, les instruments de mesure étant construits avec ces mêmes équations, donc avec ces mêmes constantes, ils « dérivent parallèlement » avec les grandeurs qu'ils sont censés mesurer.

En donnant une image : vouloir, à travers une expérience conceptuelle, proposer quelque chose qui témoigne « au fil du temps » de la dérive de ces constantes serait comme tenter de mesurer la variation de longueur d'une table en fer, sous l'effet d'une variation de température, en utilisant une règle faite du même métal , qui donc se dilaterait de la même manière.

En supposant que l'univers, dans ces étranges conditions, évolue en suivant un tel « processus de jauge » ceci aura, comme on ne verra, deux incidences.

Dans ces relations de jauge généralisées que nous allons établir, au résultat, on peut choisir n'importe laquelle des huit grandeurs ci-dessus et exprimer en fonction de celle-ci les variations de la jauge d'espace $\hat{r}$, qu'on pourra appeler par la suite *a* ou *R*, peu importe.

Toujours est-il qu'on tombera sur la propriété suivante :

$$\hat{c} \propto \frac{1}{\sqrt{\hat{r}}}$$

ou

$$c \propto \frac{1}{\sqrt{a}}$$

Alors, quand on calcule l'évolution de l'horizon cosmologique, ça n'est plus simplement ct, mais une intégrale, puisque c varie au fil de l'évolution, et on trouver alors que cet horizon cosmologique suit l'évolution de la « taille » de l'univers lui-même :

L'horizon cosmologie varie comme a

Ainsi l'homogénéité de l'univers est-elle assurée à toutes les époques, sans avoir besoin de faire recours à la « théorie de l'inflation » et à un « champ d'inflatons ».

Ces idées générales étant posées, nous allons établir cette « relation de jauge généralisée », travail qui est tout à fait à la portée d'un lecteur du niveau math sup. Un tel travail a été dûment publié en 1988-1995 mais n'a attiré l'attention d'aucun cosmologiste. Personne n'a refait le calcul qui va suivre.

Avant de présenter ce calcul je voudrais citer deux choses, à caractère anecdotique. Un personnage a beaucoup fait parler de lui, dans cette affaire de vitesse de la lumière variable. C'est le jeune Joao Magueijo, ayant un poste de professeur de physique théorique à Imperial College. Il est également l'auteur d'un best seller, traduit et repris par l'éditeur Dunod :

Plus vite que la lumière

Toute tentative de dialoguer avec ce chercheur s'est soldée par un échec. En 2008, devant me rendre à Imperial College, je lui ai proposé de faire un exposé là-bas. Réponse : un refus, avec étrange argument « Ce n'est pas moi, ce sont les autres ».

Par la suite j'ai créé une bande dessinée, gratuitement téléchargeable sur le site de Savoir sans Frontières.

http://www.savoir-sans-frontieres.com/JPP/telechargeables/Francais/plus_rapide_lumiere/plus_rapide_lumiere.htm

Comme celle-ci avait été rapidement traduite en portugais,

http://www.savoir-sans-frontieres.com/JPP/telechargeables/Portuguais/plus_vite_lumiere_portugais/plus_vite_lumiere_portugais.htm

j'ai demandé à Magueijo de la préfacer.

Pas de réponse

Plus récemment, j'ai participé en août 2017 au colloque COSMO 17 qui se tenait à Paris. Un certain Bandengerger, Canadien, présenta sa vision de l'univers primitif. C'est un string man, un « homme des cordes » et pour lui, l'univers primitif est un « gaz de cordes ». On trouvera un article de lui dans le numéro d'octobre 2017 de la revue La Recherche.

A l'issue de son exposé, j'ai demandé la parole et questionné Brandenberger à propos d'une justification de l'homogénéité de l'univers primitif par un système de constantes variables. Il a souri en me répondant « il y a ici un homme qui a aussi travaillé dans cette voie et vous pourrez discuter avec lui ». Il a alors désigné un jeune thésard canadien[1]. Vous pouvez traduire cela par la réaction :

- *Ces histoires de constantes variables, c'est de la foutaise. Par contre, un gaz de cordes, ça c'est sérieux ! Restons dans les choses sérieuses.*

Qu'aurais-pu faire, lors de ce colloque ? Répliquer :

- *Non, c'est votre modèle de gaz de cordes qui est inconsistant. Laissez-moi vous expliquer.*

Les 200 congressistes présents m'auraient hué aussitôt et fichu dehors !

Revenons à cet établissement de la relation de jauge universelle.

Le fait de présenter le détail de ce calcul à des lecteurs niveau math sup représente en fait la seule chance pour que cette idée, qui a déjà plus de 30 ans, fasse son chemin. Car ces calculs, personne n'a eu la curiosité de les refaire.

Dans les équations figurent des vitesse. On sera alors tenté de poser :

$$V = \hat{V}\,\zeta$$

Mais puis qu'il s'agit d'invariance, on voit tout de suite apparaître celle du facteur de Lorentz $\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$. Et comme $c = \hat{c}\,\varpi$ celle-ci entraînera $\hat{V} \propto \hat{c}$. Donc il sera plus simple de tenir compte d'emblée de cela en introduisant une vitesse adimensionnelle ζ selon :

$$V = \hat{c}\,\zeta$$

[1] En discutant par la suite avec ce jeune chercheur celui-ci il m'a aussitôt dit « qu'il n'avait pas fair grand chose dans ce domaine ».

Voyons comment nous pourrins procéder pour faire émerger ces relations de jauge. Prenons par exemple l'équation de Maxwell :

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

On posera, au risque de tomber en panne de lettres grecques :

$$E = \hat{E}\,\vartheta \qquad\qquad B = \hat{B}\,\varsigma$$

La mise sous forme adimensionnelle donnera :

$$\frac{1}{\hat{r}}\;\hat{E}\,\delta \times \vartheta = -\frac{\hat{B}}{\hat{t}}\frac{\partial \varsigma}{\partial \tau}$$

Mais, dimensionnellement, un champ électrique c'est aussi un champ magnétique multiplié par une vitesse, de telle sorte qu'on peut poser : $\hat{E} = \hat{c}\,\hat{B}$, puisque $\hat{V}$ varie comme $\hat{c}$ et on obtient :

$$\frac{\hat{c}}{\hat{r}}\;\delta \times \vartheta = -\frac{1}{\hat{t}}\frac{\partial \varsigma}{\partial \tau}$$

Dans ce processus de jauge que nous envisageons, toutes les grandeurs avec chapeau vont varier « conjointement » de manière à laisser les équations invariantes. L'invariance de cette équation de Maxwell entraînera que dans ce processus :

$$\hat{r} \propto \hat{c}\,\hat{t}$$

Voilà notre première relation de jauge. On la retrouvera en maints endroits. Dès lors notre équation de Maxwell, adimensionnelle, devient :

$$\delta \times \vartheta = -\frac{\partial \varsigma}{\partial \tau}$$

Nous voulons que la géométrie des objets reste inchangée au fil de ce processus de jauge. Cela vaut aussi pour la géométrie des objets de l'espace-temps, donc des géodésiques. On inscrira dans cette histoire que les lois de Kepler seront invariantes, c'est à dire que :

$$\hat{t}^2 \propto \hat{r}^3 \quad \text{ou} \quad \hat{r} \propto \hat{t}^{2/3}$$

Autre relation de jauge.

Considérons maintenant l'équation de Boltzmann :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v^i \frac{\partial f}{\partial r^i} - \frac{\partial \phi}{\partial r_i}\frac{\partial f}{\partial v^i} = \iint (\,f' f'_1 - f\,f_1\,)\,g\,b\,db\,d\varepsilon$$

On a : $v^i = \hat{c}\,\zeta^i \qquad r^i = \hat{r}\,\xi^i$

Φ est le potentiel gravitationnel. En adimensionnel on posera $\Phi = \frac{\hat{G}\,\hat{m}}{\hat{r}}\varphi$

On peut écrire l'équation :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v^i \frac{\partial}{\partial r^i} - \frac{\partial \phi}{\partial r_i}\frac{\partial}{\partial v^i}\right) f = \iint (\, f' f'_1 - f\, f_1\,)\, g\, b\, db\, d\varepsilon$$

Ce qui nous donnera :

$$\left(\frac{1}{\hat{t}}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hat{c}}{\hat{r}}\zeta^i \frac{\partial}{\partial \xi^i} - \frac{\hat{G}\,\hat{m}}{\hat{r}\ \hat{c}}\frac{\partial \phi}{\partial \xi_i}\frac{\partial}{\partial \zeta^i}\right) f = \iint (\, f' f'_1 - f\, f_1\,)\, g\, b\, db\, d\varepsilon$$

Avant de nous préoccuper du second membre, l'invariance donnera, pour les trois termes du premier membre :

$$\frac{1}{\hat{t}} \propto \frac{\hat{c}}{\hat{r}} \propto \frac{\hat{G}\,\hat{m}}{\hat{r}\ \hat{c}}$$

qui nous donne une autre relation de jauge :

$$\frac{\hat{G}\,\hat{m}}{\hat{c}^2} \propto \hat{r}$$

or $\frac{2Gm}{c^2}$ est la longueur de jeans associée à une masse *m*. On en déduit que dans ce processus de jauge la longueur de jauge varie comme la jauge d'espace $\hat{t}$.

On pourrait appliquer ce traitement de la mise sous forme adimensionnelle du second membre mais il ne nous apporterait pas de relation de jauge supplémentaire. Par contre, prenons l'équation de champ :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R\, g_{\mu\nu} = -\frac{8\pi G}{c^2} T_{\mu\nu}$$

Dimensionnellement parlant, le premier membre est en $\frac{1}{\hat{r}^2}$ (le tenseur de Ricci est fabriqué avec des différentielles du second ordre). A droite le tenseur $T_{\mu\nu}$ est ; de la façon dont nous avons écrit cette équation, conforme au choix du livre d'Adler Schiffer er Bazin a la dimension d'une masse volumique, c'est à dire d'un nombre de densité n multiplié par une masse m. Mais la conservation des espèces fait que $n \propto \frac{1}{r^3}$. Donc ce second membre variera comme $\frac{\hat{m}}{\hat{r}^3}$. Donc l'invariance de l'équation de champ va avec :

$$\hat{G} \propto \hat{c}^2 \quad \text{et} \quad \hat{m} \propto \hat{r}$$

Les équations de la physique impliquent la conservation de l'énergie. Donc nous allons écrire que nos relations de jauge font de même, c'est à dire que :

$$\hat{m}\hat{c}^2 = cst$$

Ce qui nous donne immédiatement :

$$\hat{c} \propto \frac{1}{\sqrt{\hat{r}}}$$

et :

$$\hat{G} \propto \frac{1}{\hat{r}}$$

Passons à l'équation de Schrödinger :

$$-\frac{h^2}{2m}(\Delta\Psi + U\,\Psi) = i\frac{h}{2\pi}\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

Quand on passe toutes ces équations sous une forme adimensionnelles, les contraintes sur les différents termes nous fournissent des relations de jauge. La dimension de l'opérateur Δ est $\frac{1}{\hat{r}^2}$. En comparant le premier terme du premier membre et celui du second membre il vient :

$$\frac{\hat{h}^2}{\hat{m}}\frac{1}{\hat{r}^2} \propto \frac{1}{\hat{t}}$$

ce qui nous donne finalement

$$\hat{h} \propto \hat{t}$$

Comme la fréquence $\hat{v}$ variera comme $\frac{1}{\hat{t}}$ cela ira de pair avec la conservation de l'énergie $\hat{h}\hat{v}$, ce qu'on aurait pu poser comme principe. Même chose pour l'énergie gravitationnelle $\frac{\hat{G}\,\hat{m}^2}{\hat{r}}$.

Nous pouvons former la longueur et le temps de Planck, et nous constatons que :

$$\hat{L}_P = \sqrt{\frac{\hat{h}\hat{G}}{c^2}} \propto \hat{r} \qquad\qquad \hat{t}_P = \sqrt{\frac{\hat{h}\hat{G}}{c^5}} \propto \hat{t}$$

Si nous formons la longueur et le temps de Jeans, nous constaterons que :

$$\hat{L}_J \propto \hat{r} \qquad\qquad \hat{t}_J \propto \hat{t}$$

En fait, cette histoire est générale. Dans ce processus de jauge universel toutes les longueurs caractéristiques varient comme la jauge d'espace $\hat{r}$ et tous les temps caractéristiques varient comme la jauge de temps $\hat{t}$.

La longueur de Compton $\hat{\lambda}_c = \frac{\hat{h}}{\hat{m}\hat{c}}$, par exemple, varie comme $\hat{r}$

Il nous reste à régler le cas des deux dernières « constantes », à savoir la charge électrique unitaire *e* et la perméabilité magnétique du vide μ_o . On peu régler tout cela en quelques lignes en écrivant que le rayon de Bohr varie comme $\hat{r}$:

$$\hat{R}_b \propto \frac{\hat{h}^2}{\hat{m}_e \hat{e}^2} \propto \hat{r}$$

Ce qui donne aussitôt :

$$\hat{e} \propto \sqrt{\hat{r}}$$

Introduisons la constante de structure fine et exprimons qu'elle reste invariante par le processus de jauge :

$$\alpha = \frac{\hat{e}^2}{\hat{\varepsilon}_o \hat{h} \hat{c}} = cst$$

qui donne immédiatement :

$$\hat{\varepsilon}_o \propto cst \quad \text{et} \quad \hat{\mu}_o \propto \hat{r}$$

On peut vérifier immédiatement que ces relations rendent invariantes toutes les équations de Maxwell et que par exemple la distance de Debye varie comme $\hat{r}$, et que les sections efficaces de collision varient comme $\hat{r}^2$, tandis que les libres parcours varient comme $\hat{r}$ et les temps de libre parcours comme $\hat{t}$.

En résumé, nous pouvons pondérer toute les grandeurs, temps, longueur, constantes, présentes dans les équations de notre physique par les grandeurs « chapeau » (autrement dit envisager un processus de jauge généralisé ») et faire en suite que ces équations restent invariantes, ceci à condition que ces grandeurs restent liées par un certain nombre de relations. Si nous prenons comme paramètre directeur ces lois s'écriront :

$$\hat{G} \propto \frac{1}{\hat{r}} \qquad c \propto \frac{1}{\sqrt{\hat{r}}} \qquad m \propto \hat{r} \qquad h \propto \hat{r}^{3/2} \qquad \mu_o \propto \hat{r} \qquad e \propto \sqrt{\hat{r}} \qquad t \propto \hat{r}^{3/2}$$

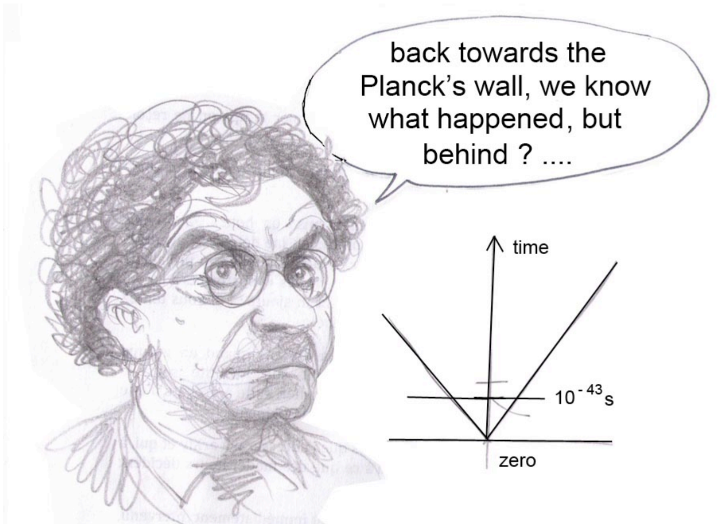
On obtient alors une vitesse de la lumière qui n'est plus constante, mais décroît au fil de l'expansion cosmique.

Intégration de ces relations dans un modèle cosmologique

Comme le notait si bien Steven Weinberg dans son célèbre livre « Les trois premières minutes » la description de la genèse cosmique colle assez bien quand on se limite au premier centième de seconde. Avant, ça devient problématique.

On sait aussi qu'il y a « le problème du lithium ». Dans cette phase primitive l'univers se comporte exactement comme une bombe thermonucléaire. Le composant initial, l'hydrogène, est chaud et dense. Donc la fusion produit de l'hélium. Là, ça colle. Mais il y a aussi production d'un autre élément léger, le lithium. Et dans ce cas l'accord est moins bon. Mais nous n'entrerons pas là-dedans. Entre autre parce que, pour ce point précis, nous n'avons pas de solution à préciser.

Le problème c'est quand on veut remonter à une période antérieure à ce premier centième de seconde. Alors on lit des tas de discours sur ces époques antérieures : 10^{-33} seconde, 10^{-43} seconde, l'époque quantique, pré-quantique, etc .... Il y a même beaucoup de gens qui entendent remonter plus avant encore :



Quand on veut remonter dans ce passé on est censé étudier l'état de l'univers quand celui-ci aurait des densités et des température encore plus élevées. On parle alors de supersymétrie, de Grand Unification.

Les physiciens tentent d'avancer en utilisant leurs accélérateurs de particules. Mais ces simulations d'univers primitif sont elles valables ?

Pas nécessairement. Le paramètre énergie est là, mais il manque le paramètre densité. Donc le paramètre pression.

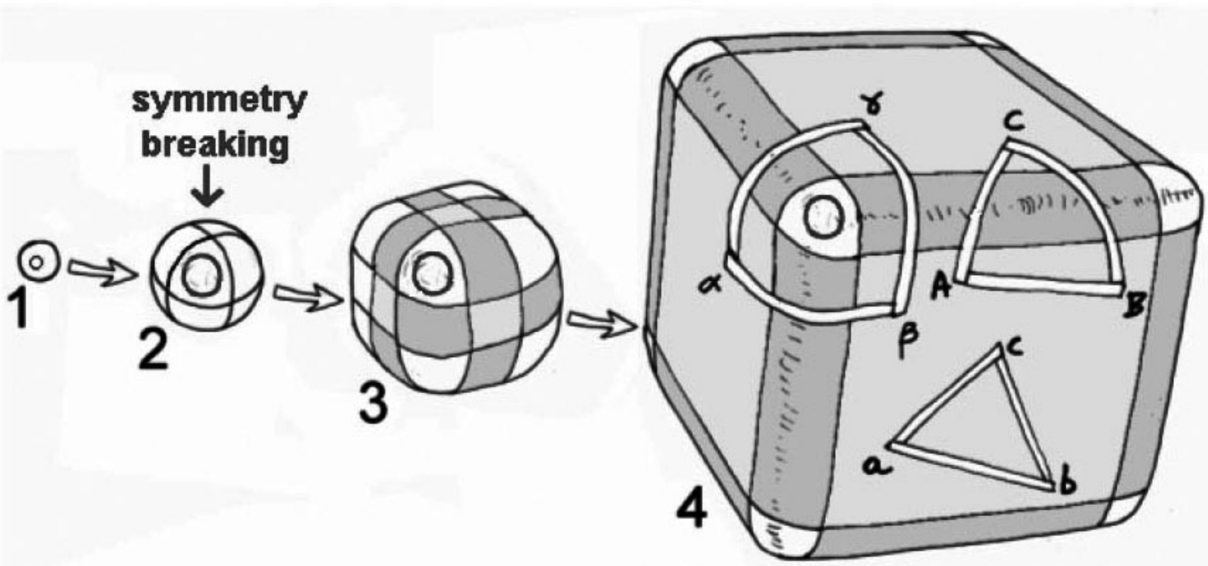
Quand on lance des protons les uns contre les autres c'est un festival de quarks. Dans les années soixante je crois on découvre que ces quarks, dotés de charges électriques fractionnaires, ne supportent pas l'état libre. On a alors l'impression, plutôt que de progresser dans un démontage en règle de la matière, qui avait si bien commencé, de se heurter à quelque chose.

Toujours est-il que ces expériences ne permettent pas de faire apparaître les particules de la supersymétrie. D'où le papier du physicien théoricien Pierre Salati, dans la revue Ciel et Espace (JANUS 21) qui émet un doute sur l'existence de telles particules. Il s'interroge sur ce désert qui semble peupler cet espace de temps, des origines à ce premier centième de seconde.

On peut aller plus loin et se demander : ce passé-là correspond-t-il à une physique ?

On pourrait remplir une pièce entière avec tout ce qui a été écrit et publié et qui constitue une tentative de description de l'univers dans sa prime enfance. La mécanique quantique est mise abondamment à contribution, alors que le mariage Gravitation et Mécanique Quantique n'a jamais été consommé.

On a déjà présenté, dans des vidéos précédentes un toy model qui se présente sous l'aspect d'un cube émoussé :



Il y a huit « masses » qui sont représentées par des huitièmes de sphère. Ces portions de surface sont séparées par des éléments euclidiens, portions de plan ou quarts de cylindre.

On évoque la conservation de la masse en imposant que l'aire contenue dans ces « triangles géodésiques » soit constante. Dans l'expansion cosmique, telle qu'on se la représente, ce sont les portions euclidiennes (le « vide » ou « le gaz de photons ») qui se dilatent.

Quand on considère cette évolution en remontant le temps, si on conserve la masse vient un moment où les quarts de sphère deviennent jointifs (stade 2). Au delà il n'est plus possible d'assurer la constance de ces aires.

Si on assimile la dimension caractéristique de ces masses m à la longueur de Compton qui leur est associée :

$$\lambda_C = \frac{h}{mc}$$

on se dit que si on veut envisager une évolution où cette grandeur puisse varier il nous faudra également tabler avec une variation, soit d'une constante présente dans cette expression, soit des trois à la fois, de manière conjointe.

Comment envisager ces variations ? En assurant l'invariance des équations de la physique. D'où ces lois de jauge précédemment établies.

Dans ces conditions la vitesse de la lumière n'est plus constante.

L'horizon devient l'intégrale :

$$\text{horizon} = \int c(t)\, dt$$

avec une vitesse de la lumière qui varie comme l'inverse de la dimension caractéristique *a* de l'univers. Dans ce processus de jauge $a \propto t^{2/3}$ donc on obtient :

$$\text{horizon} \propto \int t^{-1/3}\, dt \propto t^{2/3} \propto a$$

L'horizon cosmologique ne croit plus linéairement en fonction du temps mais accompagne l'expansion cosmique, évolue parallèlement à la croissance du facteur d'échelle *a.* L'homogénéité de l'univers est alors assurée à toutes les époques et on n'a plus besoin de recourir à un champ d'inflatons.

On notera que cette relation de jauge, en dehors du fait qu'elle assure l'invariance des équations, propose un processus qui conserve toutes les énergies, en particulier celle des photons. Comme le phénomène du redshift équivaut à une mesure de la perte d'énergie des photons au fil de l'expansion, dans cette phase-là, ce redshift disparaît.

Le processus de jauge conserve aussi l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène, qui correspond à ce qu'on appelle la constante de Rydberg :

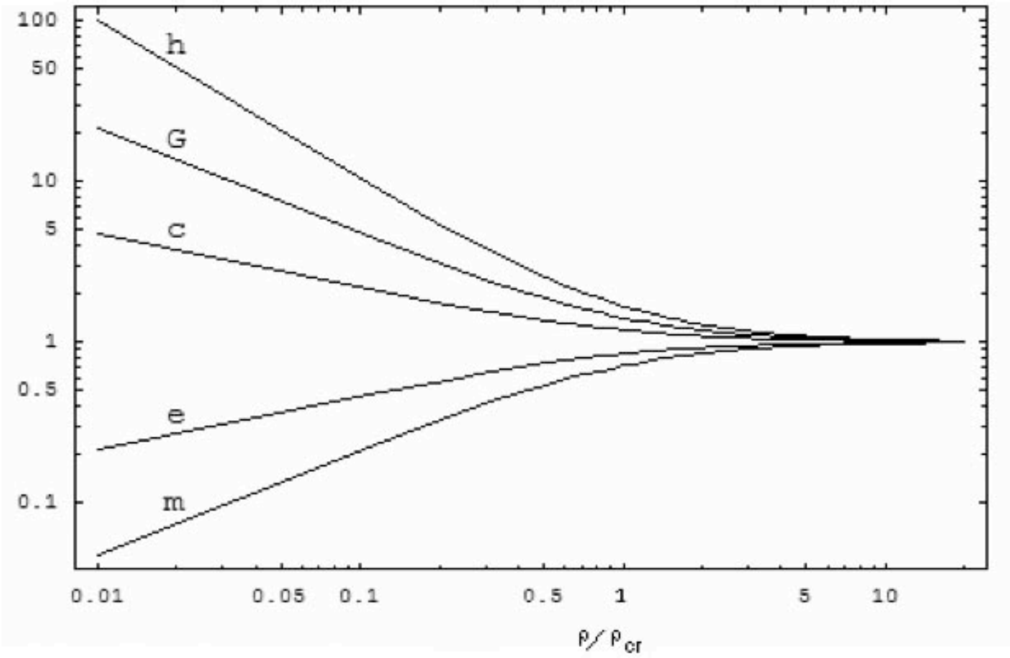
$$R_y = \frac{m_e\, e^4}{8\varepsilon_o^2\, h^2\, c} = \frac{1}{2}\alpha^2\, m_e\, c^2$$

Où α est cette fois la constante de structure fine.

Dans un processus de « variations conjointes des constantes » cette grandeur serait invariante, de même que l'énergie cinétique des ions hydrogène et des électrons. Il n'y aurait donc pas désionisation.

Donc, si ce processus a lieu, ce ne peut être que dans une époque antérieure à la désionisation.

En fait, nous voudrions le situer quand l'espace disponible ne permet plus aux baryons d'exister. Ce qui fait que, postérieurement à cette époque ces mêmes constantes se comporteraient comme des constantes absolues. On peut les exprimer en fonction de différents paramètres. Ci-après l'allure (schématique) de cette évolution en fonction d'un rapport entre la densité et une densité critique (quand la Longueur de Compton se confondrait avec la distance moyenne entre les particules) :



Le temps dans ce processus de jauge

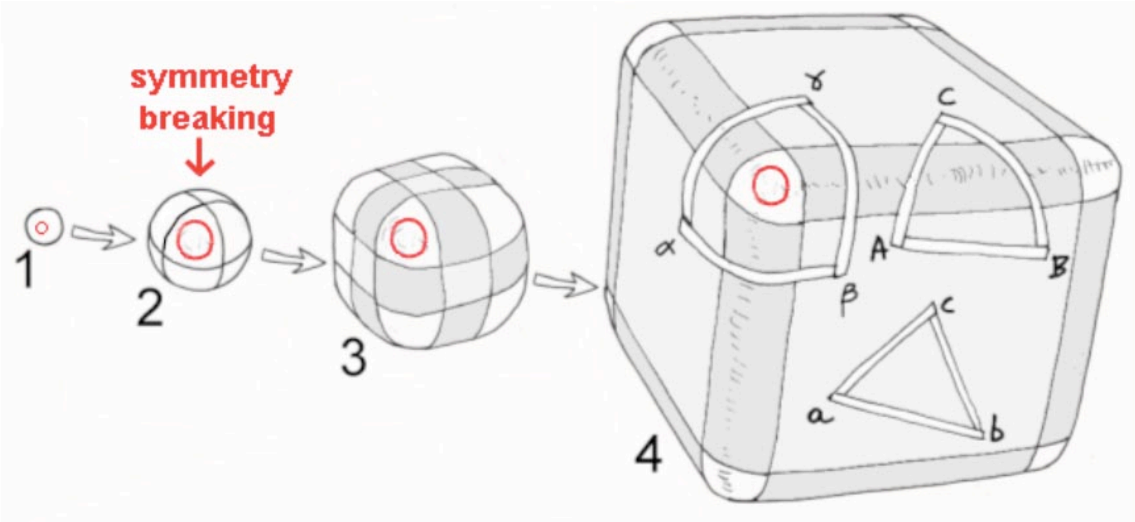
Il est toujours très hasardeux de s'aventurer dans ces limbes de l'univers, en prétendant décrire ce qui s'y passe. Ce modèle de jauge ne fait que s'opposer au modèle de l'inflation, en proposant une autre justification de l'homogénéité de l'univers primitif, du CMB.

On ne peut pas dire que ce nouveau schéma, qui reçoit la faveur des théoriciens, celui d'un Big Bounce, d'un Grand Rebond, suivant la collision de deux « branes » soit plus crédible que l'inflation.

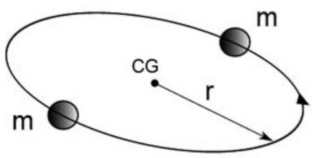
Comment introduire un temps qui soit mesurable, au moins conceptuellement ?

Imaginons deux masses orbitant autour d'un centre de gravité commun, formant un système qui puisse perdurer au fil de l'expansion cosmique.

On peut représenter cette petite horloge élémentaire par ce cercle rouge :



Quand on franchit ce stade 2 le rayon de l'orbite de ce système devra accompagner les variation du facteur d'échelle a. Voici cette horloge élémentaire :



Si on écrit que la force de gravité qui lie ces deux masses est équilibrée par la force centrifuge on trouve que la vitesse d'orbitation varie comme la racine carrée de Gm/r

Quand l'horloge suit le processus de jauge, G varie comme $1/r$ et les masses comme r, donc le produit est constant. Ainsi la période d'orbitation varie comme la puissance 3/2 du rayon de l'orbite. C'est la loi de Kepler, intégrée à ce processus de jauge. Comme le rayon de l'orbite varie comme la puissance 3/2 du temps, alors la période de rotation varie comme le temps t.

Plus on remonte dans le passé et plus cette « horloge » tourne vite.

Si on se hasarde à considérer le nombre de tours qu'elle fait sur elle-même comme une mesure du temps et qu'on envisage d'évaluer le nombre de tours effectués depuis « l'instant zéro » on obtient l'intégrale :

$$\text{nombre de tours} \propto \int_0^t \frac{d\tau}{\tau} \text{ égale ... l'infini.}$$

La version cosmologique du paradoxe de Zénon, déjà évoquée dans une autre vidéo.

Du grain à moudre pour des philosophes