

Une nouvelle formulation des équations du mouvement d'un gaz ionisé dans un régime dominé par les collisions

par

J.-P. PETIT * et J.-S. DARROZES **

RÉSUMÉ. — Une interprétation nouvelle de la méthode des développements asymptotiques raccordés permet de construire une description des phénomènes de transport dans les écoulements presque continus de gaz ionisés, qui est uniformément valable quel que soit l'ordre choisi pour faire tendre vers zéro, le rapport des masses et le nombre de Knudsen du constituant lourd.

ABSTRACT. — It is shown, using the technique of matched asymptotic expansions that the correct description of transport phenomena in ionized gas dominated by collisions is obtained when the Knudsen number for heavy species goes to zero as fast as the mass ratio.

1. Introduction

Le calcul des coefficients de transport pour un mélange de gaz monoatomiques est bien connu en théorie cinétique des gaz. Il relève d'une résolution approchée des équations de Boltzmann lorsque le nombre de Knudsen tend vers zéro. La première approximation fournit un état d'équilibre thermodynamique global, avec une seule température et une seule vitesse macroscopique quel que soit le nombre de constituants du mélange. La deuxième approximation conduit aux solutions dites « normales » et l'inversion de l'opérateur des collisions linéarisé (méthode de Hilbert ou méthode de Chapman-Enskog) permet d'exprimer les flux dissipatifs en fonction des gradients des diverses quantités macroscopiques.

Malheureusement, une telle description ne permet pas d'expliquer la différence constatée expérimentalement entre la température des ions et

* Chargé de recherche, Université de Provence, Traverse de la Barasse, 13000 Marseille.

** Professeur à l'École nationale supérieure de Techniques avancées, 32, boulevard Victor, 75015 Paris.

la température des électrons dans les écoulements de gaz ionisés en présence d'un champ électro-magnétique. La coexistence de deux équilibres thermodynamiques individuels, avec des températures distinctes dès la première approximation est rendue possible, ainsi que l'a constaté Lorentz, grâce à la présence d'un très petit rapport des masses des constituants. L'étude des gaz lorentziens, puis quasi-lorentzien a été envisagée par de nombreux auteurs, mais par construction, les descriptions données n'ont aucun rapport avec les développements déduits de la méthode de Chapman-Enskog.

L'objet de cet article est de montrer qu'il est possible de construire une description intermédiaire qui est en fait la seule significative, car non seulement elle contient comme cas particulier les deux descriptions précédentes, mais elle permet également de passer continuellement de l'une à l'autre.

2. Formulation générale

Afin de dégager l'idée essentielle, la formulation analytique a été considérablement allégée en limitant l'étude au cas d'un mélange binaire de molécules monoatomiques. L'un des constituants noté (s) a une charge électrique $+e$ par molécule de masse $m^{(s)}$. L'autre, noté (e) a la charge $-e$ par molécule de masse $m^{(e)}$. On désigne par α le rapport des nombres de densité, de sorte que $\alpha = 1$ correspond à un gaz globalement neutre, tandis que $\alpha \ll 1$ correspond au gaz lorentzien. On admet en outre qu'il n'y a aucun phénomène de dissociation ou de recombinaison, et que le rapport des masses $\varepsilon^2 = m^{(e)}/m^{(s)}$ est très petit devant l'unité.

Les équations de Boltzmann (1) sont écrites avec des quantités sans dimension en utilisant pour références, le tableau ci-dessous :

Longueur L_r	{ communes aux deux espèces (s) et (e) Espèce lourde (s) Espèce légère (e)	
Vitesse U_r		
Champ magnétique B_r		
Champ électrique $B_r U_r$		
Temps L_r/U_r		
Température T_r		
Sections de collisions σ		
Nombre de densité.....	n_r	αn_r
Vitesse d'agitation.....	$a^{(s)} = [2kT_r/m^{(s)}]^{1/2}$	$a^{(s)}/\varepsilon$
Fonctions de distribution.....	$n^r/[a^{(s)}]^3$	$\alpha \varepsilon^3 n_r/[a^{(s)}]^3$

$$(1) \left\{ \begin{aligned} & K_n \left[\mathcal{C}^{(e)} \frac{\partial f^{(e)}}{\partial \mathbf{r}} + \varepsilon M^{(s)} \left\{ \frac{\partial f^{(e)}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \frac{\partial f^{(e)}}{\partial \mathbf{r}} - \left(\frac{\partial f^{(e)}}{\partial \mathcal{C}^{(e)}} \otimes \mathcal{C}^{(e)} \right) : \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{r}} \right\} \right. \\ & \quad \left. - \varepsilon^2 [M^{(s)}]^2 \frac{D\mathbf{V}}{Dt} \cdot \frac{\partial f^{(e)}}{\partial \mathcal{C}^{(e)}} \right] \\ & \quad - \gamma^{(s)} \left[\frac{1}{\varepsilon} (\mathcal{C}^{(e)} \wedge \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f^{(e)}}{\partial \mathcal{C}^{(e)}} + (\mathbf{E} + \mathbf{V} \wedge \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f^{(e)}}{\partial \mathcal{C}^{(e)}} \right] \\ & = \alpha J(f^{(e)}, f^{(e)}) + J(f^{(e)}, f^{(s)}, \varepsilon), \\ & \varepsilon K_n \left[\mathcal{C}^{(s)} \frac{\partial f^{(s)}}{\partial \mathbf{r}} + M^{(s)} \left\{ \frac{\partial f^{(s)}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \frac{\partial f^{(s)}}{\partial \mathbf{r}} - \left(\frac{\partial f^{(s)}}{\partial \mathcal{C}^{(s)}} \otimes \mathcal{C}^{(s)} \right) : \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{r}} \right\} \right. \\ & \quad \left. - [M^{(s)}]^2 \frac{D\mathbf{V}}{Dt} \cdot \frac{\partial f^{(s)}}{\partial \mathcal{C}^{(s)}} \right] \\ & \quad + \varepsilon^2 \gamma^{(s)} \left[(\mathcal{C}^{(s)} \wedge \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f^{(s)}}{\partial \mathcal{C}^{(s)}} + (\mathbf{E} + \mathbf{V} \wedge \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f^{(s)}}{\partial \mathcal{C}^{(s)}} \right] \\ & = \varepsilon J(f^{(s)}, f^{(s)}) + \alpha J(f^{(s)}, f^{(e)}, \varepsilon). \end{aligned} \right.$$

Les symboles $\mathcal{C}^{(e,s)}$, $f^{(e,s)}$, $\mathbf{V}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ désignent respectivement les valeurs sans dimension de la vitesse d'agitation, la fonction de distribution, la vitesse macroscopique globale du mélange, le champ électrique et le champ magnétique. En dehors des quantités α et ε déjà introduites, les paramètres sans dimension fondamentaux sont : le nombre de Mach $M^{(s)}$ du constituant lourd, le nombre de Knudsen K_n et le paramètre de Hall $\gamma^{(s)}$. Ils s'expriment avec les libres temps de vol $\tau^{(s)}$ et $\tau^{(e)}$.

$$\tau^{(s)} = 1/n_r a^{(s)} \sigma^2; \quad \tau^{(e)} = \varepsilon \tau^{(s)},$$

$$M^{(s)} = U_r/a^{(s)}; \quad K_n = \tau^{(s)} a^{(s)}/L_r; \quad \gamma^{(s)} = e^{(s)} B_r \tau^{(s)}/m^{(s)}.$$

On recherche une solution approchée du système d'équations (1) dans le cadre des hypothèses suivantes :

- (i) $K_n \rightarrow 0$, $\varepsilon \rightarrow 0$ sans préciser de quelle façon.
- (ii) $M^{(s)}$ et α sont des quantités fixées d'ordre unité.

Il faut nécessairement ajouter :

- (iii) $\gamma^{(s)} = K_n \hat{\gamma}^{(s)}$ avec $\hat{\gamma}^{(s)}$ fixé d'ordre unité.

Ce troisième point résulte du fait que, pour ε fixé, les équations (1) n'admettent des solutions pour $K_n = 0$, que si $\gamma^{(s)} = 0$ simultanément. C'est une conséquence directe du théorème H qui s'explique physique-

ment, car lorsque les champs électriques et magnétiques sont trop intenses, le régime n'est plus dominé par les collisions. La façon dont $\gamma^{(s)}$ tend vers zéro lorsque K_n s'annule est déterminée sans difficulté en utilisant le principe de moindre dégénérescence.

3. Dégénérescence des opérateurs de collision

Dans les seconds membres des équations (1), les opérateurs de collision mutuelle $J(f^{(e)}, f^{(e)})$ et $J(f^{(s)}, f^{(s)})$ sont les opérateurs habituels utilisés dans l'étude des gaz simples, mais les opérateurs $J(f^{(e)}, f^{(s)}, \varepsilon)$ et $J(f^{(s)}, f^{(e)}, \varepsilon)$ font intervenir la racine du rapport des masses ε :

$$(2) \quad \begin{cases} J(f^{(e)}, f^{(s)}, \varepsilon) = \int (\hat{f}^{(e)} \hat{f}^{(s)} - f^{(e)} f^{(s)}) |\mathcal{C}^{(e)} - \varepsilon \mathcal{C}^{(s)}| b db d\varphi d^3 \mathcal{C}^{(s)}, \\ J(f^{(s)}, f^{(e)}, \varepsilon) = \int (\hat{f}^{(s)} \hat{f}^{(e)} - f^{(s)} f^{(e)}) |\mathcal{C}^{(e)} - \varepsilon \mathcal{C}^{(s)}| b db d\varphi d^3 \mathcal{C}^{(e)}. \end{cases}$$

Les vitesses d'agitation après collision se développent, lorsque ε tend vers zéro, sous la forme suivante :

$$\hat{\mathcal{C}}^{(e)} = \mathcal{C}_*^{(e)} + 2\varepsilon \mathbf{k}(\mathcal{C}^{(s)} \cdot \mathbf{k}) + o(\varepsilon^2),$$

$$\hat{\mathcal{C}}^{(s)} = \mathcal{C}^{(s)} + 2\varepsilon \mathbf{k}(\mathcal{C}^{(e)} \cdot \mathbf{k}) + o(\varepsilon^2).$$

Le vecteur $\mathcal{C}_*^{(e)}$ désigne la vitesse d'un électron après collision avec un ion maintenu fixé :

$$\mathcal{C}_*^{(e)} = \mathcal{C}^{(e)} - 2\mathbf{k}(\mathcal{C}^{(e)} \cdot \mathbf{k})$$

où le vecteur unitaire $\mathbf{k}$ ne dépend que des paramètres d'impact b et φ . Compte tenu de ces expressions, les opérateurs (2) se développent selon les puissances de ε :

$$(3) \quad \begin{cases} J^{(es)} = J_0^{(es)} + \varepsilon J_1^{(es)} + \varepsilon^2 J_2^{(es)} + \dots, \\ J^{(se)} = \varepsilon J_1^{(se)} + \varepsilon^2 J_2^{(se)} + \dots, \\ J_0^{(es)} = n^{(s)} \int [f^{(e)}(\mathcal{C}_*^{(e)}) - f^{(e)}(\mathcal{C}^{(e)})] |\mathcal{C}^{(e)}| b db d\varphi, \\ J_1^{(se)} = -2 \frac{\partial f^{(s)}}{\partial \mathcal{C}^{(s)}} \cdot \int \mathbf{k}(\mathcal{C}^{(e)} \cdot \mathbf{k}) f^{(e)} |\mathcal{C}^{(e)}| b db d\varphi d^3 \mathcal{C}^{(e)}. \end{cases}$$

Les propriétés de ces opérateurs sont classiques [1] :

(i) Il existe un théorème H :

$$(4) \quad \begin{cases} \alpha J(f^{(e)}, f^{(e)}) + J_0^{(es)} = 0 \\ J(f^{(s)}, f^{(s)}) + \alpha J_1^{(se)} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f^{(e)} = n^{(e)} / (\pi T^{(e)})^{3/2} \exp \left\{ -\frac{|\mathcal{C}^{(e)}|^2}{T^{(e)}} \right\} \\ f^{(s)} = n^{(s)} / (\pi T^{(s)})^{3/2} \exp \left\{ -\frac{|\mathcal{C}^{(s)}|^2}{T^{(s)}} \right\}. \end{cases}$$

(ii) Lois de conservation :

$$(5) \quad \begin{cases} \int J_p^{(es)} d^3 \mathcal{C}^{(e)} = \int J_p^{(se)} d^3 \mathcal{C}^{(s)} = 0, \\ \int \mathcal{C}^{(e)} J_p^{(es)} d^3 \mathcal{C}^{(e)} + \int \mathcal{C}^{(s)} J_{p+1}^{(se)} d^3 \mathcal{C}^{(s)} = 0, \\ \int |\mathcal{C}^{(e)}|^2 J_p^{(es)} d^3 \mathcal{C}^{(e)} + \int |\mathcal{C}^{(s)}|^2 J_p^{(se)} d^3 \mathcal{C}^{(s)} = 0. \end{cases}$$

4. Lemme fondamental

Les limites pour $K_n \rightarrow 0$:

$$(6) \quad \begin{cases} \lim \{f^{(e)}(t, \mathbf{r}, \mathcal{C}^{(e)}, \varepsilon, K_n)\} = f_0^{(e)}(t, \mathbf{r}, \mathcal{C}^{(e)}, \varepsilon), \\ \lim \{f^{(s)}(t, \mathbf{r}, \mathcal{C}^{(s)}, \varepsilon, K_n)\} = f_0^{(s)}(t, \mathbf{r}, \mathcal{C}^{(s)}, \varepsilon) \end{cases}$$

ne sont pas uniformes au voisinage de $\varepsilon = 0$.

La démonstration est immédiate, compte tenu des propriétés des divers opérateurs de collision. En effet pour ε fixé non nul, les fonctions $f_0^{(e)}$ et $f_0^{(s)}$ sont deux maxwelliens construits avec la même vitesse macroscopique et la même température. Par contre, pour $\varepsilon = 0$, la dégénérescence des opérateurs de collisions entraîne pour $f_0^{(e)}(t, \mathbf{r}, \mathcal{C}^{(e)}, 0)$ et $f_0^{(s)}(t, \mathbf{r}, \mathcal{C}^{(s)}, 0)$, les expressions données en (4), correspondant à un équilibre individuel avec des températures différentes.

Par conséquent

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \{f_0^{(e)}(t, \mathbf{r}, \mathcal{C}^{(e)}, \varepsilon)\} \neq f_0^{(e)}(t, \mathbf{r}, \mathcal{C}^{(e)}, 0),$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \{f_0^{(s)}(t, \mathbf{r}, \mathcal{C}^{(s)}, \varepsilon)\} \neq f_0^{(s)}(t, \mathbf{r}, \mathcal{C}^{(s)}, 0).$$

Pour compléter la démonstration, il faut montrer que pour $\varepsilon = 0$, les équations macroscopiques qui déterminent $T^{(e)}$ et $T^{(s)}$ admettent des solutions avec $T^{(e)} \neq T^{(s)}$ (voir § 6).

Le lemme fondamental peut alors s'interpréter de la façon suivante :

La non possibilité d'intervertir les passages à la limite $K_n \rightarrow 0$, $\varepsilon \rightarrow 0$ montre que le petit paramètre K_n est un paramètre de perturbation singulière pour la valeur zéro du paramètre ε , considéré comme variable particulière.

Le développement asymptotique classique, appelé par la suite premier développement extérieur, obtenu pour ε fixé, $K_n \rightarrow 0$ et qui conduit aux solutions normales de Hilbert, n'est pas valable pour $\varepsilon \rightarrow 0$. Or ce sont justement les petites valeurs de ε qu'il faut envisager dans le cadre de notre étude.

On sait, compte tenu de la technique des développements asymptotiques raccordés, qu'il faut adjoindre au développement extérieur (ε fixé, $K_n \rightarrow 0$) un développement intérieur, construit avec une variable intérieure $\tilde{\varepsilon}$, et rechercher une solution approchée des équations de Boltzmann pour $\tilde{\varepsilon}$ fixé, $K_n \rightarrow 0$.

La définition de la variable intérieure $\tilde{\varepsilon}$:

$$\varepsilon = v(K_n) \tilde{\varepsilon} \quad \text{avec} \quad v(K_n) \rightarrow 0 \quad \text{pour} \quad K_n \rightarrow 0$$

est obtenue en utilisant le principe de moindre dégénérescence.

En écrivant les équations (1) pour les fonctions

$$f^{(e, s)}(t, \mathbf{r}, \mathcal{C}^{(e, s)}, v(K_n) \tilde{\varepsilon}, K_n) \equiv \tilde{f}^{(e, s)}(t, \mathbf{r}, \mathcal{C}^{(e, s)}, \tilde{\varepsilon}, K_n),$$

il vient

$$(7) \quad -\frac{K_n}{v} \frac{\hat{\gamma}^{(s)}}{\varepsilon} (\mathcal{C}^{(e)} \wedge \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial \tilde{f}^{(e)}}{\partial \mathcal{C}^{(e)}} + K_n \left[\mathcal{C}^{(e)} \cdot \frac{\partial \tilde{f}^{(e)}}{\partial \mathbf{r}} - \hat{\gamma}^{(s)} (\mathbf{E} + \tilde{\mathbf{V}} \wedge \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial \tilde{f}^{(e)}}{\partial \mathcal{C}^{(e)}} \right] \\ + v K_n \tilde{\varepsilon} M^{(s)} \left\{ \frac{\partial \tilde{f}^{(e)}}{\partial t} + \tilde{\mathbf{V}} \cdot \frac{\partial \tilde{f}^{(e)}}{\partial \mathbf{r}} - \left(\frac{\partial \tilde{f}^{(e)}}{\partial \mathcal{C}^{(e)}} \otimes \mathcal{C}^{(e)} \right) : \frac{\partial \tilde{\mathbf{V}}}{\partial \mathbf{r}} \right\} \\ - v^2 K_n \tilde{\varepsilon}^2 [M^{(s)}]^2 \frac{D\tilde{\mathbf{V}}}{Dt} \cdot \frac{\partial \tilde{f}^{(e)}}{\partial \mathcal{C}^{(e)}} \\ = \alpha J(\tilde{f}^{(e)}, \tilde{f}^{(e)}) + J_0^{(es)} + \tilde{\varepsilon} v J_1^{(es)} + o(v^2).$$

On constate que le choix $v(K_n) = K_n$ conduit à la description la plus complète.

Le lemme fondamental permet également d'affirmer que le développement obtenu pour K_n fixé, $\varepsilon \rightarrow 0$ (appelé par la suite deuxième développement extérieur) n'est pas valable pour $K_n \rightarrow 0$. En considérant K_n comme variable extérieure, il faut, comme précédemment introduire un développement intérieur, avec une variable intérieure $\tilde{K}_n$, définie par

$$K_n = \mu(\varepsilon) \tilde{K}_n \quad \text{avec} \quad \mu(\varepsilon) \rightarrow 0 \quad \text{pour} \quad \varepsilon \rightarrow 0.$$

Un argument analogue au précédent montre que $\mu(\varepsilon) = \varepsilon$, et que par conséquent

$$\tilde{K}_n = \frac{1}{\tilde{\varepsilon}}.$$

La solution intérieure ($K_n \rightarrow 0$ avec $\tilde{\varepsilon}$ fixé ou $\varepsilon \rightarrow 0$ avec $\tilde{K}_n$ fixé) est la seule solution assurant la transition entre le premier développement extérieur (Chapman-Enskog) et le deuxième développement extérieur (lorentzien) si les deux conditions de raccord (i) et (ii) sont vérifiées.

(i) $\tilde{\varepsilon} \rightarrow \infty$ doit redonner le comportement pour $\varepsilon \rightarrow 0$ de la solution de Chapman-Enskog.

(ii) $\tilde{\varepsilon} \rightarrow 0$ ($\tilde{K}_n \rightarrow \infty$) doit donner le comportement du deuxième développement extérieur pour $K_n \rightarrow 0$. C'est justement ce comportement (gaz lorentzien dominé par les collisions) qui a été étudié dans la littérature scientifique.

Signalons, avant d'aborder l'aspect technique de la description intérieure, que la classe de solutions que nous allons obtenir pour α

fixé déborde le cadre de l'application stricte aux gaz lorentziens classiques pour lesquels $\alpha \ll 1$. L'étude du passage à la limite $\alpha \rightarrow 0$ ne pose aucune difficulté car le paramètre α est régulier vis-à-vis des autres paramètres.

5. La description singificative d'un gaz ionisé

Compte tenu de la relation $v(K_n) = K_n$, les équations de Boltzmann s'écrivent avec le paramètre $\tilde{\varepsilon}$:

Pour les électrons :

$$\begin{aligned} & -\frac{\hat{\gamma}^{(s)}}{\tilde{\varepsilon}} (\mathcal{C}^{(e)} \wedge \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial \tilde{f}^{(e)}}{\partial \mathcal{C}^{(e)}} + K_n \left[\mathcal{C}^{(e)} \frac{\partial \tilde{f}^{(e)}}{\partial \mathbf{r}} - \hat{\gamma}^{(s)} (\mathbf{E} + \tilde{\mathbf{V}} \wedge \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial \tilde{f}^{(e)}}{\partial \mathcal{C}^{(e)}} \right] \\ & + K_n^2 \tilde{\varepsilon} M^{(s)} \left\{ \frac{\partial \tilde{f}^{(e)}}{\partial t} + \tilde{\mathbf{V}} \cdot \frac{\partial \tilde{f}^{(e)}}{\partial \mathbf{r}} - \left(\frac{\partial \tilde{f}^{(e)}}{\partial \mathcal{C}^{(e)}} \otimes \mathcal{C}^{(e)} \right) : \frac{\partial \tilde{\mathbf{V}}}{\partial \mathbf{r}} \right\} + o(K_n^3) \\ & = \alpha J(\tilde{f}^{(e)}, \tilde{f}^{(e)}) + J_0^{(es)} + K_n \tilde{\varepsilon} J_1^{(es)} + K_n^2 \tilde{\varepsilon}^2 J_2^{(es)} + o(K_n^3). \end{aligned}$$

Pour les ions :

$$\begin{aligned} & K_n \left[\mathcal{C}^{(s)} \cdot \frac{\partial \tilde{f}^{(s)}}{\partial \mathbf{r}} + M^{(s)} \left\{ \frac{\partial \tilde{f}^{(s)}}{\partial t} + \tilde{\mathbf{V}} \cdot \frac{\partial \tilde{f}^{(s)}}{\partial \mathbf{r}} - \left(\frac{\partial \tilde{f}^{(s)}}{\partial \mathcal{C}^{(s)}} \otimes \mathcal{C}^{(s)} \right) : \frac{\partial \tilde{\mathbf{V}}}{\partial \mathbf{r}} \right\} \right. \\ & \quad \left. - [M^{(s)}]^2 \frac{D\tilde{\mathbf{V}}}{Dt} \cdot \frac{\partial \tilde{f}^{(s)}}{\partial \mathcal{C}^{(s)}} \right] \\ & + K_n^2 \tilde{\varepsilon} \hat{\gamma}^{(s)} \left[(\mathcal{C}^{(s)} \wedge \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial \tilde{f}^{(s)}}{\partial \mathcal{C}^{(s)}} + (\mathbf{E} + \tilde{\mathbf{V}} \wedge \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial \tilde{f}^{(s)}}{\partial \mathcal{C}^{(s)}} \right] \\ & = J(\tilde{f}^{(s)}, \tilde{f}^{(s)}) + \alpha J_1^{(se)} + K_n \alpha \tilde{\varepsilon} J_2^{(se)} + K_n^2 \alpha \tilde{\varepsilon}^2 J_3^{(se)} + o(k_n^3). \end{aligned}$$

On recherche une solution approchée de ces équations, sous forme d'un développement en puissance de K_n :

$$\tilde{f}^{(e,s)}(t, \mathbf{r}, \mathcal{C}^{(e,s)}, \tilde{\varepsilon}, K_n) = \tilde{f}_0^{(e,s)} \{ 1 + K_n \tilde{\Phi}_1^{(e,s)}(t, \mathbf{r}, \mathcal{C}^{(e,s)}, \tilde{\varepsilon}) + o(K_n^2) \}.$$

La résolution des équations pour les termes d'ordre unité est triviale compte tenu des propriétés des opérateurs de collisions dégénérés :

$$\begin{aligned} \tilde{f}_0^{(e)} &= [\tilde{n}_0^{(e)} / (\pi \tilde{T}_0^{(e)})^{3/2}] \exp \{ -|\mathcal{C}^{(e)}|^2 / \tilde{T}_0^{(e)} \}, \\ \tilde{f}_0^{(s)} &= [\tilde{n}_0^{(s)} / (\pi \tilde{T}_0^{(s)})^{3/2}] \exp \{ -|\mathcal{C}^{(s)}|^2 / \tilde{T}_0^{(s)} \}. \end{aligned}$$

Le système d'équations macroscopiques qui définit l'évolution des quantités $\tilde{n}_0^{(e,s)}$ et $\tilde{T}_0^{(e,s)}$ ne peut être écrit qu'après avoir résolu au

préalable l'équation de Boltzmann linéarisée à l'ordre K_n pour le gaz d'électrons

$$\begin{aligned} (8) \quad & \mathcal{C}^{(e)} \cdot \frac{\partial \tilde{f}_0^{(e)}}{\partial \mathbf{r}} - \hat{\gamma}^{(s)} (\mathbf{E} + \tilde{\mathbf{V}} \wedge \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial \tilde{f}_0^{(e)}}{\partial \mathcal{C}^{(e)}} \\ & = \tilde{f}_0^{(e)} \cdot \left\{ \alpha I(\tilde{\Phi}_1^{(e)}) + \tilde{n}_0^{(s)} I_0^{(es)}(\tilde{\Phi}_1^{(e)}) + \frac{\hat{\gamma}^{(s)}}{\tilde{\varepsilon}} (\mathcal{C}^{(e)} \wedge \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial \tilde{\Phi}_1^{(e)}}{\partial \mathcal{C}^{(e)}} \right\}. \end{aligned}$$

L'opérateur I est l'opérateur linéarisé de collision mutuelle utilisé dans l'étude des gaz simples et dont les propriétés sont bien connues [2]. L'opérateur lorentzien $I_0^{(es)}$ qui a pour expression

$$I_0^{(es)}(\tilde{\Phi}_1^{(e)}) = \frac{1}{\sqrt{\tilde{T}_0^{(e)}}} \int [\tilde{\Phi}_1^{(e)}(\mathcal{C}_*^{(e)}) - \tilde{\Phi}_1^{(e)}(\mathcal{C}^{(e)})] |\mathcal{C}^{(e)}| b db d\varphi$$

a également été étudié en détail ([3], [4]) et ses propriétés permettent d'affirmer que l'équation (8) admet une solution et une seule dans la partie orthogonale à $\{1, |\mathcal{C}^{(e)}|^2\}$ de l'espace de Hilbert défini par le produit scalaire :

$$(\psi, \chi) = \int \psi \chi \exp \{ -|\mathcal{C}^{(e)}|^2 / \tilde{T}_0^{(e)} \} d^3 \mathcal{C}^{(e)}.$$

La solution dont l'expression exacte [5] ne présente pas un intérêt particulier pour les développements qui vont suivre est une combinaison impaire en $\mathcal{C}^{(e)}$ du type

$$\begin{aligned} (9) \quad & \tilde{\Phi}_1^{(e)} = \frac{\mathbf{A}(\mathcal{C}^{(e)})}{\tilde{T}_0^{(e)}} \cdot \frac{\partial \tilde{T}_0^{(e)}}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathcal{A}(\mathcal{C}^{(e)})}{\tilde{n}_0^{(e)} \tilde{T}_0^{(e)}} \cdot \left\{ \frac{\partial \tilde{n}_0^{(e)} \tilde{T}_0^{(e)}}{\partial \mathbf{r}} + \tilde{n}_0^{(0)} \hat{\gamma}^{(s)} (\mathbf{E} + \tilde{\mathbf{V}} \wedge \mathbf{B}) \right\}, \\ & \begin{cases} \mathbf{A} = \mathcal{C}^{(e)} A^{(1)} + (\mathcal{C}^{(e)} \wedge \mathbf{B}) A^{(2)} + (\mathcal{C}^{(e)} \cdot \mathbf{B}) \mathbf{B} A^{(3)}, \\ \mathcal{A} = \mathcal{C}^{(e)} \mathcal{A}^{(1)} + (\mathcal{C}^{(e)} \wedge \mathbf{B}) \mathcal{A}^{(2)} + (\mathcal{C}^{(e)} \cdot \mathbf{B}) \mathbf{B} \mathcal{A}^{(3)}, \end{cases} \end{aligned}$$

où $A^{(i)}$ et $\mathcal{A}^{(i)}$ ne dépendent que des quantités macroscopiques d'ordre unité et du module de $\mathbf{B}$ et $\mathcal{C}^{(e)}$. L'expression (9) conduit à une expression du flux de diffusion et du flux de chaleur

$$(10) \quad \begin{cases} \tilde{n}_0^{(e)} \tilde{\mathbf{v}}_1^{(e)} = \int \mathcal{C}^{(e)} \tilde{f}_0^{(e)} \tilde{\Phi}_1^{(e)} d^3 \mathcal{C}^{(e)}, \\ \tilde{\mathbf{q}}_1^{(e)} = \int |\mathcal{C}^{(e)}|^2 \mathcal{C}^{(e)} \tilde{f}_0^{(e)} \tilde{\Phi}_1^{(e)} d^3 \mathcal{C}^{(e)}, \\ \tilde{\mathbf{p}}_1^{(e)} = \int (\mathcal{C}^{(e)} \otimes \mathcal{C}^{(e)}) \tilde{f}_0^{(e)} \tilde{\Phi}_1^{(e)} d^3 \mathcal{C}^{(e)} \equiv 0. \end{cases}$$

Le système complet d'équations macroscopiques est déduit des termes d'ordre K_n^2 de l'équation de Boltzmann pour les électrons (11) et des termes d'ordre K_n de l'équation de Boltzmann pour les ions (12)

$$(11) \quad \mathcal{C}^{(e)} \cdot \frac{\partial \tilde{f}_0^{(e)} \tilde{\Phi}_1^{(e)}}{\partial \mathbf{r}} - \hat{\gamma}^{(s)} (\mathbf{E} + \tilde{\mathbf{V}}_0 \wedge \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial \tilde{f}_0^{(e)} \tilde{\Phi}_1^{(e)}}{\partial \mathcal{C}^{(e)}} \\ + \tilde{\varepsilon} M^{(s)} \left\{ \frac{\partial \tilde{f}_0^{(e)}}{\partial t} + \tilde{\mathbf{V}}_0 \cdot \frac{\partial \tilde{f}_0^{(e)}}{\partial \mathbf{r}} - \left(\frac{\partial \tilde{f}_0^{(e)}}{\partial \mathcal{C}^{(e)}} \otimes \mathcal{C}^{(e)} \right) : \frac{\partial \tilde{\mathbf{V}}_0}{\partial \mathbf{r}} \right\} \\ = - \frac{\hat{\gamma}^{(s)}}{\tilde{\varepsilon}} (\mathcal{C}^{(e)} \wedge \mathbf{B}) \cdot \tilde{f}_0^{(e)} \frac{\partial \tilde{\Phi}_2^{(e)}}{\partial \mathcal{C}^{(e)}} \\ + \tilde{f}_0^{(e)} \{ \alpha I(\tilde{\Phi}_2^{(e)}) + \tilde{n}_0^{(s)} I_0^{(es)}(\tilde{\Phi}_2^{(e)}) + \tilde{n}_1^{(s)} I_0^{(es)}(\tilde{\Phi}_1^{(e)}) \} + \tilde{\varepsilon}^2 J_2^{(es)}(\tilde{f}_0^{(e)}, \tilde{f}_0^{(s)}),$$

$$(12) \quad \mathcal{C}^{(s)} \cdot \frac{\partial \tilde{f}_0^{(s)}}{\partial \mathbf{r}} + M^{(s)} \left\{ \frac{\partial \tilde{f}_0^{(s)}}{\partial t} + \tilde{\mathbf{V}}_0 \cdot \frac{\partial \tilde{f}_0^{(s)}}{\partial \mathbf{r}} - \left(\frac{\partial \tilde{f}_0^{(s)}}{\partial \mathcal{C}^{(s)}} \otimes \mathcal{C}^{(s)} \right) : \frac{\partial \tilde{\mathbf{V}}_0}{\partial \mathbf{r}} \right\} \\ - [M^{(s)}]^2 \frac{D \tilde{\mathbf{V}}_0}{Dt} \cdot \frac{\partial \tilde{f}_0^{(s)}}{\partial \mathcal{C}^{(s)}} \\ = \tilde{f}_0^{(s)} \{ I(\tilde{\Phi}_1^{(s)}) + \alpha I_1^{(se)}(\tilde{\Phi}_1^{(e)}) \} + \tilde{\varepsilon} \alpha J_2^{(se)}(\tilde{f}_0^{(s)}, \tilde{f}_0^{(e)}).$$

Les opérateurs non encore explicités, ont pour expression, après un calcul long, mais sans difficulté, tenant compte de la parité de $\tilde{f}_0^{(e)}$ et $\tilde{f}_0^{(s)}$ et du fait que la transformation $\mathcal{C}_*^{(e)}(\mathcal{C}^{(e)})$ a pour jacobien l'unité :

$$I_1^{(se)}(\tilde{\Phi}_1^{(e)}) = -2 \frac{\partial \text{Log} \tilde{f}_0^{(s)}}{\partial \mathcal{C}^{(s)}} \cdot \int \mathbf{k} (\mathcal{C}^{(e)} \cdot \mathbf{k}) |\mathcal{C}^{(e)}| \tilde{f}_0^{(e)} \tilde{\Phi}_1^{(e)} b db d\varphi d^3 \mathcal{C}^{(e)},$$

$$J_2^{(se)} = 2 \frac{\partial}{\partial \mathcal{C}^{(s)}} \otimes \frac{\partial \tilde{f}_0^{(s)}}{\partial \mathcal{C}^{(s)}} : \int (\mathbf{k} \otimes \mathbf{k}) \tilde{f}_0^{(e)} (\mathcal{C}^{(e)} \cdot \mathbf{k})^2 |\mathcal{C}^{(e)}| b db d\varphi d^3 \mathcal{C}^{(e)} \\ + 2 \frac{\partial \tilde{f}_0^{(s)}}{\partial \mathcal{C}^{(s)}} \cdot \int \mathbf{k} \tilde{f}_0^{(e)} (\mathcal{C}^{(s)} \cdot \mathbf{k}) |\mathcal{C}^{(e)}| b db d\varphi d^3 \mathcal{C}^{(e)} \\ + 2 \frac{\partial \tilde{f}_0^{(s)}}{\partial \mathcal{C}^{(s)}} \cdot \int \mathbf{k} \tilde{f}_0^{(e)} (\mathcal{C}^{(e)} \cdot \mathcal{C}^{(s)}) \frac{(\mathcal{C}^{(e)} \cdot \mathbf{k})}{|\mathcal{C}^{(e)}|} b db d\varphi d^3 \mathcal{C}^{(e)} \\ + 2 \int \tilde{f}_0^{(e)} |\mathcal{C}^{(e)}| b db d\varphi d^3 \mathcal{C}^{(e)} + 2 \int \tilde{f}_0^{(e)} \frac{(\mathcal{C}^{(e)} \cdot \mathbf{k})^2}{|\mathcal{C}^{(e)}|} b db d\varphi d^3 \mathcal{C}^{(e)},$$

$$J_2^{(es)} = 2 \tilde{n}_0^{(s)} \int \tilde{f}_0^{(e)} |\mathcal{C}^{(e)}| b db d\varphi \\ - 2 \tilde{n}_0^{(s)} \int \left(\mathbf{k} \cdot \frac{\partial \tilde{f}_0^{(e)}}{\partial \mathcal{C}_*^{(e)}} \right) (\mathcal{C}^{(e)} \cdot \mathbf{k}) |\mathcal{C}^{(e)}| b db d\varphi \\ + 2 \tilde{n}_0^{(s)} \int \tilde{f}_0^{(e)} \frac{(\mathcal{C}^{(e)} \cdot \mathbf{k})^2}{|\mathcal{C}^{(e)}|} b db d\varphi + \frac{\tilde{n}_0^{(s)} \tilde{T}_0^{(s)}}{2} \int \frac{\tilde{f}_0^{(e)} - \tilde{f}_0^{(e)}}{|\mathcal{C}^{(e)}|} b db d\varphi \\ + \tilde{n}_0^{(s)} \tilde{T}_0^{(s)} \int (\mathbf{k} \otimes \mathbf{k}) : \frac{\partial}{\partial \mathcal{C}_*^{(e)}} \otimes \frac{\partial \tilde{f}_0^{(e)}}{\partial \mathcal{C}_*^{(e)}} |\mathcal{C}^{(e)}| b db d\varphi \\ - \tilde{n}_0^{(s)} \tilde{T}_0^{(s)} \int \frac{(\mathcal{C}^{(e)} \cdot \mathbf{k})}{|\mathcal{C}^{(e)}|} \left(\mathbf{k} \cdot \frac{\partial \tilde{f}_0^{(e)}}{\partial \mathcal{C}_*^{(e)}} \right) b db d\varphi.$$

Il est facile de vérifier par un calcul direct les relations suivantes :

$$\int \tilde{f}_0^{(s)} I_1^{(se)}(\tilde{\Phi}_1^{(e)}) \psi^{(s)} d^3 \mathcal{C}^{(s)} = 0, \quad \psi^{(s)} \in \{1, |\mathcal{C}^{(s)}|^2\}, \\ \int \tilde{f}_0^{(e)} I_0^{(es)}(\tilde{\Phi}_p^{(e)}) \psi^{(e)} d^3 \mathcal{C}^{(e)} = 0, \quad p = 1, 2, \quad \psi^{(e)} \in \{1, |\mathcal{C}^{(e)}|^2\}, \\ \int \tilde{f}_0^{(s)} I_1^{(se)}(\tilde{\Phi}_1^{(e)}) \mathcal{C}^{(s)} d^3 \mathcal{C}^{(s)} + \tilde{n}_0^{(s)} \int \tilde{f}_0^{(e)} I_0^{(es)}(\tilde{\Phi}_1^{(e)}) \mathcal{C}^{(e)} d^3 \mathcal{C}^{(e)} = 0, \\ \int J_2^{(se)}(\tilde{f}_0^{(s)}, \tilde{f}_0^{(e)}) d^3 \mathcal{C}^{(s)} = \int J_2^{(es)}(\tilde{f}_0^{(e)}, \tilde{f}_0^{(s)}) d^3 \mathcal{C}^{(e)} = 0;$$

d'autre part

$$\int J_2^{(se)}(\tilde{f}_0^{(s)}, \tilde{f}_0^{(e)}) / \mathcal{C}^{(s)/2} d^3 \mathcal{C}^{(s)} = - \int J_2^{(es)}(\tilde{f}_0^{(e)}, \tilde{f}_0^{(s)}) / \mathcal{C}^{(e)/2} d^3 \mathcal{C}^{(e)} \\ = \frac{16}{3} \delta^2 \sqrt{\pi} \tilde{n}_0^{(s)} \tilde{n}_0^{(e)} \sqrt{\tilde{T}_0^{(e)} (\tilde{T}_0^{(e)} - \tilde{T}_0^{(s)})},$$

où δ désigne la portée de l'interaction, qui peut être choisie égale à la longueur de Debye pour un gaz totalement ionisé.

Les équations macroscopiques se déduisent immédiatement des équations (8), (11) et (12), compte tenu des relations précédentes, en

formant successivement :

$$\int (11) d^3 \mathcal{C}^{(e)}; \int (12) d^3 \mathcal{C}^{(s)},$$

$$\int (11) |\mathcal{C}^{(e)}|^2 d^3 \mathcal{C}^{(e)}; \int (12) |\mathcal{C}^{(s)}|^2 d^3 \mathcal{C}^{(s)},$$

$$\int (8) \mathcal{C}^{(e)} d^3 \mathcal{C}^{(e)} + \int (12) \mathcal{C}^{(s)} d^3 \mathcal{C}^{(s)}.$$

Il vient :

$$(13) \quad \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot (\tilde{n}_0^{(e)} \tilde{\mathbf{v}}_1^{(e)}) + \tilde{\varepsilon} M^{(s)} \left\{ \frac{d\tilde{n}_0^{(e)}}{dt} + \tilde{n}_0^{(e)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \tilde{\mathbf{V}}_0 \right\} = 0,$$

$$(14) \quad \frac{d\tilde{n}_0^{(s)}}{dt} + \tilde{n}_0^{(s)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \tilde{\mathbf{V}}_0 = 0,$$

$$(15) \quad \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \tilde{\mathbf{q}}_1^{(e)} + 2 \hat{\gamma}^{(s)} \tilde{n}_0^{(e)} \tilde{\mathbf{v}}_1^{(e)} \cdot (\mathbf{E} + \tilde{\mathbf{V}}_0 \wedge \mathbf{B})$$

$$+ \frac{3}{2} \tilde{\varepsilon} M^{(s)} \left\{ \frac{d(\tilde{n}_0^{(e)} \tilde{T}_0^{(e)})}{dt} + \frac{5}{3} \tilde{n}_0^{(e)} \tilde{T}_0^{(e)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \tilde{\mathbf{V}}_0 \right\}$$

$$= - \frac{32 \sqrt{\pi}}{9} \alpha \tilde{\varepsilon}^2 \delta^2 \tilde{n}_0^{(s)} \tilde{n}_0^{(e)} \sqrt{\tilde{T}_0^{(e)}} (\tilde{T}_0^{(e)} - \tilde{T}_0^{(s)}),$$

$$(16) \quad \frac{3}{2} M^{(s)} \left[\frac{d(\tilde{n}_0^{(s)} \tilde{T}_0^{(s)})}{dt} + \frac{5}{3} \tilde{n}_0^{(s)} \tilde{T}_0^{(s)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \tilde{\mathbf{V}}_0 \right]$$

$$= \frac{32 \sqrt{\pi}}{9} \alpha \tilde{\varepsilon} \delta^2 \tilde{n}_0^{(s)} \tilde{n}_0^{(e)} \sqrt{\tilde{T}_0^{(e)}} (\tilde{T}_0^{(e)} - \tilde{T}_0^{(s)}),$$

$$(17) \quad [M^{(s)}]^2 \tilde{n}_0^{(s)} \frac{D\tilde{\mathbf{V}}_0}{Dt} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot (\tilde{n}_0^{(e)} \tilde{T}_0^{(e)} + \tilde{n}_0^{(s)} \tilde{T}_0^{(s)})$$

$$+ \tilde{n}_0^{(e)} \hat{\gamma}^{(s)} (\mathbf{E} + \tilde{\mathbf{V}}_0 \wedge \mathbf{B}) = - \frac{\hat{\gamma}^{(s)}}{\tilde{\varepsilon}} \tilde{n}_0^{(e)} \tilde{\mathbf{v}}_1^{(e)} \wedge \mathbf{B}.$$

C'est un système de cinq équations permettant de déterminer les cinq inconnues $\tilde{n}_0^{(e)}$, $\tilde{n}_0^{(s)}$, $\tilde{T}_0^{(e)}$, $\tilde{T}_0^{(s)}$ et $\tilde{\mathbf{V}}_0$. Les seules dissipations qui interviennent à cet ordre sont les échanges thermiques entre constituants,

proportionnels à la différence des températures, le flux de chaleur pour les électrons et la diffusion électronique. Pour obtenir les phénomènes dissipatifs propres au gaz d'ions, il faut envisager simultanément les termes d'ordre K_n^3 pour les électrons et d'ordre K_n^2 pour les ions, après avoir résolu avec les techniques habituelles les équations intégrales (11) et (12) qui déterminent la dépendance des fonctions $\tilde{\Phi}_2^{(e)}$ et $\tilde{\Phi}_1^{(s)}$ selon les variables $\mathcal{C}^{(e)}$ et $\mathcal{C}^{(s)}$.

6. Conditions de raccord avec les descriptions connues

Les descriptions classiques que l'on peut trouver dans la littérature scientifique, sont celles que nous avons désignées sous le nom de première et deuxième description extérieures dans le paragraphe 4.

Il faut vérifier que la limite obtenue en faisant tendre $\tilde{\varepsilon}$ vers l'infini, redonne la limite de la première description extérieure (ε fixé, $K_n \rightarrow 0$) pour ε tendant vers zéro. Les seconds membres des équations (15) et (16) montrent que

$$\tilde{\varepsilon} \rightarrow \infty \Rightarrow \tilde{T}_0^{(e)} = \tilde{T}_0^{(s)} = \tilde{T}_0$$

Le second membre de l'équation (13) conduit à l'équation de continuité du gaz d'électrons sans phénomène de diffusion. L'équation (14) demeure inchangée et l'équation (17) redonne l'équation de quantité de mouvement pour un mélange de fluides parfaits lorsque le rapport des masses tend vers zéro. Une combinaison linéaire entre les équations (15) et (16) donne l'équation d'énergie d'un gaz parfait monoatomique non dissipatif.

A cette étape, la condition de raccord avec la première approximation de la première description extérieure (équilibre thermodynamique global sans dissipation) est vérifiée. La vérification de la condition de raccord avec l'expression des flux dissipatifs classiques fournis par la méthode de Chapman-Enskog nécessiterait l'étude de l'ordre suivant en K_n de la description intérieure faite au paragraphe 5.

Pour montrer que la description intérieure est la seule description significative, il faut encore montrer que la limite $\tilde{\varepsilon} \rightarrow 0$ redonne la limite de la deuxième description extérieure lorsque K_n tend vers zéro (c'est-à-dire la description de Lorentz). La vérification est immédiate. L'équation (16) montre que l'énergie du constituant lourd n'est pas affectée par la présence des électrons. L'équation (17) dégénère considérablement et montre que $\tilde{\mathbf{v}}_1^{(e)}$ est collinéaire au vecteur $\mathbf{B}$. Les équations (13)

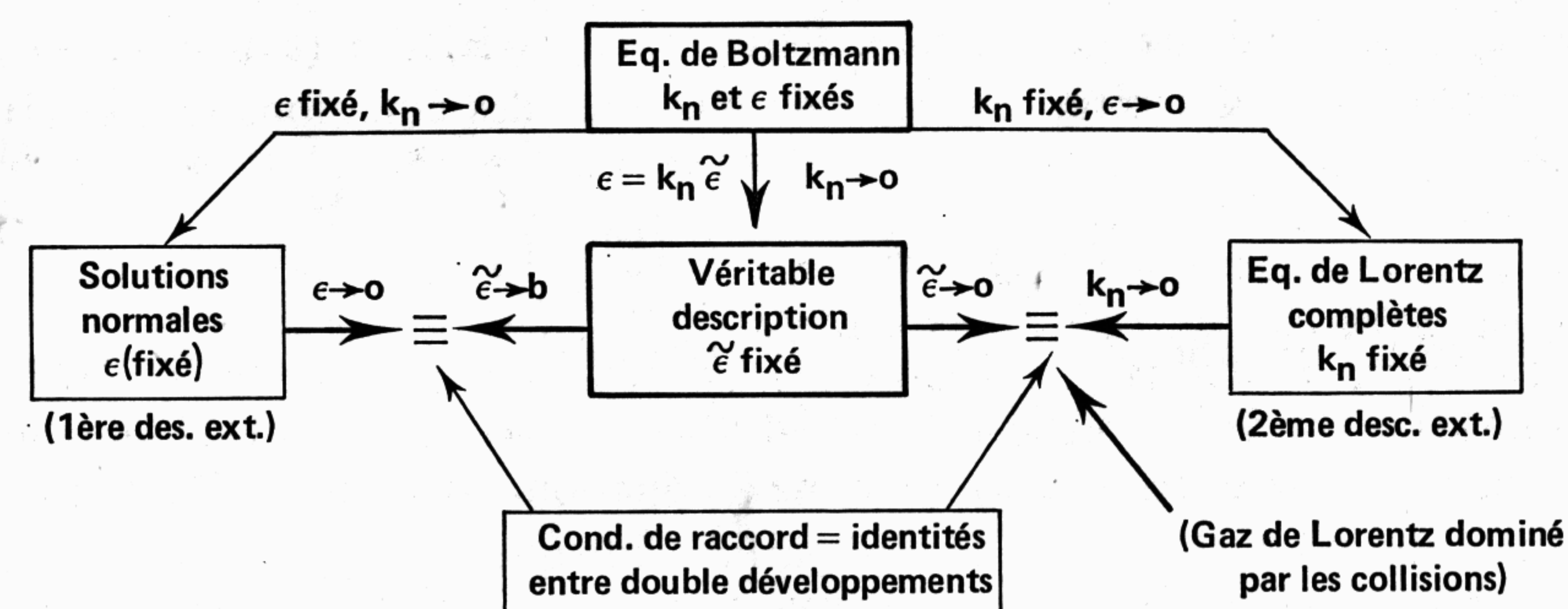
et (15) fournissent (pour la limite $\tilde{\epsilon} \rightarrow 0$) la valeur de $\tilde{v}_1^{(e)}$ et $q_1^{(e)}$, donc les valeurs de $\tilde{n}_0^{(e)}$ et $\tilde{T}_0^{(e)}$, mais l'équation de continuité (14) ne suffit pas à déterminer le mouvement des ions. Il y a une dégénérescence et l'indétermination ne peut être levée qu'en examinant les termes suivants des développements en $\tilde{\epsilon}$. En posant

$$\tilde{n}_0^{(e)} = \tilde{n}_{00}^{(e)}(t, \mathbf{r}) + \tilde{\epsilon} \tilde{n}_{01}^{(e)}(t, \mathbf{r}) + \dots,$$

$$\tilde{T}_0^{(e)} = \tilde{T}_{00}^{(e)}(t, \mathbf{r}) + \tilde{\epsilon} \tilde{T}_{01}^{(e)}(t, \mathbf{r}) + \dots$$

les termes d'ordre $\tilde{\epsilon}$ des équations (13) ... (17) conduisent à un système complet pour les fonctions $\tilde{n}_{01}^{(e)}$, $\tilde{T}_{01}^{(e)}$, $\tilde{n}_{00}^{(s)}$, $\tilde{T}_{00}^{(s)}$, $\tilde{V}_{00}$ identique à celui que l'on déduit directement de la deuxième description extérieure [1].

L'ensemble des résultats obtenus peut être schématisé par le tableau suivant :



7. Conclusion

Cet article a pour seul but, de montrer comment il est possible de construire une description des écoulements de gaz ionisés qui soit uniformément valable quel que soit le procédé utilisé pour faire tendre vers zéro, le rapport des masses et le nombre de Knudsen des ions. C'est la raison pour laquelle on s'est limité à l'étude d'un mélange binaire d'ions et d'électrons, la considération d'un éventuel constituant neutre n'apportant rien de plus au principe de la méthode. C'est dans le même ordre d'idée, que seule la première approximation a été étudiée, le calcul précis des coefficients dissipatifs pour les électrons et les ions en utilisant des développements en polynômes de Sonine, constituant un aspect plus technique ne pouvant qu'allourdir l'exposé de la méthode, sera l'objet d'une prochaine publication.

Ont également été écartés de cette présentation, tous les problèmes relatifs aux données initiales et aux conditions aux limites. Il va de soi que les singularités des développements conduisant aux notions de couche limite, couche de Knudsen ou gaine de plasmas (en liaisons avec les solutions approchées des équations de Maxwell) nécessitent une attention particulière, à la lumière de la nouvelle description présentée ici, qui sort du cadre de ce travail.

Signalons, pour finir, que la technique employée n'est pas particulière à la théorie cinétique des gaz. Elle peut être appliquée à tout problème faisant intervenir plusieurs petits paramètres de perturbation régulière ou singulière [6].

BIBLIOGRAPHIE

- [1] DARROZES J. S., *Sur une théorie asymptotique de l'équation de Boltzmann et son application à l'étude des écoulements en régime presque continu* Publication ONERA n° 130, 1970.
- [2] GRAD H., *Asymptotic Theory of the Boltzmann Equation* (Phys. of Fluids, vol. 6, N°2, 1963, p. 147-181).
- [3] CHMIELESKI R. M. et FERZIGER J. H., *Transport Properties of a Non-Equilibrium Partially Ionized Gas* (Phys. of Fluids, vol. 10, n° 2, 1967, p. 364-371).
- [4] JANCEL R. et KAHAN Th., *Electrodynamique des Plasmas*, t. I, Dunod, Paris, 1963.
- [5] CHMIELESKI R. M. et FERZIGER J. H., *Transport Properties of a Non-Equilibrium Partially Ionized gas in a magnetic Field* (Phys. of Fluids, vol. 10, n°12, 1967, p. 2520-2530).
- [6] DARROZES J. S., *The Method of Matched Asymptotic Expansions Applied to Problems Involving two Singular Perturbation Parameters*. Fluids Dynamics Trans., vol. 6, Part II, 1972, p. 119-129).
- [7] PETIT J. P., *Calcul des coefficients de transport d'un plasma non lorentzien* (J. Méca., vol. 11, n° 2, 1972, p. 233-250).

(Manuscrit reçu le 20 janvier 1975).